

Einführung in die CAS-Software (ClassPad)

Kurs Prof. Scholz:

Rechnen mit reellen Zahlen:

Ü1. Summen und Differenzen

$3*x - 2*y + 5*z \Rightarrow A$	$3 \cdot x - 2 \cdot y + 5 \cdot z$
$2*x + 5*y + 3*z \Rightarrow B$	$2 \cdot x + 5 \cdot y + 3 \cdot z$
$x - y + 2*z \Rightarrow C$	$x - y + 2 \cdot z$
$A + B - C \Rightarrow S_1$	$4 \cdot x + 4 \cdot y + 6 \cdot z$
$A - B + C \Rightarrow S_2$	$2 \cdot x - 8 \cdot y + 4 \cdot z$
$-A + B + C \Rightarrow S_3$	$6 \cdot y$

Ü2. Summen und Differenzen

$4*x - 5*y + 2*z \Rightarrow A$	$4 \cdot x - 5 \cdot y + 2 \cdot z$
$-5*x + 7*y - 3*z \Rightarrow B$	$-5 \cdot x + 7 \cdot y - 3 \cdot z$

$$x+4*y-z \Rightarrow C$$

$$x+4*y-z$$

$$7*x-10*y+2*z \Rightarrow D$$

$$7*x-10*y+2*z$$

$$A-B-C \Rightarrow S_1$$

$$8*x-16*y+6*z$$

$$B-C+D \Rightarrow S_2$$

$$x-7*y$$

$$C-D-A \Rightarrow S_3$$

$$-10*x+19*y-5*z$$

$$D+A-B \Rightarrow S_4$$

$$16*x-22*y+7*z$$

Ü3. Zusammenfassen

a)

$$6*a - 2*b + 6*c + 7*a - 6*b + 9*c - (3*a + 2*b + 5*c) - (13*b - 18*a - 3*c) \rightarrow$$

$$a - 47*b + c$$

b)

$$18*a - 7*x - (a - 23 - 4*x) - (-11*x + 31) - (3*x - a - 7) - (-10*x) - (17 \rightarrow$$

$$-x + a + 18$$

c)

$$20*x - 3*y - (2*x - 3*y - (5*x + 3*y - (-7*y + 2*x + 3*x - 9*y + 18*x + 18 \rightarrow$$

$$y$$

Hinw.: hier nur runde Klammern erlaubt!

(eckige Klammern [...] für Vektoren/Matrizen)

(geschweifte Klammern {...} für Listen)

Ü4. Zusammenfassen mit "simplify"

a)

$$5*(m-n) - 7*(m-2*n) - 4*(m+3*n) + 3*(2*m+3*n)$$

$$-4 \cdot (m+3 \cdot n) + 3 \cdot (2 \cdot m+3 \cdot n) + 5 \cdot (m-n) - 7 \cdot (m-2 \cdot n)$$

simplify(ans)

$$6 \cdot n$$

b)

$$7*x*(2*y-x)+5*(x^2-2*x*y+y^2)-2*(y^2-x^2)-3*y*(x+y)$$

$$5 \cdot (x^2+y^2-2 \cdot x \cdot y) + 2 \cdot (x^2-y^2) - 3 \cdot y \cdot (x+y) - 7 \cdot x \cdot (x-2 \cdot y)$$

simplify(ans)

$$x \cdot y$$

Hinw. 1: Syntax $x(\dots)$ bedeutet Funktion x ,

Syntax $x*(\dots)$ bedeutet Multiplikation mit x

Hinw. 2: xy bedeutet zweibuchstabiger Variablenname

alternativ \mathbf{xy} für $x*y$ nutzen,

\mathbf{x}, \mathbf{y} (kursiv) gelten als einbuchstabige Variable.

