HTW Dresden, Lehrbereich Mathematik

Prof. Dr. Ludwig Paditz

7. Mathematik-Intensivkurs 2016 (05.09.-28.09.2016)

==============================

Testat 1 (Prof. Scholz)

=====================

Aufg. 1

=======

Für welche $x \in \mathbf{R}$ ist der Term $\sqrt{8-2x^2}$ definiert?

Lösung per Hand:

$8-2x^2 \geq 0$ ergibt $2x^2 \leq 8$, d.h.

$x^2 \leq 4$ und $|x| \leq 2$ bzw.

$-2 \leq x \leq 2$, d.h. $x \in [-2;2]$

Ergebnis: $L=\{x|-2 \leq x \leq 2\}=[-2;2]$

Lösung im CAS:

solve($8-2x^2 \geq 0$, x)

$\{-2 \leq x \leq 2\}$

Aufg. 2

=======

Die Oberfläche A_0 einer Kegelstumpfes mit der Grundkreisradius

R, Deckkreisradius r und Mantellinie s berechnet sich nach

$A_0 = \pi\cdot[R^2+r^2+s(R+r)]$

Lösen Sie die Formel nach s auf.

Lösung per Hand:

$A_0 = \pi\cdot[R^2+r^2+s(R+r)] \quad |:\pi$

$\frac{A_0}{\pi} = R^2+r^2+s(R+r) \quad |-R^2-r^2$

$\frac{A_0}{\pi}-R^2-r^2 = s(R+r) \quad |:(R+r)$

$\frac{\frac{A_0}{\pi}-R^2-r^2}{(R+r)} = s$, d.h.

$s = \frac{1}{R+r}\cdot\left(\frac{A_0}{\pi}-R^2-r^2\right)$

Lösung im CAS: Syntax der Software beachten

normale Klammern (...)

Klammern für Matrizen und Vektoren [...]

Klammern für Datenlisten {...}

Die Eingabe $A_0 = \pi\cdot[R^2+r^2+s(R+r)]$

führt zur Fehlermeldung **"falscher Argumenttyp"**.

s(...) bezeichnet eine Funktion s mit dem Im Klammern stehenden Argument.

"Malpunkt" einfügen:

Die Eingabe $A_0 = \pi\cdot[R^2+r^2+s\cdot(R+r)]$

führt erneut zur Fehlermeldung **"falscher Argumenttyp".**
(falsche Klammern, runde Klammern setzen)

$A_0 = \pi\cdot\left(R^2+r^2+s\cdot(R+r)\right)$

$$0=\left(R^2+r^2+s\cdot(R+r)\right)\cdot\pi$$

Die Formeleingabe wird vom CAS akzeptiert, wobei A_0 durch 0 ersetzt wird.
(Die Variable A_0 hat den Inhalt 0, der gelöscht werden könnte?)

DelVar A_0 bringt die Fehlermeldung **"Verriegelt oder geschützt".**

Ausweg: die Systemvariable **A_0** durch eine andere Bezeichnung ersetzen: Ao

$Ao = \pi\cdot\left(R^2+r^2+s\cdot(R+r)\right)$

$$Ao=\left(R^2+r^2+s\cdot(R+r)\right)\cdot\pi$$

Nunmehr hat das CAS die Formel nach unserer Vorstellung angenommen.

Lösebefehl:

solve($Ao = \pi\cdot\left(R^2+r^2+s\cdot(R+r)\right)$, s)

$$\left\{s=\frac{-\left(\left(R^2+r^2\right)\cdot\pi-Ao\right)}{(R+r)\cdot\pi}\right\}$$

propFrac(ans)

$$\left\{s=\frac{-2\cdot r^2}{R+r}-R+r+\frac{Ao}{(R+r)\cdot\pi}\right\}$$

Die CAS-Lösungsdarstellungen entsprechen nicht zwingend unserer "per-Hand-Darstellung".

Umformung im CAS:

$$\text{simplify}\left(\frac{-2\cdot r^2}{R+r}-R+r\right)$$

$$\frac{-\left(R^2+r^2\right)}{R+r}$$

Das CAS hilft uns, die Richtigkeit einer Lösung zu überprüfen.

Aufg. 3

========

Fassen Sie zu ***einem*** Produkt dreier Faktoren zusammen:

(a+2b)(a-b)(b-2a)-b(6a-3b)(2b-2a).

Lösung per Hand:

(a+2b)(a-b)(b-2a)-b(6a-3b)**(2b-2a)** =

(a+2b)(a-b)(b-2a)**+2**b(6a-3b)**(a-b)** =

(a-b)((a+2b)(b-2a)+2b**(6a-3b)**) =

(a-b)((a+2b)(b-2a)**-3**·2b**(b-2a)**) =

(a-b)(b-2a)((a+2b)-3·2b) **=**

(a-b)(b-2a)(a-4b)

schrittweise Kontrolle im CAS:	f(x)=

Die 4. Zeile wird als nicht äquivalent erkannt.

zuerst muss hinter einem Variablennamen ein Malpunkt eingefügt werden:

(a+2b)(a−b)(b−2a)−b*(6a−3b)**(2b−2a)** =

(a+2b)(a−b)(b−2a)**+2b***(6a−3b)**(a−b)** =

(a−b)((a+2b)(b−2a)+2b***(6a−3b)**) =

(a−b)((a+2b)(b−2a)**−3**·2b***(b−2a)**) =

(a−b)(b−2a)((a+2b)−3·2b) **=**

(a−b)(b−2a)(a−4b)

schrittweise Kontrolle im CAS:

Nunmehr bestätigt das CAS die Rechenschritte!

