Prof. Dr. L. Paditz, 10.01.2014

**Ü-Aufg. zur WR 8.3 und 11.4-5**

================================

**Aufg. 8.3**

=========

$$k:=\frac{1}{\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} 1+x*y*(x^2-y^2)\,dy\,dx}$$

$$\frac{1}{4}$$

P((X,Y)∈B):

$$\int_{0}^{1}\int_{0}^{1-x}\frac{1+x*y*(x^2-y^2)}{4}\,dy\,dx$$

$$\frac{1}{8}$$

Die gemeinsame Dichte läßt sich nicht faktorisieren:

$f(x,y)\neq f_x(x)*f_y(y)$

Damit sind die Zufallsgrößen X,Y nicht stochastisch unabhängig,

d.h. sie sind stochastisch abhängig.

**Randdichten:**

Define $f_x(x)=\int_{-1}^{1}\frac{1+x*y*(x^2-y^2)}{4}\,dy$

done

$f_x(x)$

$$\frac{1}{2}$$

Damit gilt:

$$f_x(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}, -1\le x\le 1\\ 0,\ \text{sonst}\end{cases}$$

analog:

Define $f_y(y)=\int_{-1}^{1}\frac{1+x*y*(x^2-y^2)}{4}dx$

done

$f_y(y)$

$\frac{1}{2}$

$$f_y(y)=\begin{cases}\frac{1}{2}, -1\le y\le 1\\ 0,\ \text{sonst}\end{cases}$$

klar: $\frac{1+x*y*(x^2-y^2)}{4}\neq\frac{1}{2}*\frac{1}{2}$

**Aufg. 11.4** geg. E(X)=2, E(Y)=3

==========

a) $P(\{X\le 2\}\cap\{Y\le 2\})=P(\{X\le 2\})*P(\{Y\le 2\})$ wegen der stoch. Unabh.

poissonCDf(2,2)*poissonCDf(2,3)

0.2863627475

b) $P(\{X+Y>4\})=1-P(\{X+Y\le 4\})$

$$1-\sum_{x=0}^{4}\left(\sum_{y=0}^{4-x}(\text{poissonPDf}(x,2)*\text{poissonPDf}(y,3))\right)$$

$$-\sum_{x=0}^{4}\left(\sum_{y=0}^{-x+4}(\text{poissonPDf}(x,2)\cdot\text{poissonPDf}(y,3))\right)+1$$

$$1-\sum_{x=0}^{4}\left(\text{poissonPDf}(x,2)*\sum_{y=0}^{4-x}(\text{poissonPDf}(y,3))\right)$$

$$-\sum_{x=0}^{4}\left(\sum_{y=0}^{-x+4}(\text{poissonPDf}(y,3))\cdot\text{poissonPDf}(x,2)\right)+1$$

$$1-\sum_{x=0}^{4}(\text{poissonPDf}(x,2)*\text{poissonCDf}(4-x,3))$$

0.5595067149

**Bem.:** poissonCDf(4−x, 3)=poissonCDf(0, 4−x, 3)

c) ges. $E(X)=\lambda$

Ansatz: $P(X\geq 1)\leq 0.8$, d.h.

$1-\text{poissonPDf}(0,\lambda)\leq 0.8$

solve(1−poissonPDf(0, λ)≤0.8, λ) ungültige Syntax

$\text{solve}(1-e^{-\lambda}*\frac{\lambda^0}{0!}\leq 0.8,\lambda)$

$\{\lambda\leq\ln(5)\}$

approx(ans)

$\{\lambda\leq 1.609437912\}$

**Aufg. 11.5**

ges. $P(\{I>6\})=P(\{\frac{U}{R}>6\})=P(\{U>6R\})=1-P(\{U\leq 6R\})$

a)

$$g(r)=\begin{cases}\frac{1}{20}, & 30\leq r\leq 50\\ 0, & \text{sonst}\end{cases}$$

$$h(u)=\begin{cases}\frac{1}{40}, & 200\leq u\leq 240\\ 0, & \text{sonst}\end{cases}$$

gemeinsame Dichte bei stoch. Unabhängigkeit:

f(r,u)=piecewise(30≤r≤50 und

200≤u≤240,((1)/(20))*((1)/(40)),piecewise(sonst,0,1/0))

$$P(\{U\le 6R\})=\int_{\frac{200}{6}}^{\frac{240}{6}}\int_{200}^{6r}\frac{1}{800}\,du\,dr+\int_{\frac{240}{6}}^{50}\int_{200}^{240}\frac{1}{800}\,du\,dr$$

$$P(\{U\le 6\cdot R\})=\frac{2}{3}$$

**Skizze** Integrationsbereich

$P(\{I>6\})=\frac{1}{3}$

b)

gemeinsame Dichte bei stoch. Unabhängigkeit:

