HTW Dresden, Lehrbereich Mathematik 26.08.2015
Prof. Dr. Ludwig Paditz

Selbsttest zur Zahlenkonvertierung im CAS
===

ClassPad-Manager-Subscription (Version 02.00.4000)

Quelle:
OPAL Kurs GRIPSS (Grundlagen der Informatik für Schüler und Studenten)

Aufgabe 1
==========

Ordnen Sie die Dezimalzahl mittels "Drag and Drop" der entsprechenden Dualzahl zu.

Eingabemaske in OPAL:

6 korrektes Element hier ablegen: □ **10**

9 korrektes Element hier ablegen: □ **110**

2 korrektes Element hier ablegen: □ **1001**

Lösung per Hand:

$6 = 1*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0 \Rightarrow 110$

$9 = 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 \Rightarrow 1001$

2 = $1*2^1 + 0*2^0$ => **10**

somit

6 korrektes Element hier ablegen: [2] **10**

9 korrektes Element hier ablegen: [6] **110**

2 korrektes Element hier ablegen: [9] **1001**

Lösung im CAS:

Syntax des **baseConvert**-Befehls:

baseConvert(Zahl z,Basis von z,Basis nach Konvertierung)

baseConvert(6,10,2)

"110"

baseConvert(9,10,2)

"1001"

baseConvert(2,10,2)

"10"

Aufgabe 2

==========

Geben Sie zur Dezimalzahl 13 die Dualzahl an.

Lösung per Hand:

13 = $1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0$ => **1101**

im CAS:

baseConvert(13,10,2)

"1101"

Aufgabe 3

==========

Geben Sie den Dezimalwert der Hexadezimalzahl 1E an.

Lösung per Hand:

$1E = 1*16^1+14*16^0 = 30$

im CAS:

baseConvert(1E,16,10)

"30"

Aufgabe 4

==========

Geben Sie den Hexadezimalwert der 4-stelligen Dualzahl 1010 an.

Lösung per Hand:

$1010 = 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0 = 10 = 10*16^0 = A$

im CAS:

baseConvert(1010,2,16)

"A"

Aufgabe 5

==========

Das Dualsystem ist ein Stellenwertsystem zur Basis ...

Lösung: Basis 2

Aufgabe 6

==========
Sortieren Sie die folgenden Stellenwertsysteme entsprechend der zugrundeliegenden Basis in aufsteigender Reihenfolge:

- Hexadezimalsystem
- Dualsystem
- Dezimalsystem

Lösung: aufsteigend
- Dualsystem
- Dezimalsystem
- Hexadezimalsystem

Aufgabe 7
==========
Ordnen Sie den links stehenden Dualzahlen den entsprechenden Dezimalwert rechts zu:

Eingabemaske in OPAL:

10000	korrektes Element hier ablegen:	□	8
11100	korrektes Element hier ablegen:	□	16
10	korrektes Element hier ablegen:	□	2
1000	korrektes Element hier ablegen:	□	28

Lösung per Hand:

10000 $= 1*2^4 = 16$

11100 $= 1*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 = 28$

10 $= 1*2^1 = 2$

1000 $= 1*2^3 = 8$

somit

10000	korrektes Element hier ablegen:	[**1000**]	8
11100	korrektes Element hier ablegen:	[**10000**]	16
10	korrektes Element hier ablegen:	[**10**]	2
1000	korrektes Element hier ablegen:	[**11100**]	28

im CAS:

```
baseConvert(10000,2,10)
                                                          "16"
baseConvert(11100,2,10)
                                                          "28"
baseConvert(10,2,10)
                                                           "2"
baseConvert(1000,2,10)
                                                           "8"
```

Bem.: Wegen der Monotonie der Zahlen findet man die Lösung schnell, indem man die kleinste Dualzahl der kleinsten Dezimalzahl zuordnet usw.

Aufgabe 8

==========

Geben Sie zur Dezimalzahl 31 die entsprechende Dualzahl ein:

□

Lösung: 11111

im CAS:

baseConvert(31,10,2)

"11111"

Aufgabe 9

=========

Geben Sie den Dezimalwert der Hexadezimalzahl FC1 an.

Lösung:

FC1 = $15*16^2+12*16^1+1*16^0$ =

$15*16^2+12*16^1+1*16^0$

4033

im CAS:

baseConvert(FC1,16,10)

"4033"

Aufgabe 10

==========

Geben Sie zur 16 stelligen Dualzahl 1010010010111001 die entsprechende Hexadezimalzahl an.

