HTW Dresden, Lehrbereich Mathematik   31.08.2015
Prof. Dr. Ludwig Paditz

Mathe-Selbsttest für den Brückenkurs 2015

Quelle:
https://ilias2.hs-karlsruhe.de/ilias44/
goto.php?target=tst_146&client_id=ilias44

Start:
Ein aussagekräftiges Ergebnis erhalten Sie nur dann, wenn Sie den Test innerhalb der Bearbeitungszeit und selbstständig bearbeiten.
Halten Sie sich Stift und Papier als Hilfsmittel bereit.
☑ Hiermit bestätige ich, dass ich den Test selbstständig durchführen werde.

Bearbeitungshinweise:
Bitte geben Sie die Antwort immer als kommagetrennte Dezimalzahl ein und runden Sie auf **zwei** Nachkommastellen,

z.B. $\frac{1}{3}$ als 0,33.

Falls Sie eine Hochzahl eingeben müssen, benutzen Sie bitte das Zeichnen ^, z.B. x^2 als **x^2**.
Lösungsmengen **L** trennen Sie bitte mit Semikolon, z.B.
L={-1;2}

Aufgabe 1: Bruchrechnen

==========

Vereinfachen Sie den Term $\frac{26*5^{m}-5^{m}}{5^{m+2}}$.

Lösung:

$$\frac{26*5^{m}-5^{m}}{5^{m+2}}=\frac{25*5^{m}}{5^{m+2}}=\frac{5^{m+2}}{5^{m+2}}=1$$

im CAS:

$$\frac{26*5^{m}-5^{m}}{5^{m+2}}$$

$$\frac{25}{5^{2}}$$

simplify(ans)

1

Aufgabe 2: quadratische Gleichung

==========

Für welche Werte $c \in R$ hat folgende quadratische Gleichung keine, eine oder zwei Lösungen?

$x^{2}-2x-c=0$

Fallunterscheidungen ergänzen:

... für c< ...

... für c= ...

... für c> ...

Lösung:

quadratische Ergänzung

$x^2-2x-c = x^2-2x+1-1-c = (x-1)^2-(1+c) = 0$

- gilt für $c=-1$ nur mit $x=1$
- gilt in **R** nicht für $c<-1$
- gilt für $c>-1$ mit $x=1\pm\sqrt{1+c}$

Fallunterscheidungen ergänzt:

... für $c< -1$

... für $c= -1$

... für $c> -1$

im CAS:

solve($x^2-2x-c=0$, x)

$\{x=-\sqrt{c+1}+1, x=\sqrt{c+1}+1\}$

solve($x^2-2x-c=0 | c=-1$, x)

$\{x=1\}$

solve($x^2-2x-c=0 | c>-1$, x)

$\{x=-\sqrt{c+1}+1, x=\sqrt{c+1}+1\}$

solve($x^2-2x-c=0 | c<-1$, x)

No Solution

$x^2-2x-c=0 | c=-1$

$x^2-2\cdot x+1=0$

factor(ans)

$(x-1)^2=0$

Aufgabe 3: Logarithmen

==========

Lösen Sie die logarithmische Gleichung.

$2\lg(x)-\lg(x+2)=0$, $x=\ ...$

Lösung:

$$2\lg(x)-\lg(x+2)=\lg\left(\frac{x^2}{x+2}\right)=0$$

ergibt

$\frac{x^2}{x+2}=1$, d.h. $x^2=x+2$

Hieraus $x^2-x-2=0$

und

$x=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}+2}=\frac{1}{2}\pm\frac{3}{2}=2$,

die negative Lösung entfällt, da lg(−1) nicht definiert ist.

L={2}

im CAS:

solve(2log(x)−log(x+2)=0)

{x=2}

Aufgabe 4: Potenzgesetze

==========

Bestimmen Sie die Unbekannte x.

$\frac{5^{3x+2}}{5^{x-1}}=5^3$, $x=\ ...$

Lösung:

$\frac{5^{3x+2}}{5^{x-1}}=5^3$ ergibt

$5^{3x+2}=5^{x-1}*5^3=5^{x+2}$

hieraus $3x+2=x+2$

somit $x=0$.

im CAS:

$$\text{solve}\left(\frac{5^{3x+2}}{5^{x-1}}=5^3, x\right)$$

$\{x=0\}$

Aufgabe 5: Wurzelgleichung

==========

Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Wurzelgleichung.

$2+\sqrt{3x(x-2)}=x$, L= { ... }

Lösung:

$2+\sqrt{3x(x-2)}=x$ ergibt

$\sqrt{3x(x-2)} = x-2$ mit $x\geq 2$ (pos. Wurzel)

Man erkennt unschwer $x=2$ als Lösung.

Quadrieren $3x(x-2) = (x-2)^2$

hieraus für $x\neq 2$: $3x=x-2$

somit $x=-1$ (Scheinlösung, Probe!)

und **L={2}**

im CAS:

$\text{solve}(2+\sqrt{3x*(x-2)}=x, x)$

$\{x=2\}$

Bem.:

$\text{solve}(2+\sqrt{3x(x-2)}=x, x)$

$$\{\sqrt{3\cdot x(x-2)}-x+2=0\}$$

Ohne den "Malpunkt" * erfolgt keine Lösung, da im CAS x(...) als (unbekannte) Funktion gedeutet wird.

Aufgabe 6: Betragsgleichung

==========

Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichung.

