

Programming „FairDie“ with ClassPad300-Emulator

Simulation der M (z.B. M=300) Chi-Quadrat-verteilten Testgrößen zum Würfelexperiment:
Programm „FairDie3“

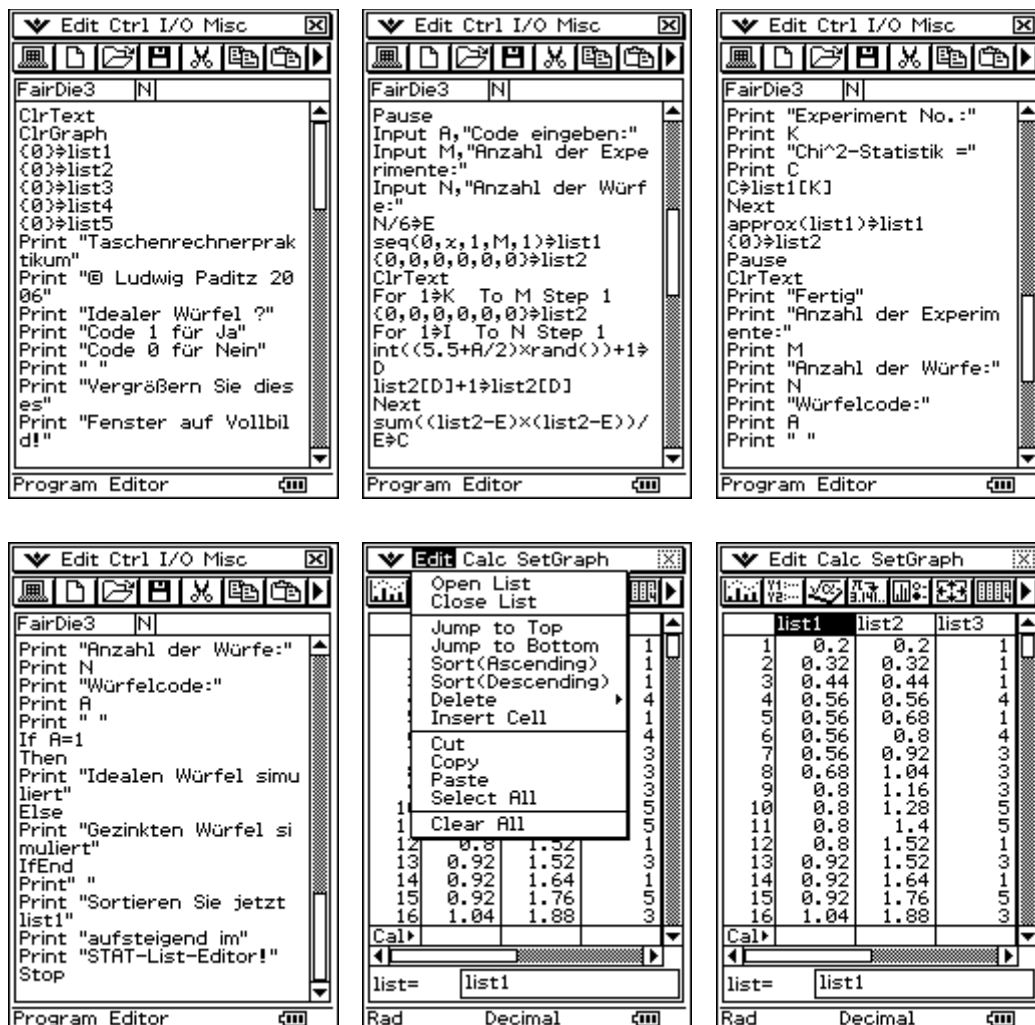
Hinweis: Um Rechenzeit und Speicherplatz zu sparen, ist es ausreichend, z.B. nur M=250 oder M=200 zu wählen.