c)

$$2*(a-3*b+c)+d*(3-a)-c-a*(2-d)-3*(d-2*b)$$

$$-d \cdot (a-3) + a \cdot (d-2) + 2 \cdot (a-3 \cdot b+c) + 3 \cdot (2 \cdot b-d) - c$$

simplify(ans)

$$c$$

d)

$$a*(2*b+c)-b*(c+2*a)+c*(b-a)$$

$$-c \cdot (a-b) - b \cdot (2 \cdot a+c) + a \cdot (2 \cdot b+c)$$

simplify(ans)

$$0$$

e)

$$3*(3*a-2*b)-(3*(2*a-4*b-c)-2*(a-2*c+4*b))$$

$$2 \cdot (a+4 \cdot b-2 \cdot c) - 3 \cdot (2 \cdot a-4 \cdot b-c) + 3 \cdot (3 \cdot a-2 \cdot b)$$

simplify(ans)

$$5 \cdot a + 14 \cdot b - c$$

f)

$$5 \cdot (a^3 - a^2 \cdot b + b^3) - a^2 \cdot (3 \cdot a + 2 \cdot b) - a \cdot b \cdot (2 \cdot b - 7 \cdot a) + 2 \cdot (b^3 - a^2 \cdot (3 \cdot a + 2 \cdot b) + 5 \cdot (a^3 + b^3 - a^2 \cdot b) - 2 \cdot (a^3 - b^3 - a \cdot b^2) + a \cdot b \cdot (7 \cdot a - 2 \cdot b))$$

simplify(ans)

$$7 \cdot b^3$$

g)

$$x^5 \cdot (x^2 - 2 \cdot y \cdot (x - 2 \cdot y)) - 8 \cdot x \cdot y^3 \cdot (x^3 - 2 \cdot x \cdot y \cdot (x + 2 \cdot y)) - 8 \cdot y^5 \cdot (x^2 - 2 \cdot y \cdot (x - 2 \cdot y)) - 8 \cdot x \cdot y^3 \cdot (x^3 - 8 \cdot y^3 - 2 \cdot x \cdot y \cdot (x + 2 \cdot y)) + 2 \cdot y \cdot (x^2 - 2 \cdot y \cdot (x - 2 \cdot y))$$

simplify(ans)

$$x^7 + 128 \cdot y^7 + 64 \cdot x^2 \cdot y^5$$

Ü5. Ausmultiplizieren und Zusammenfassen

a)

$$(a - b) \cdot (x + y)$$

$$(x + y) \cdot (a - b)$$

expand(ans)

$$a \cdot x - b \cdot x + a \cdot y - b \cdot y$$

b)

$$(m + n) \cdot (x - y)$$

$$(x - y) \cdot (m + n)$$

expand(ans)

$$m \cdot x + n \cdot x - m \cdot y - n \cdot y$$

c)

$$(3 \cdot a + 2 \cdot x) \cdot (2 \cdot a - 3 \cdot x)$$

$$-(3 \cdot x - 2 \cdot a) \cdot (2 \cdot x + 3 \cdot a)$$

expand(ans)

$$-6 \cdot x^2 + 6 \cdot a^2 - 5 \cdot a \cdot x$$

d)

$$(5 \cdot a^2 + 3 \cdot a - 2) \cdot (2 \cdot a + 3)$$

$$(5 \cdot a^2 + 3 \cdot a - 2) \cdot (2 \cdot a + 3)$$

expand(ans)

$$10 \cdot a^3 + 21 \cdot a^2 + 5 \cdot a - 6$$

e)

$$(x^2 + x \cdot y + y^2) \cdot (x - y)$$

$$(x^2 + y^2 + x \cdot y) \cdot (x - y)$$

expand(ans)

$$x^3 - y^3$$

f)

$$(4 \cdot x^3 - 5 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 1) \cdot (x^2 + x + 1)$$

$$(x^2 + x + 1) \cdot (4 \cdot x^3 - 5 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 1)$$

expand(ans)

$$4 \cdot x^5 - x^4 + 2 \cdot x^3 - x^2 + 4 \cdot x + 1$$

Ü6. Ausklammern

a)

$$4 \cdot a^2 + 5 \cdot a \cdot b + 6 \cdot a \cdot c$$

$$4 \cdot a^2 + 5 \cdot a \cdot b + 6 \cdot a \cdot c$$

factor(ans)

$$a \cdot (4 \cdot a + 5 \cdot b + 6 \cdot c)$$

b)

$$6 \cdot m^3 + 9 \cdot m^2 \cdot n + 3 \cdot m$$

$$6 \cdot m^3 + 9 \cdot m^2 \cdot n + 3 \cdot m$$

factor(ans)

