HTW Dresden, Lehrbereich Mathematik 24.08.2015
Prof. Dr. Ludwig Paditz

Untersuchung zum Summen- und Produktzeichen in CAS
==

ClassPad-Manager-Subscription (Version 02.00.4000)

In der Bedienungsanleitung werden das Summen- $\sum_{k=m}^{n}(a(k))$

und Produktzeichen $\prod_{k=m}^{n}(b(k))$

(alternative Eingabe $\sum(a(k),k,m,n)$ bzw. $\prod(b(k),k,m,n)$
über das Aktionsmenü, Untermenü Berechnungen)
nur für den Fall $m \le n$ beschrieben. Der Index hat die Schrittweite 1.
Es zeigt sich jedoch, dass der Summen- und Produktoperator auch im Fall $n<m$ Ergebnisse liefern kann, die in der Bedienungsanleitung nicht dokumentiert sind.

Beispiel mit variablen Summanden:
==============================

Define $f(n)=\sum_{k=1}^{n}(k+3)$

done

1. Fall $n \ge 1$ (nichtfallende Indexmenge)
Summation wie üblich mit Schrittweite 1

f(3)=sum(seq(k+3,k,1,3))

15=15

f(2)=sum(seq(k+3,k,1,2))

9=9

f(1)=sum(seq(k+3,k,1,1))

4=4

2. Fall n<1 (fallende Indexmenge)

Fall 2.1 n=0<1: Ergebnis 0 (unabhängig vom Element a(k))

f(0)

0

sum(seq(k+3,k,1,0)) ergibt eine Fehlermeldung.

Fall 2.2 n<0<1: statt Addition wird eine Subtraktion durchgeführt.

Schrittweite −1

f(−1)

−3

$\sum_{k=1}^{-1}(k+3)$=sum(seq(−k−3,k,0,0,−1))

−3=−3

f(−2)

−5

$\sum_{k=1}^{-2}(k+3)$=sum(seq(−k−3,k,0,−1,−1))

−5=−5

f(−3)

−6

$$\sum_{k=1}^{-3} (k+3) = \mathrm{sum}(\mathrm{seq}(-k-3, k, 0, -2, -1))$$

$-6=-6$

Man beachte die Auslassung **zweier** Indizes (Randindizes).

Beispiel mit konstanten Summanden:

==================================

Define $f(n) = \sum_{k=1}^{n} (2)$

done

1. Fall n≥1 (nichtfallende Indexmenge)

Summation wie üblich wie üblich mit Schrittweite 1

f(3)=3*2

6=6

f(2)=2*2

4=4

f(1)=1*2

2=2

2. Fall n<1 (fallende Indexmenge)

Fall 2.1 n=0<1: Ergebnis 0 (unabhängig vom Element a(k))

f(0)

0

Fall 2.2 n<0<1: statt Addition wird eine Subtraktion durchgeführt.

Schrittweite −1

f(−1)=sum(seq(−2,k,0,0,−1))

−2=−2

f(-2)=sum(seq(-2,k,0,-1,-1))

-4=-4

f(-3)=sum(seq(-2,k,0,-2,-1))

-6=-6

Man beachte die Auslassung **zweier** Indizes (Randindizes).

Beispiel mit variablen Faktoren:

==========================

Define $f(n)=\prod_{k=1}^{n}\left(k^2\right)$

done

1.Fall n≥1 (nichtfallende Indexmenge)

Produktbildung wie üblich mit Schrittweite 1

f(3)=prod(seq(k^2,k,1,3,1))

36=36

f(2)=prod(seq(k^2,k,1,2,1))

4=4

f(1)=prod(seq(k^2,k,1,1,1))

1=1

2.Fall n<1 (fallende Indexmenge)

Fall 2.1 n=0<1: Ergebnis **1** (unabhängig vom Element b(k))

f(0)

1

Fall 2.2 n<0: nicht definiert bei variablem b(k)=k^2

f(-1)

Undefined

f(-2)

Undefined

f(−3)

Undefined

Beispiel mit konstanten Faktoren:

================================

Define $f(n)=\prod_{k=1}^{n}(2)$

done

1.Fall n≥1 (nichtfallende Indexmenge)

Produktbildung wie üblich mit Schrittweite 1

f(3)

8

f(2)

4

f(1)

2

2.Fall n<1 (fallende Indexmenge)

Fall 2.1 n=0<1: Ergebnis **1** (unabhängig vom Element b(k))

f(0)

1

Fall 2.2 n<0<1: statt Multiplikation wird

Division(Kehrwertbildung) durchgeführt

$f(-1)=prod(seq(\frac{1}{2},k,0,0,-1))$

$\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

$f(-2)=prod(seq(\frac{1}{2},k,0,-1,-1))$

$$\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$$

$$f(-3)=\mathrm{prod}(\mathrm{seq}(\frac{1}{2},k,0,-2,-1))$$

$$\frac{1}{8}=\frac{1}{8}$$

Es gilt für konstante Faktoren (bei nichtkonstanten Faktoren könnte Division durch Null entstehen):

$$\prod_{k=1}^{-3}(2)=\prod_{k=1}^{3}\left(2^{-1}\right)$$

$$\frac{1}{8}=\frac{1}{8}$$

$$\prod_{k=-1}^{-3}(2)$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\prod_{k=0}^{-3}(2)$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\prod_{k=-1}^{-4}(2)$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\prod_{k=-11}^{-14}(2)$$

$$\frac{1}{4}$$

Man beachte die Verkürzung des Indexbereiches um zwei Einheiten.