Eine Testgröße wird hierbei aus N (z.B. N=100) Würfelwerten gebildet, die wie folgt simuliert werden:

$\text{int}((5.5+A/2) * \text{rand}()) + 1$, hierbei ist A der Code (A=1 fair die, A=0 unfair die),
 $\text{int}(\dots)$ ist der Ganzzteil, $\text{rand}(\text{„ohne Argument“})$ ist eine Zufallszahl aus (0,1), gleichmäßig stetig verteilt.

Der unfaire Würfel hat die simulierte Wahrscheinlichkeitsverteilung

$P(X=k) = 2/11$ für $k=1,2,3,4,5$ und $P(X=k) = 1/11$ für $k=6$.



In den letzten beiden Bildern erfolgte die Sortierung im STAT-Menü (Listeneditor) aufsteigend.

Hinweis: die Sortierung im Main-Menü ist unvorteilhaft (im Main-Menü wird mit CAS gerechnet, was die Sortierung verzögert). Im STAT-Menü wird rein numerisch sortiert, ohne CAS-Hintergrund, was die Sortierung sehr beschleunigt.

```

Primärh N
ClrText
Print "Einen Moment bitte"
Print "bin beschäftigt ..."
Print "Erstelle gerade primäre"
Print "Häufigkeitstabelle"
seq(1,x,1,M,1)⇒list3
0×list3⇒list2
1⇒I
For 1⇒K To M-1 Step 1
2×heaviside(list1[K+1]-list1[K])-1⇒L
"(1+signum(list1[K+1]-list1[K])-0.000001))/2⇒L"
list3[I]+1-L⇒list3[I]
I+L⇒I
Print (I,K)

```

```

Primärh N
list3[I]+1-L⇒list3[I]
I+L⇒I
Print (I,K)
Next
approx(sublist(list3,1,I))⇒list3
approx(cuml(list3))⇒list2
For 1⇒K To I Step 1
List1[list2[K]]⇒list2[K]
Next
approx(list2)⇒list2
ClrText
Print "Fertig!"
Print "primäre Häufig-"
Print "keitsverteilung"
Print "ermittelt!"
Print " "
Stop

```

Primäre Häufigkeitstabelle

```

Sekundh N
ClrText
Print "Einen Moment bitte"
Print "bin beschäftigt ..."
dim(list2)⇒A
int(list2[A]+1)⇒B
seq(-.5+x,x,0,B,1)⇒list4
0⇒list4[1]
0×list4⇒list5
For 1⇒K To A Step 1
int(list2[K]+2)⇒L
list5[L]+list3[K]⇒list5[L]
Next
list5[2]⇒list5[1]
ClrText
Print "Fertig!"
Print "sekundäre Häufig-"

```

```

Sekundh N
Print "bin beschäftigt ..."
dim(list2)⇒A
int(list2[A]+1)⇒B
seq(-.5+x,x,0,B,1)⇒list4
0⇒list4[1]
0×list4⇒list5
For 1⇒K To A Step 1
int(list2[K]+2)⇒L
list5[L]+list3[K]⇒list5[L]
Next
list5[2]⇒list5[1]
ClrText
Print "Fertig!"
Print "sekundäre Häufig-"
Print "keitsverteilung"
Print "ermittelt!"
Print " "
Stop