Lösung:

1010010010111001 = 1010 0100 1011 1001

↓ ↓ ↓ ↓

$$\begin{array}{cccc} 10 & 4 & 11 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ A & 4 & B & 9 \end{array}$$

somit $1010010010111001_2 = A4B9_{16}$

im CAS:

baseConvert(1010010010111001,2,16)

"A4B9"

Aufgabe 11

==========

Zur Dualzahl 11010 ist ... das entsprechende **Einerkomplement.**

Bem.:

Das **Einerkomplement** ist eine arithmetische Operation, die meist im Dualsystem angewendet wird.
Dabei werden alle Ziffern bzw. Bits invertiert, d.h. aus 0 wird 1 und umgekehrt.

Lösung: 00101 = 101 (führende Nullen können weggelassen werden)

Aufgabe 12

==========

Wie viele **positive und negative Zahlen** lassen sich im Einerkomplement mit einer Bitfolge der Länge 2 darstellen?

Lösung: linke Bit dient als **Vorzeichenbit,** d.h. nur 1 Bit für

die Zahl(ohne Vorzeichen).
Das linke Bit auf 0 bedeutet "+", auf 1 bedeutet "-".
Somit 00, 01, 10, 11, d.h insgesamt vier Zahlen (+0, +1, -0, -1), zwei positive und zwei negative.

Aufgabe 13
==========
Wieviele negative Zahlen lassen sich mit einer Bitfolge der Länge 5 im **Zweierkomplement** darstellen?
32   16   17   15 ?

Bem.:
Das **Zweierkomplement** ist eine Möglichkeit, negative Integer-Zahlen im Dualsystem darzustellen, ohne zusätzliche Zeichen wie + und - zu benötigen.
Dies ist vor allem für Computer bedeutend, welche mit Bits arbeiten, die als Werte nur 0 oder 1 annehmen.
Das Zweierkomplement ist die vorherrschende Art, mit der positive und negative Zahlen im Computer dargestellt und für Rechenoperationen mit Hilfe des Rechenwerks erschlossen werden.
Das linke Bit auf 0 bedeutet "+", auf 1 bedeutet "-".

Quelle:
https://de.wikipedia.org/wiki/Zweierkomplement#Umwandlung_per_Hand

Bem.:

Die Bildung des Zweierkomplements ist recht einfach und entspricht der Bildung des Einerkomplements, d.h. der Invertierung einer Bitfolge (aus 0 wird 1 und aus 1 wird 0) und der Addition von 1 auf die invertierte Bitfolge.
Im Zweier-Komplement gibt es nur eine Darstellung der Zahl 0.
Die im Zweierkomplement größte darstellbare Zahl bei einer Bitfolge der Länge N ist $2^{N-1}-1$, die kleinste darstellbare Zahl ist -2^{N-1}. Ein bei der Addition von zwei Dualzahlen entstehender Überlauf wird beim Zweier-Komplement ignoriert.

Lösung:
Unter den 5stellige Bitfolgen ist das linke Bit das Vorzeichenbit. Damit geht es um 4-stellige Dualzahlen (ohne Beachtung des Vorzeichens). Das sind 16 Zahlen: 00000 bis 01111 (Dezimal von 0 bis $15=2^{N-1}-1$ mit N=5)
Dazu gibt es 16 negative Zahlen (-1 bis $-16=-2^{N-1}$ mit N=5, ohne die Null):

00000 geht über in
11111(Einerkomplement)+1=100000=00000(Zweierkomplement)
=0
(Überlauf 1 wird ignoriert, so dass die 0 wieder in die 0 übergeht)
00001=1 geht über in
11110(Einerkomplement)+1=11111(Zweierkomplement)
=-16+15=-1

00010=2 geht über in

11101(Einerkomplement)+1=11110(Zweierkomplement)

=-16+14=-2

usw.

01111=15 geht über in

10000(Einerkomplement)+1=10001(Zweierkomplement)

=-16+1=-15

(-16 ergibt sich aus dem Vorzeichenbit, dazu addiert die verbleibende Zahl)

und als letzte neg. Zahl 10000=-16.

Aufgabe 14

==========

Wie viele Multiplikationen werden bei der Berechnung des Zahlenwerts einer 9-stelligen (? Dual-)Zahl mittels des Horner-Schemas benötigt?

Lösung per Hand (Kontrolle des Klammerterms im CAS)

$abcdefghi_2$ =

$a*2^8+b*2^7+c*2^6+d*2^5+e*2^4+f*2^3+g*2^2+h*2^1+i*2^0$ =

(((((((((a*2+b)*2+c)*2+d)*2+e)*2+f)*2+g)*2)+h)*2+i

$2\cdot(2\cdot(2\cdot(2\cdot(2\cdot(2\cdot(2\cdot(2\cdot a+b)+c)+d)+e)+f)+g)+h)+i$

8 Multiplikationen