$$3 \cdot m \cdot (2 \cdot m^2 + 3 \cdot m \cdot n + 1)$$

c)

$$4 \cdot c^2 \cdot d + 8 \cdot c \cdot d - 2 \cdot c \cdot d^2$$

$$4 \cdot c^2 \cdot d - 2 \cdot c \cdot d^2 + 8 \cdot c \cdot d$$

factor (ans)

$$2 \cdot c \cdot d \cdot (2 \cdot c - d + 4)$$

d)

$$f \cdot g \cdot h + f \cdot g^2 \cdot h + f^2 \cdot g \cdot h + f \cdot g \cdot h^2$$

$$f^2 \cdot g \cdot h + f \cdot g^2 \cdot h + f \cdot g \cdot h^2 + f \cdot g \cdot h$$

factor (ans)

$$f \cdot g \cdot h \cdot (f + g + h + 1)$$

e)

$$7 \cdot u \cdot v \cdot w - 21 \cdot u \cdot v^2 \cdot w + 14 \cdot u^2 \cdot v \cdot w$$

$$14 \cdot u^2 \cdot v \cdot w - 21 \cdot u \cdot v^2 \cdot w + 7 \cdot u \cdot v \cdot w$$

factor (ans)

$$7 \cdot u \cdot v \cdot w \cdot (2 \cdot u - 3 \cdot v + 1)$$

f)

$$(x - y) \cdot (3 \cdot x - 5 \cdot y) - (y - x) \cdot (5 \cdot x - 8 \cdot y) - (x - y) \cdot (x - 2 \cdot y)$$

$$-(x - 2 \cdot y) \cdot (x - y) + (x - y) \cdot (3 \cdot x - 5 \cdot y) + (x - y) \cdot (5 \cdot x - 8 \cdot y)$$

factor (ans)

$$(x - y) \cdot (7 \cdot x - 11 \cdot y)$$

g)

$$(5 \cdot a^5 + 3 \cdot a^4 \cdot y - 2 \cdot a^3 \cdot y^2) \cdot 3 \cdot a^2 \cdot y - 3 \cdot a^5 \cdot y \cdot (5 \cdot a^2 + 3 \cdot a \cdot y)$$

$$3 \cdot a^5 \cdot y \cdot (2 \cdot y^2 - 5 \cdot a^2 - 3 \cdot a \cdot y) - 3 \cdot a^2 \cdot y^4 \cdot (3 \cdot y^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot y) + 3 \cdot a^2 \cdot y \cdot ($$

factor (ans)

0

h)

$$(3*x - 7*y)*(5*x + 8*y) - (3*x - 7*y)*(11*x + 9*y) - (7*y - 3*x)*(\boxed{ })$$
$$-(11*x + 9*y)*(3*x - 7*y) + (5*x + 8*y)*(3*x - 7*y) + (13*x + 7*y)*(3*x \boxed{ })$$

factor(ans)

$$(3*x + 7*y)*(3*x - 7*y)$$

expand(ans)

$$9*x^2 - 49*y^2$$

i)

$$(a - 2*b)*(a - c) - (c - 2*b)*(2*b - a)$$

$$(a - 2*b)*(a - c) - (a - 2*b)*(2*b - c)$$

factor(ans)

$$(a - 2*b)^2$$

j)

$$(6*a - 3)*(a + 2) - (2*a + 4)*(3*a - 6) + (3*a + 6)*(9 - 6*a)$$

$$-(6*a - 9)*(3*a + 6) - (3*a - 6)*(2*a + 4) + (a + 2)*(6*a - 3)$$

factor(ans)

$$-18*(a + 2)*(a - 2)$$

expand(ans)

$$-18*a^2 + 72$$

factorOut(ans, 18)

$$-18*(a^2 - 4)$$

k)

$$(2*a - 3*b)*(8*a + b) + (3*b - 2*a)*(11*a - 5*b) - (3*b - 2*a)*(5*\boxed{ })$$

$$(8*a + b)*(2*a - 3*b) - (11*a - 5*b)*(2*a - 3*b) + (5*a - 9*b)*(2*a - 3*b)$$

factor(ans)

$$(2*a - 3*b)^2$$

l)

$$(6*a + 2)*(5*b - 1)*(c + 1) - (3*a + 1)*(1 - 5*b)*(-2*c - 2)$$

$$(c+1) \cdot (6 \cdot a + 2) \cdot (5 \cdot b - 1) - (5 \cdot b - 1) \cdot (3 \cdot a + 1) \cdot (2 \cdot c + 2)$$

factor(ans)