```

Sekundäre Häufigkeitstabelle

```

ListSave N
ClrText
Print "Sicherung der Listen"
Print "list2 ⇒ loldpx"
Print "list3 ⇒ loldpf"
Print "list4 ⇒ loldsx"
Print "list5 ⇒ loldsf"
Print " "
list2⇒loldpx
list3⇒loldpf
list4⇒loldsx
list5⇒loldsf
Print "erledigt!"
Print "list1 kann gelöscht werden!"
Stop

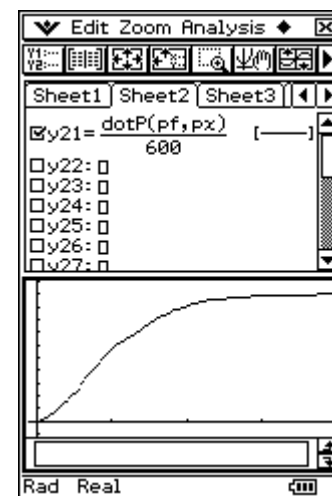
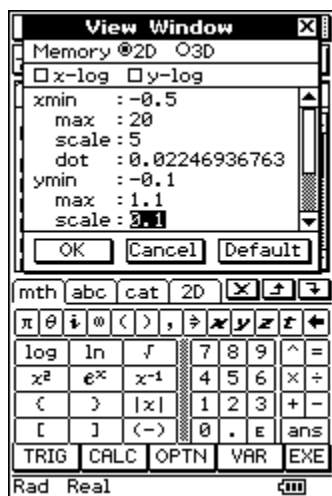
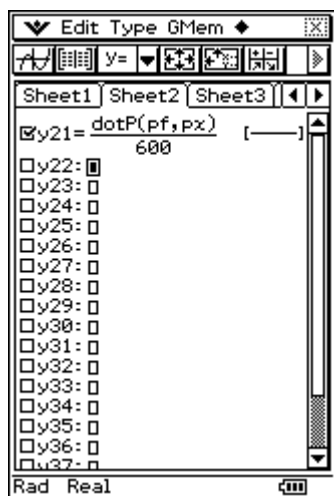
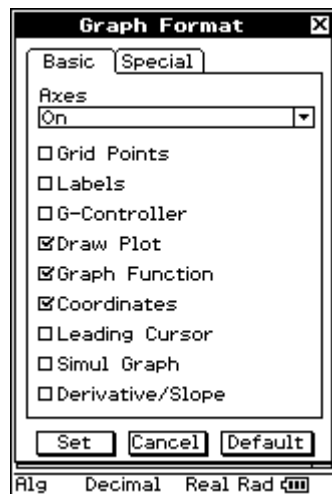
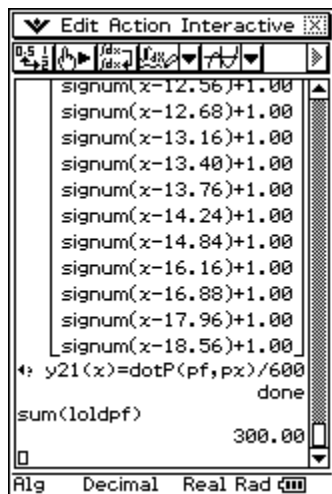
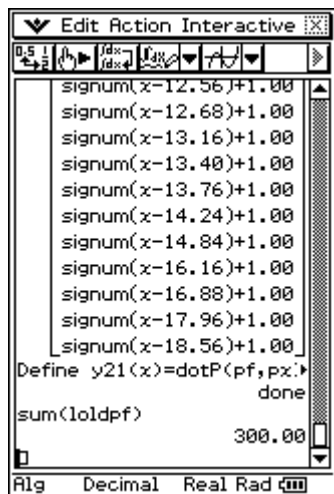
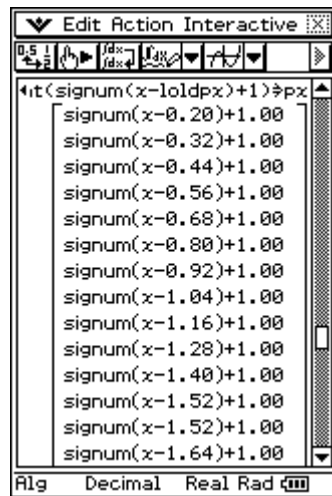
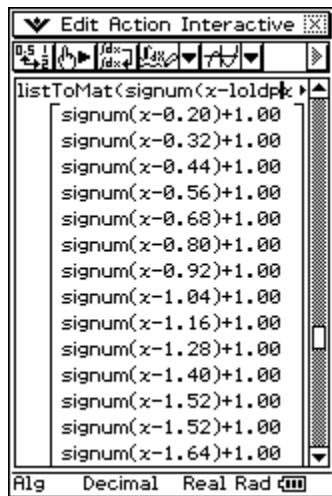
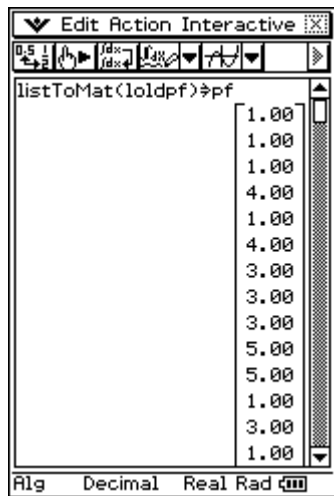
```

