

Einführung in die CAS-Software (ClassPad)

=====

Kurs Prof. Scholz:

=====

Rechnen mit reellen Zahlen:

ü1. Summen und Differenzen

$$A := 3x - 2y + 5z$$

$$3 \cdot x - 2 \cdot y + 5 \cdot z$$

$$B := 2x + 5y + 3z$$

$$2 \cdot x + 5 \cdot y + 3 \cdot z$$

$$C := x - y + 2z$$

$$x - y + 2 \cdot z$$

$$A + B - C \Rightarrow S_1$$

$$4 \cdot x + 4 \cdot y + 6 \cdot z$$

$$A - B + C \Rightarrow S_2$$

$$2 \cdot x - 8 \cdot y + 4 \cdot z$$

$$-A + B + C \Rightarrow S_3$$

$$6 \cdot y$$

ü2. Summen und Differenzen

$$A := 4x - 5y + 2z$$

$$4 \cdot x - 5 \cdot y + 2 \cdot z$$

$$B := -5x + 7y - 3z$$

$$-5 \cdot x + 7 \cdot y - 3 \cdot z$$

$$C := x + 4y - z$$

$$x + 4 \cdot y - z$$

$$D := 7x - 10y + 2z$$

$$7 \cdot x - 10 \cdot y + 2 \cdot z$$

$$A - B - C \Rightarrow S_1$$

$$8 \cdot x - 16 \cdot y + 6 \cdot z$$

$$B - C + D \Rightarrow S_2$$

$$x - 7 \cdot y$$

C-D-A \Rightarrow S₃

$$-10 \cdot x + 19 \cdot y - 5 \cdot z$$

D+A-B \Rightarrow S₄

$$16 \cdot x - 22 \cdot y + 7 \cdot z$$

ü3. Zusammenfassen

a)

$$6a - 2b + 6c + (7a - 6b + 9c) - (3a + 2b + 5c) - (13b - 18a - 3c) - (24 \cdot a - 47 \cdot b + c)$$

b)

$$18a - 7x - (a - 23 - 4x) - (-11x + 31) - (3x - a - 7) - (-10 + x) - (17 \cdot x - x + a + 18)$$

c)

$$20x - 3y - (2x - 3y - (5x + 3y - (-7y + 2x + (3x - 9y) + (18x + 18y))))$$

Hinw.: hier nur runde Klammern erlaubt!

(eckige Klammern [...] für Vektoren/Matrizen)

(geschweifte Klammern {...} für Listen)

ü4. Zusammenfassen mit "simplify"

a)

$$5(m - n) - 7(m - 2n) - 4(m + 3n) + 3(2m + 3n) - 4 \cdot (m + 3 \cdot n) + 3 \cdot (2 \cdot m + 3 \cdot n) + 5 \cdot (m - n) - 7 \cdot (m - 2 \cdot n)$$

simplify(ans)

$$6 \cdot n$$

b)

$$7x \cdot (2y - x) + 5(x^2 - 2x \cdot y + y^2) - 2(y^2 - x^2) - 3y \cdot (x + y) + 5 \cdot (x^2 + y^2 - 2 \cdot x \cdot y) + 2 \cdot (x^2 - y^2) - 3 \cdot y \cdot (x + y) - 7 \cdot x \cdot (x - 2 \cdot y)$$

simplify(ans)

$$x \cdot y$$

Hinw.1: Syntax x(...) bedeutet Funktion x,

Syntax x*(...) bedeutet Multiplikation mit x

Hinw.2: xy bedeutet zweibuchstabiger Variablenname
alternativ *x**y* für x*y nutzen,

x, *y* (kursiv) gelten als einbuchstabige Variable.

c)

$$2(a-3b+c)+d*(3-a)-c-a*(2-d)-3(d-2b) \\ -d*(a-3)+a*(d-2)+2*(a-3*b+c)+3*(2*b-d)-c$$

simplify(ans)

c

d)

$$a*(2b+c)-b*(c+2a)+c*(b-a) \\ -c*(a-b)-b*(2*a+c)+a*(2*b+c)$$

simplify(ans)

0

e)

$$3(3a-2b)-(3(2a-4b-c)-2(a-2c+4b)) \\ 2*(a+4*b-2*c)-3*(2*a-4*b-c)+3*(3*a-2*b)$$

simplify(ans)