Lösung im CAS:

factor((a+2b)(a−b)(b−2a)−b*(6a−3b)(2b−2a))

$-(a-b)\cdot(a-4\cdot b)\cdot(2\cdot a-b)$

hingegen: (ohne * nach b)

factor((a+2b)(a−b)(b−2a)−b(6a−3b)(2b−2a))

$(a-b)\cdot\left(2\cdot b(6\cdot a-3\cdot b)-2\cdot a^2+2\cdot b^2-3\cdot a\cdot b\right)$

Kontrolle mit dem judge-Befehl:

judge((a+2b)(a−b)(b−2a)−b*(6a−3b)(2b−2a)=(a−b)(b−2a)(a

TRUE

hingegen: (ohne * nach b)

judge((a+2b)(a−b)(b−2a)−b(6a−3b)(2b−2a)=(a−b)(b−2a)(a−

Undefined

Aufg. 4

=======

Vereinfachen Sie so weit wie möglich (a, b, c, x, y, z > 0)

a) $\dfrac{1-\dfrac{1}{a^2}}{1+\dfrac{a-\dfrac{a^2-1}{a}}{a}}$ b) $\left(\dfrac{x^3y^{-5}2z^4\sqrt{y^{20}}}{(xyz)^4\left(\dfrac{x}{y}\right)^{-1}}\right)^2$

c) $\left(\dfrac{-a^{-2}x^4y^{-6}}{(-b)^3c^{-4}z^{-5}}\right)^2 : \left(\dfrac{a^{-3}b^{-5}x^3}{c^{-5}y^6z^{-7}}\right)^3$

Lösung im CAS:

zu a) Doppelbruch

$$\text{simplify}\left(\dfrac{1-\dfrac{1}{a^2}}{1+\dfrac{a-\dfrac{a^2-1}{a}}{a}}\right)$$

$$\dfrac{(a+1)\cdot(a-1)}{a^2+1}$$

Nebenrechn. (Division durch Null?)

$$\text{solve}\left(1+\dfrac{a-\dfrac{a^2-1}{a}}{a}=0, a\right)$$

No Solution

zu b) Potenzen und Wurzeln

$$\text{simplify}\left(\left(\dfrac{x^3y^{-5}2z^4\sqrt{y^{20}}}{(xyz)^4\left(\dfrac{x}{y}\right)^{-1}}\right)^2\right)$$

$$\frac{4\cdot x^{8}\cdot y^{8}\cdot z^{8}}{xyz^{8}}$$

Der dreibuchstabige Name wird nicht vereinfacht. "Malpunkt" einfügen.

$$\text{simplify}\left(\left(\frac{x^{3}y^{-5}2z^{4}\sqrt{y^{20}}}{(x*y*z)^{4}\left(\frac{x}{y}\right)^{-1}}\right)^{2}\right)$$

$$4$$

zu c) Doppelbruch mit Potenzen

$\text{simplify}\left(\left(\frac{-a^{-2}x^{4}y^{-6}}{(-b)^{3}c^{-4}z^{-5}}\right)^{2}:\left(\frac{a^{-3}b^{-5}x^{3}}{c^{-5}y^{6}z^{-7}}\right)^{3}\right)$ ergibt

Fehlermeldung.

(Divisionszeichen : durch / ersetzen)

Das "Doppelpunkt"-Zeichen : trennt zwei Eingaben und ist im CAS kein Divisionszeichen:

Die Eingabe mit "Doppelpunkt"-Zeichen :

$$\left(\frac{-a^{-2}x^{4}y^{-6}}{(-b)^{3}c^{-4}z^{-5}}\right)^{2}:\left(\frac{a^{-3}b^{-5}x^{3}}{c^{-5}y^{6}z^{-7}}\right)^{3}$$

$$\frac{c^{15}\cdot x^{9}\cdot z^{21}}{a^{9}\cdot b^{15}\cdot y^{18}}$$

entspricht der Eingabe des letzten Befehls:

$$\left(\frac{a^{-3}b^{-5}x^{3}}{c^{-5}y^{6}z^{-7}}\right)^{3}$$

$$\frac{c^{15}\cdot x^{9}\cdot z^{21}}{a^{9}\cdot b^{15}\cdot y^{18}}$$

korrekte Eingabe:

$$\text{simplify}\left(\left(\frac{-a^{-2}x^{4}y^{-6}}{(-b)^{3}c^{-4}z^{-5}}\right)^{2} / \left(\frac{a^{-3}b^{-5}x^{3}}{c^{-5}y^{6}z^{-7}}\right)^{3}\right)$$

$$\frac{a^{5}\cdot b^{9}\cdot y^{6}}{c^{7}\cdot x\cdot z^{11}}$$

Eine schrittweise Umformung per Hand kann wieder im CAS kontrolliert werden.

zu a)

Hintergrundfenster zur Termumformung mit Rechenkontrolle f(x)=

zu b)

Hintergrundfenster zur Termumformung mit Rechenkontrolle f(x)=

zu c)

Hintergrundfenster zur Termumformung mit Rechenkontrolle f(x)=

Anmerkung:

Die korrekte Einhaltung der Syntax der Befehle (z.B. a*(b+c) statt a(b+c)) und die korrekte Benutzung von Zeichen (z.B. Division mit / statt : eingeben) spielt auch in anderen Softwareanwendungen eine wichtige Rolle, z.B. bei der Tabellenkalkulation (Excel).

z.B. =sum(A1:A3) statt =sum[A1:A3] oder =sum(A1-A3)

für die Summation der Zelleninhalte A1 bis A3

Hintergrundfenster Tabellenkalkulation

Download als pdf:

http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/Testat1-Prof_Scholz.pdf