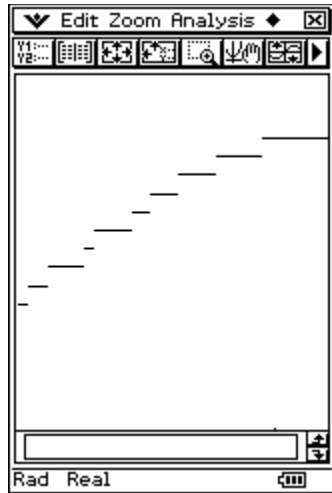
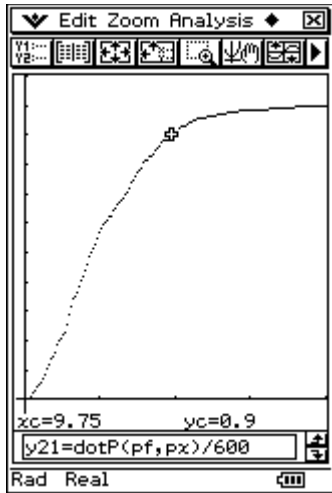
Sicherung der Daten vor dem Start einer neuen Simulation.

Step function without vertical line possible!

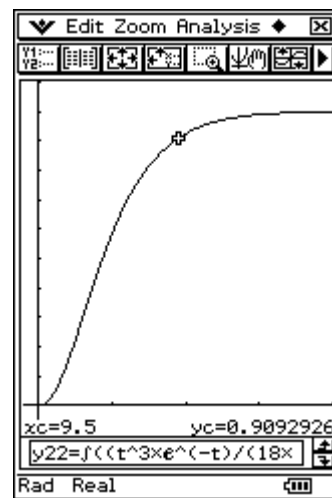
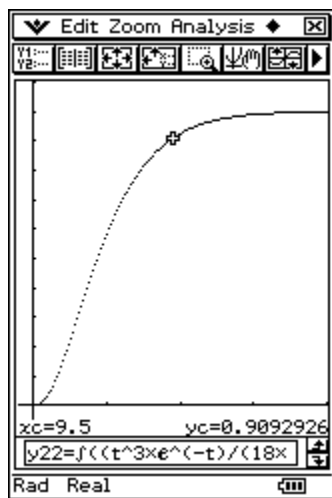
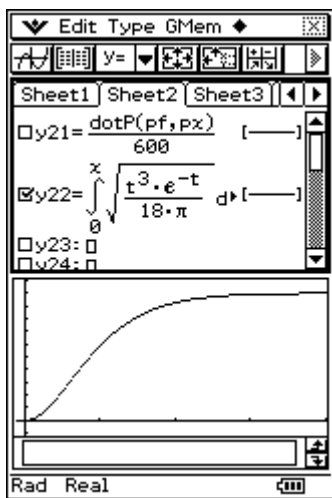
Use "Draw Plot" to draw the empirical distribution function:
list "loldpf" contains the frequencies (absolute values) $\text{sum}(\text{loldpf})=300$.
and loldpx contains the sample data x.
(We have simulated chi-squared sample data with 5 degrees of freedom)

We want to draw an empirical distribution function with a primary frequency table:
 We use the formulae $y = \text{dotP}(pf, px)/600$, where pf and px are vectors with the primary frequency table. The step function we create with the signum-function:



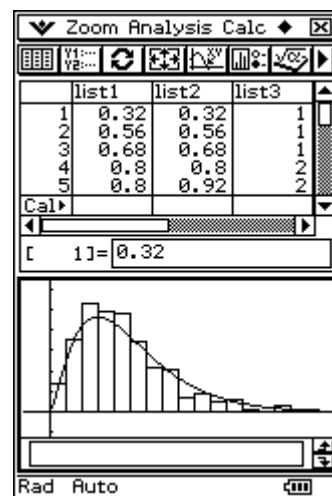
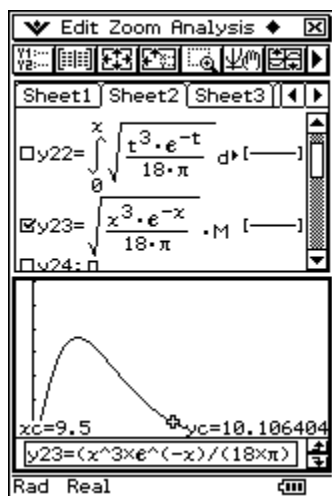
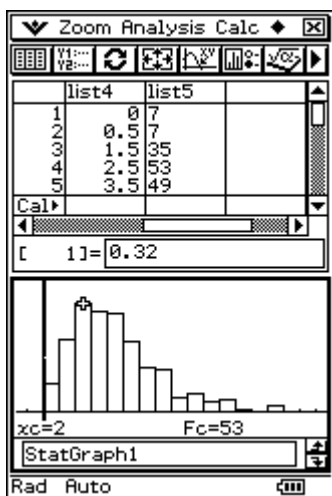


empirische Verteilungsfunktion

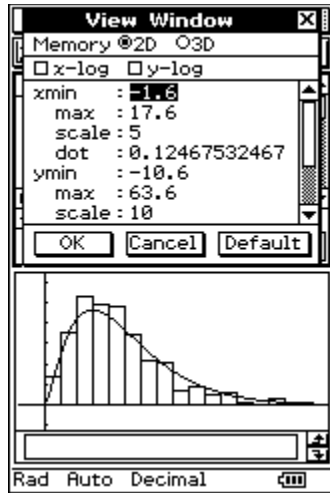


theoretische Verteilungsfunktion (pixelweise geplottet bzw. connected style)

Hinweis: das Zeichnen der theoretischen Verteilungsfunktion nimmt etwas Zeit in Anspruch, da jeder Pixelpunkt der Kurve als numerisches Integral berechnet wird.

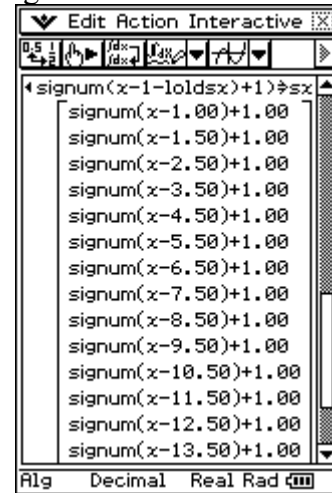
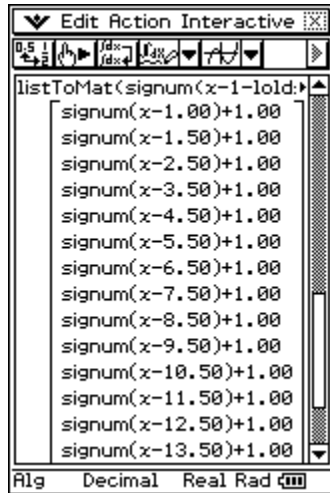
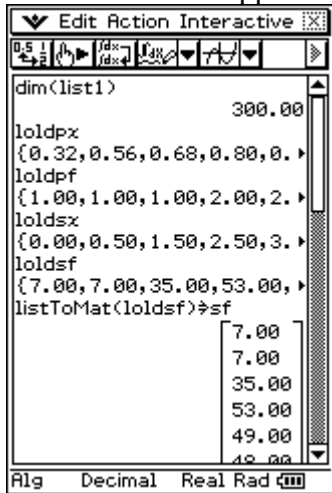


Histogramm und Dichtefunktion (idealer Würfel)