$|2x-1|=3x-4$, L= { ... }

Lösung:

Fall 1 $x\geq\frac{1}{2}$ ergibt

$2x-1=3x-4$

hieraus $x=3$

und **L1={3}**

Fall 2 $x<\frac{1}{2}$ ergibt

$-2x+1=3x-4$

hieraus $x=1$ (Scheinlösung)

L2={ }=∅

Ergebnis: L={3}

im CAS:

solve(|2x−1|=3x−4, x)

$$\{x=3\}$$

Aufgabe 7: Parabel durch 3 Punkte

==========

Bestimmen Sie die Gleichung der Parabel, die durch die Punkte A=(0,0), B=(6,0) und C=(1,5) geht.

y= □ x^2 + □ x + □ .

Lösung:

$y= a*x^2 + b*x + c \;|x=0$ and $y=0 \Rightarrow Gl1$

$$0=c$$

$y= a*x^2 + b*x + c \;|x=6$ and $y=0 \Rightarrow Gl2$

$$0=36\cdot a+6\cdot b+c$$

$y= a*x^2 + b*x + c \;|x=1$ and $y=5 \Rightarrow Gl3$

$$5=a+b+c$$

$$\left.\begin{cases} Gl1 \\ Gl2 \\ Gl3 \end{cases}\right|_{a,b,c}$$

$$\{a=-1, b=6, c=0\}$$

Ergebnis: $y= -1*x^2+6*x = -x^2+6x$

Aufgabe 8: Schnittpunkt zweier Geraden

==========

Bestimmen Sie die Schnittpunkte der Kurven.

y=2x−2 und y=−0,75x+3, S(...|...)

Lösung:

$$\left.\begin{cases} y=2x-2 \\ y=-0,75x+3 \end{cases}\right|_{x,y}$$

No Solution

Komma als Dezimalpunkt eingeben!

$$\begin{cases} y=2x-2 \\ y=-0.75x+3 \end{cases}\Bigg|_{x,y}$$

$$\left\{x=\frac{20}{11}, y=\frac{18}{11}\right\}$$

$S\left(\frac{20}{11} \mid \frac{18}{11}\right)$

$\text{approx}\left(\frac{20}{11}\right)$

$$1.818181818$$

$\text{approx}\left(\frac{18}{11}\right)$

$$1.636363636$$

S(1,82|1,64)

Aufgabe 9: Geradenschnitt in Anwendungsaufgabe
==========

Zwei Züge fahren mit unterschiedlichen, aber jeweils konstanten Geschwindigkeiten (80km/h bzw. 60km/h) aufeinander zu. Zur Zeit t=0 sind sie 20km voneinander entfernt. Bestimmen Sie die Zeit und den Ort der Begegnung. Die Züge begegnen sich zum Zeitpunkt t= ... Stunden

Zwischen t=0 und der Begegnung ist der erste Zug (Geschwindigkeit 80km/h) ... km weit gefahren.

Lösung: bekannt $v=\frac{s}{t}$

v ... Geschw., s ... Weg, t ... Zeit

Ansatz: 80t=s und 60t=20−s

$$\begin{cases} 80t=s \\ 60t=20-s \end{cases}\Bigg|_{s,t}$$

$$\left\{s=\frac{80}{7}, t=\frac{1}{7}\right\}$$

approx(ans)

$$\{s=11.42857143, t=0.1428571429\}$$

s = 11,43km und **t = 0,14 Stunden**

Aufgabe 10: Trigonometrie in Anwendungsaufgabe

===========

In Oberstdorf befindet sich eine der größten Skiflugschanzen der Welt. Sie wird auch 'Himmelsguckloch' genannt. Die horizentale Länge beträgt 113m. Die Schanze hat eine Neigung von 30°. Welchen Höhenunterschied hat die Anlaufbahn und wie lang ist sie?

Höhenunterschied: ... m, Länge: ... m

Lösung:

Ansatz $\frac{h}{113}=\tan(30°)$ und $\frac{113}{l}=\cos(30°)$ ergibt

h=113*tan(30°)

$$h=\frac{113\cdot\sqrt{3}}{3}$$

approx(ans)

$$h=65.24058042$$

$$l=\frac{113}{\cos(30°)}$$

$$l=\frac{226\cdot\sqrt{3}}{3}$$

approx(ans)

$$l=130.4811608$$

Höhenunterschied: 65,24m, Länge: 130,48m

Aufgabe 11: Funktionsverschiebung
===========

Das Schaubild der Funktion f mit der Gleichung $f(x)=(x-2)^2+3$ ist im Vergleich zum Schaubild der Normalparabel um ... Einheiten nach ... und ... Einheiten nach ... verschoben.

Lösung:
... um **2** Einheiten nach **rechts** und **3** Einheiten nach **oben** verschoben.

Aufgabe 12: Betragsungleichung
===========
Für welche Werte x ist die folgende Ungleichung erfüllt?
$\frac{|x+5|}{|2x+1|} < 1$, $x<$ ... oder $x>$ ...

Lösung:
$|x+5| < |2x+1|$

kritische Punkte $x=-5$ und $x=-\frac{1}{2}$

Fall 1 $\mathbf{x \leq -5}$
$-x-5 < -2x-1$ ergibt
$x<4$, $L1=(-\infty,-5]$

Fall 2 $\mathbf{-5 < x \leq -\frac{1}{2}}$
$x+5 < -2x-1$ ergibt

$3x < -6$ und $x < -2$

$L2=(-5,-2)$

Fall 3 $x > -\frac{1}{2}$

$x+5 < 2x+1$ ergibt

$4 < x$, $L3=(4,\infty)$

Ergebnis $x<-2$ oder $x>4$.