0

Bem.: Die Reihenfolge der Summanden ist vertauschbar und kann damit von der Darstellung der Handrechnung abweichen, z.B. **c)** und **d)**

$$\text{judge}(2*c*d*(2*c-d+4)=2*c*d*(2*c+4-d))$$

TRUE

$$\text{judge}(f*g*h*(f+g+h+1)=f*g*h*(1+g+f+h))$$

TRUE

stop

Ü7. binom. Formeln

a)

$$(a+b)^2 + (a-b)^2$$

$$(a-b)^2 + (a+b)^2$$

simplify(ans)

$$2 \cdot (a^2 + b^2)$$

b)

$$(a-b)^2 - (-a-b)^2$$

$$(a-b)^2 - (a+b)^2$$

simplify(ans)

$$-4 \cdot a \cdot b$$

c)

$$(b-a)^2 - (a-b)^2$$

0

d)

$$(a+b)^2 + a^2 - b^2$$

$$(a+b)^2 + a^2 - b^2$$

simplify(ans)

$$2 \cdot a \cdot (a+b)$$

e)

$$a^2 - b^2 - (a-b)^2$$

$$-(a-b)^2 + a^2 - b^2$$

simplify(ans)

$$2 \cdot b \cdot (a-b)$$

f)

$$(a+b+c)^2 - (a+b)^2 - (a+c)^2 - (b+c)^2$$

$$(a+b+c)^2 - (a+b)^2 - (a+c)^2 - (b+c)^2$$

simplify(ans)

$$-a^2 - b^2 - c^2$$

g)

$$(a+b-c)^2 + (a+c)^2 + (b+c)^2$$

$$(a+b-c)^2 + (a+c)^2 + (b+c)^2$$

simplify(ans)

$$2 \cdot a^2 + 2 \cdot b^2 + 3 \cdot c^2 + 2 \cdot a \cdot b$$

h)

$$(a-b-c)^2 + (a+b)^2 - (b+c)^2$$

$$(a-b-c)^2 + (a+b)^2 - (b+c)^2$$

simplify(ans)

$$2 \cdot a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot c$$

i)

$$(5*x+4*a)^2 + (10*x-3*a)^2 - (8*x-5*a)^2$$

$$(10 \cdot x - 3 \cdot a)^2 - (8 \cdot x - 5 \cdot a)^2 + (5 \cdot x + 4 \cdot a)^2$$

simplify(ans)

$$x \cdot (61 \cdot x + 60 \cdot a)$$

j)

$$((3 \cdot x - 2 \cdot y) \cdot (3 \cdot x + 2 \cdot y) - (5 \cdot x - y) \cdot (5 \cdot x + y) - (4 \cdot x + 7 \cdot y) \cdot (7 \cdot y - \boxed{y}))$$

$$((4 \cdot x + 7 \cdot y) \cdot (4 \cdot x - 7 \cdot y) + (3 \cdot x + 2 \cdot y) \cdot (3 \cdot x - 2 \cdot y) - (5 \cdot x + y) \cdot (5 \cdot x - y))^2$$

simplify(ans)

$$2704 \cdot y^4$$

Bem.: das CAS des TR klammert in gewissen Anteilen der Gesamtsumme nicht aus, z.B.: f), g) und h)
judge($-a^2 - b^2 - c^2 = -(a^2 + b^2 + c^2)$)

TRUE

judge($2 \cdot a^2 + 2 \cdot b^2 + 3 \cdot c^2 + 2 \cdot a \cdot b = 2 \cdot (a^2 + b^2 + a \cdot b) + 3 \cdot c^2$)

TRUE

judge($2 \cdot a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot c = 2 \cdot (a^2 - a \cdot c) + b^2$)

TRUE