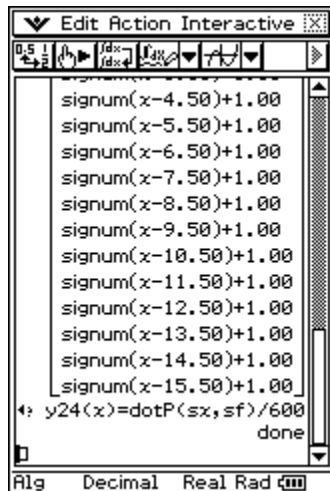
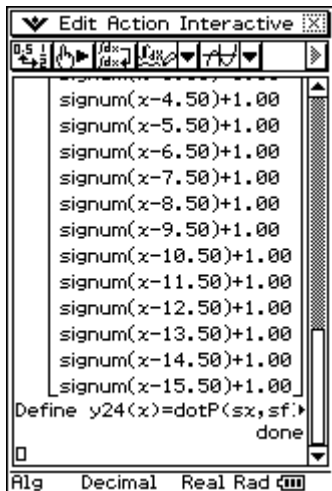


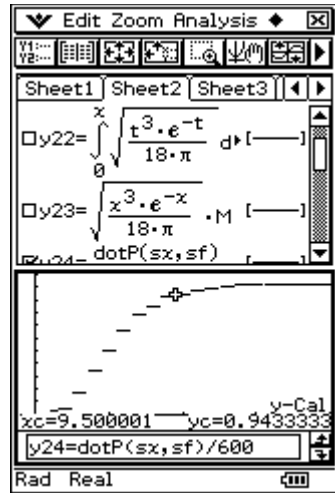
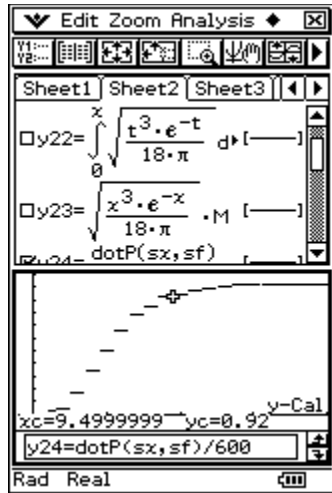
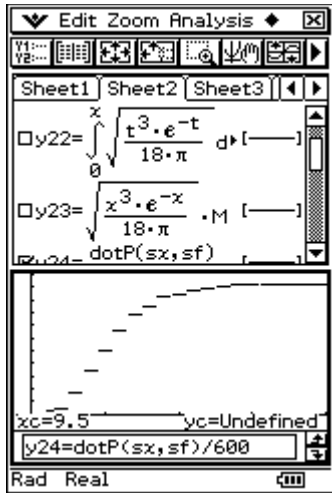
Automatische Fenstereinstellung

Definition der Treppenkurve der relativen Summenhäufigkeiten:

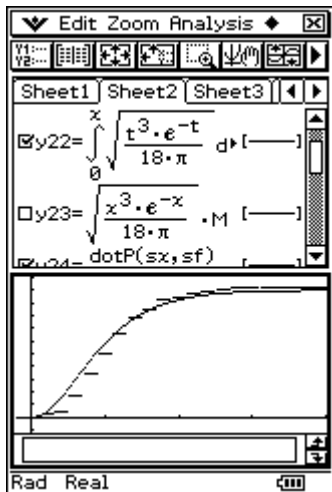


Verschiebung der Sprungstelle jeweils an das rechte Klassenende: $\text{signum}(x-1-\text{loldsx})$