$f(x,y)=\mathrm{normPDf}(r,\sqrt{10},40)*\mathrm{normPDf}(u,\sqrt{40},220)$

$$P(\{U\le 6R\})=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{6r}\mathrm{normPDf}(r,\sqrt{10},40)\mathrm{normPDf}(u,\sqrt{40},220$$

$$P(\{U\le 6\cdot R\})=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{6\cdot r}\mathrm{normPDf}(r,\sqrt{10},40)\cdot\mathrm{normPDf}(u,2\cdot\sqrt{10},$$

$$P(\{U\le 6R\})=\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{normPDf}(r,\sqrt{10},40)\mathrm{normCDf}(-\infty,6r,\sqrt{40},220$$

Abbruch – zu lange Rechenzeit

neuer Integrand und gekürztes Integrationsintervall:

$$P(\{U\le 6R\})=\int_{20}^{60}\mathrm{normPDf}(r,\sqrt{10},40)\mathrm{normCDf}(-\infty,6r,\sqrt{40},220$$

$$P(\{U\leq 6\cdot R\})=0.8413447459$$

$$P(\{U\leq 6R\})=\int_{10}^{70} \text{normPDf}(r,\sqrt{10},40)\,\text{normCDf}(-\infty,6r,\sqrt{40},220 \blacktriangleright$$

$$P(\{U\leq 6\cdot R\})=0.841344746$$

$$P(\{U\leq 6R\})=\int_{-100}^{100} \text{normPDf}(r,\sqrt{10},40)\,\text{normCDf}(-\infty,6r,\sqrt{40},2 \blacktriangleright$$

$$P(\{U\leq 6\cdot R\})=0.8413447461$$

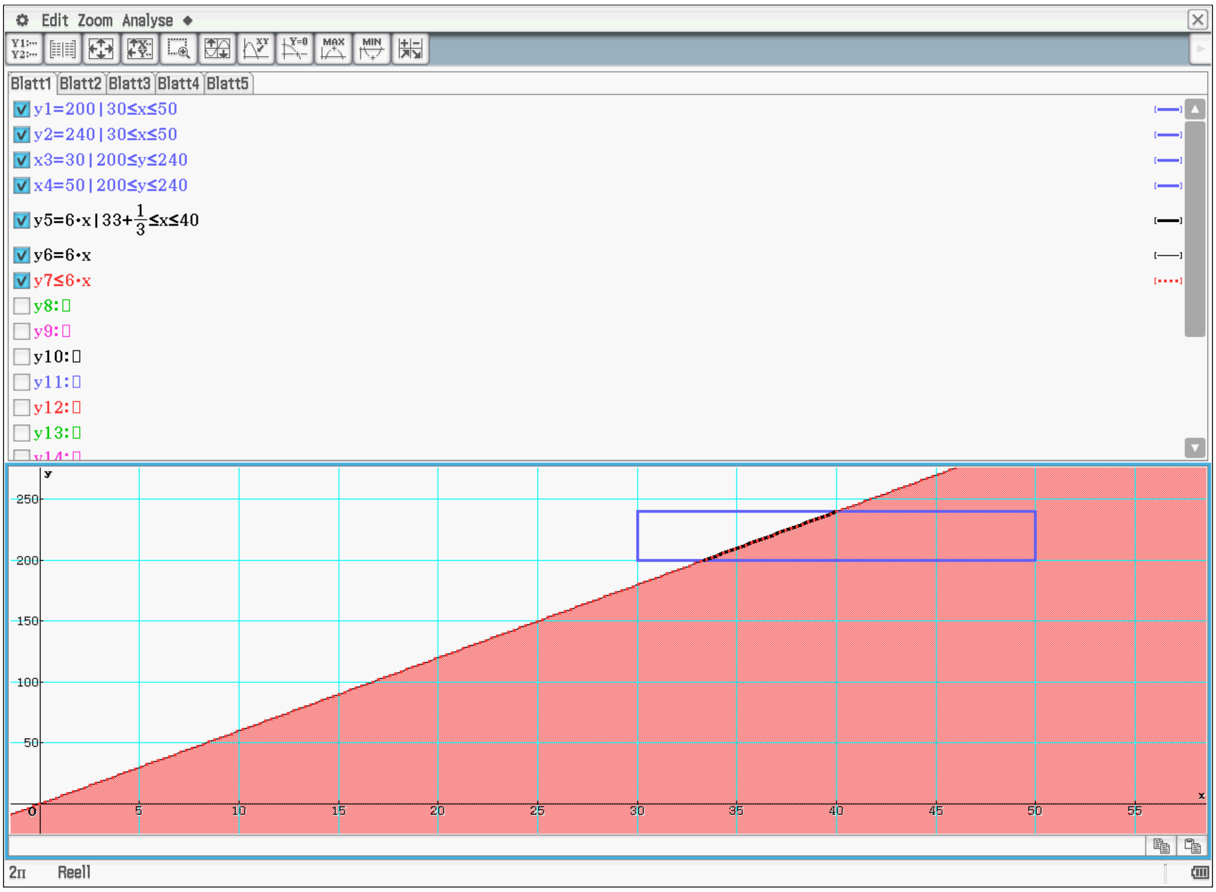
approx(1−ans)

$$-P(\{U\leq 6\cdot R\})+1=0.1586552539$$

□

**Ergebnis:** $P(\{I>6\})=0.1587$

## Skizze zu P(U≤6R)



## Skizze der Dichte aus Aufg. 8.3