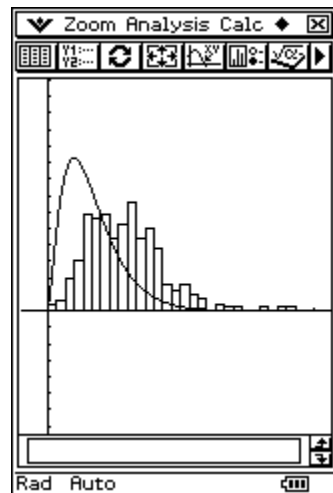
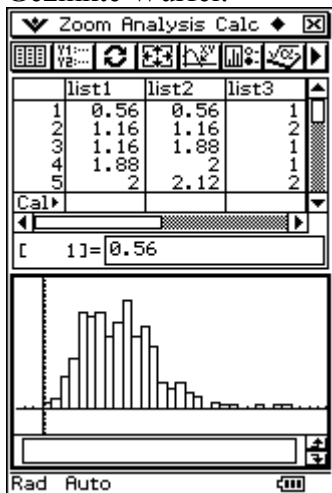


Treppenkurve der relativen Summenhäufigkeiten an der Unstetigkeitsstelle
 (Die Treppenkurve ist per Def. rechtsseitig stetig, d.h. für $x=9.5$ gilt der Wert für $x=9.5+0$)



Treppenkurve und theoretische Verteilungsfunktion

Gezinkte Würfel:



Histogramm und χ^2 -Dichte (andere Skalierung beachten)

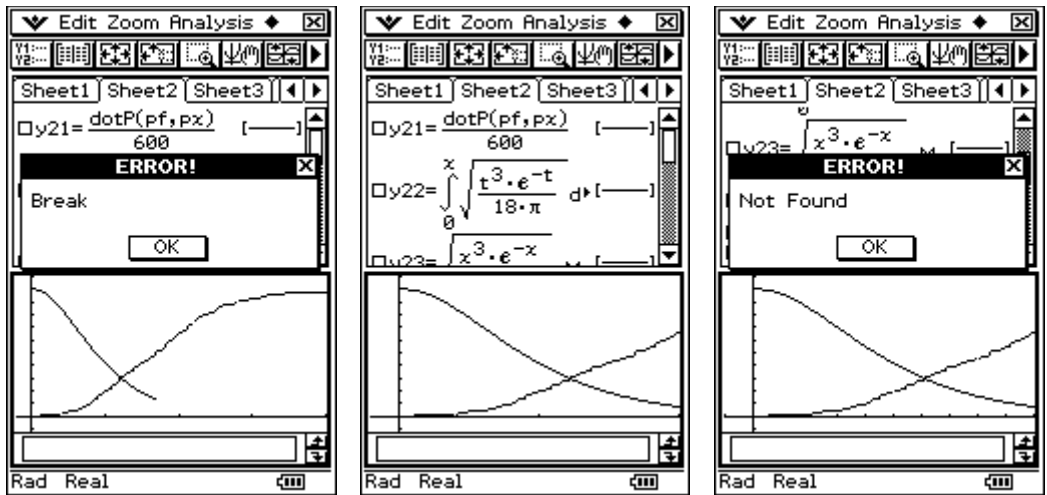
Empirische Verteilungsfunktion (gezinkter Würfel):

Wegen Speicherüberlauf wird die primäre Häufigkeitstabelle nach 110 Datenpaaren abgeschnitten:

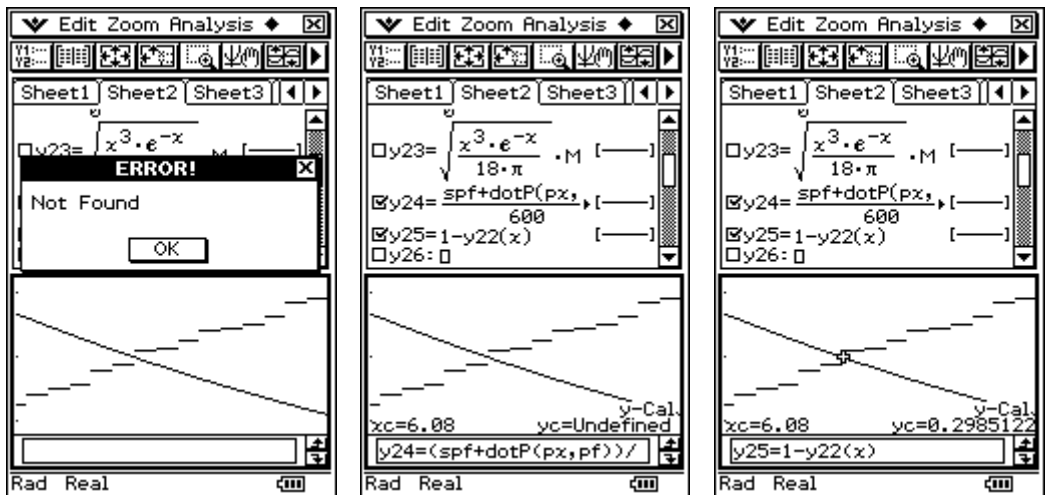
The screenshots show the following steps:

- Input Data:** The first screenshot shows the input of 110 data pairs into lists L1 and L2. L1 contains values from 0.56 to 3.68, and L2 contains frequencies (1.00, 2.00, 1.00, 1.00, 2.00, 2.00, 2.00, 2.00, 1.00, 2.00).
- Matrix Conversion:** The second screenshot shows the conversion of the lists into a matrix.
- Sorting:** The third screenshot shows the matrix sorted by the first column.
- Cumulative Sum:** The fourth screenshot shows the calculation of the cumulative sum of the frequencies, resulting in 290.00.
- Function Definition:** The fifth screenshot shows the definition of the function $y_{24}(x) = \frac{\text{spf} + \text{dotP}(px, pf)}{600}$, where spf is the cumulative sum and dotP is the dot product.
- Graphing:** The sixth screenshot shows the graph of the function, which is a step function (treppenkurve) that reaches a value of 1.00.

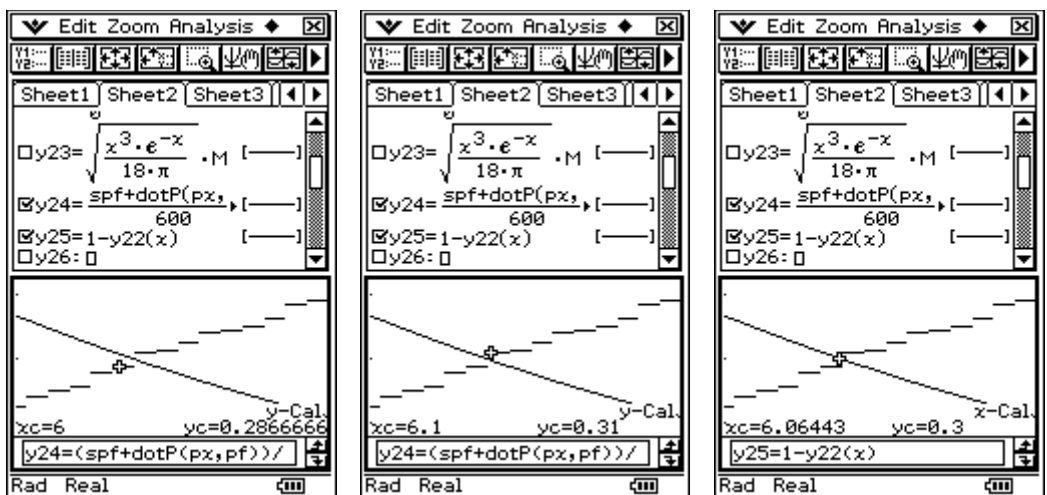
„abgeschnittene“ Treppenkurve erreicht nur „fast“ 1



Abbruch nach erfolgtem Schnitt der empirischen Verteilungsfunktion mit $1-F(x)$, $F(x)$ theoretische χ^2 -Verteilungsfunktion. Nun: Verkleinerung des Betrachtungsfensters.



Es existiert tatsächlich kein Schnittpunkt.



Damit erfolgt der Sprung bei (exakt) 6,08 und es gilt für diese Simulation: Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,2985 werden sowohl der Fehler 1. Art wie auch 2. Art begangen, wenn man als χ^2 -Quantil den Wert 6,08 zur Entscheidung verwendet, ob H_0 abzulehnen oder nicht abzulehnen sei.