5*a+14*b-c

f)

$$5(a^3-a^2b+b^3)-a^2(3a+2b)-a*b*(2b-7a)+2(b^3+a*b^2- \\ -a^2*(3*a+2*b)+5*(a^3+b^3-a^2*b)-2*(a^3-b^3-a*b^2)+a*b$$

simplify(ans)

7*b³

g)

$$x^5(x^2-2y*(x-2y))-8x*y^3(x^3-2x*y*(x+2y)-8y^3)+2y^5 \\ x^5*(x^2-2*y*(x-2*y))-8*x*y^3*(x^3-8*y^3-2*x*y*(x+2*y)$$

simplify(ans)

x⁷+128*y⁷+64*x²*y⁵

ü5. Ausmultiplizieren und Zusammenfassen

a)

$$(a-b)(x+y) \\ (x+y)*(a-b)$$

expand(ans)

a*x-b*x+a*y-b*y

b)

$$(m+n)(x-y)$$

$$(x-y) \cdot (m+n)$$

expand(ans)

$$m \cdot x + n \cdot x - m \cdot y - n \cdot y$$

c)

$$(3a+2x)(2a-3x)$$

$$-(3 \cdot x - 2 \cdot a) \cdot (2 \cdot x + 3 \cdot a)$$

expand(ans)

$$-6 \cdot x^2 + 6 \cdot a^2 - 5 \cdot a \cdot x$$

d)

$$(5a^2+3a-2)(2a+3)$$

$$(5 \cdot a^2 + 3 \cdot a - 2) \cdot (2 \cdot a + 3)$$

expand(ans)

$$10 \cdot a^3 + 21 \cdot a^2 + 5 \cdot a - 6$$

e)

$$(x^2+x*y+y^2)(x-y)$$

$$(x^2+y^2+x \cdot y) \cdot (x-y)$$

expand(ans)

$$x^3 - y^3$$

f)

$$(4x^3-5x^2+3x+1)(x^2+x+1)$$

$$(x^2+x+1) \cdot (4 \cdot x^3 - 5 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 1)$$

expand(ans)

$$4 \cdot x^5 - x^4 + 2 \cdot x^3 - x^2 + 4 \cdot x + 1$$

Ü6. Ausklammern

a)

$$4a^2+5a*b+6a*c$$

$$4 \cdot a^2 + 5 \cdot a \cdot b + 6 \cdot a \cdot c$$

factor(ans)

$$a \cdot (4 \cdot a + 5 \cdot b + 6 \cdot c)$$

b)

$$6m^3+9m^2n+3m$$

$$6 \cdot m^3 + 9 \cdot m^2 \cdot n + 3 \cdot m$$

factor(ans)

$$3 \cdot m \cdot (2 \cdot m^2 + 3 \cdot m \cdot n + 1)$$

c)

$$4c^2d+8c*d-2c*d^2$$

$$4 \cdot c^2 \cdot d - 2 \cdot c \cdot d^2 + 8 \cdot c \cdot d$$

factor(ans)

$$2 \cdot c \cdot d \cdot (2 \cdot c - d + 4)$$

d)

$$f*g*h+f*g^2h+f^2g*h+f*g*h^2$$

$$f^2 \cdot g \cdot h + f \cdot g^2 \cdot h + f \cdot g \cdot h^2 + f \cdot g \cdot h$$

factor(ans)

$$f \cdot g \cdot h \cdot (f + g + h + 1)$$

e)

$$7u^2v^2w-21uv^2w+14u^2vw$$

$$14 \cdot u^2 \cdot v \cdot w - 21 \cdot u \cdot v^2 \cdot w + 7 \cdot u \cdot v \cdot w$$

factor(ans)

$$7 \cdot u \cdot v \cdot w \cdot (2 \cdot u - 3 \cdot v + 1)$$

f)

$$(x-y)(3x-5y)-(y-x)(5x-8y)-(x-y)(x-2y)$$

$$-(x-y) \cdot (x-2 \cdot y) + (x-y) \cdot (3 \cdot x-5 \cdot y) + (x-y) \cdot (5 \cdot x-8 \cdot y)$$

factor(ans)

$$(x-y) \cdot (7 \cdot x - 11 \cdot y)$$

g)

$$(5a^5+3a^4y-2a^3y^2)3a^2y-3a^5y*(5a^2+3a*y-2y^2)$$

$$3 \cdot a^5 \cdot y \cdot (2 \cdot y^2 - 5 \cdot a^2 - 3 \cdot a \cdot y) - 3 \cdot a^2 \cdot y^4 \cdot (3 \cdot y^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot y)$$

factor(ans)

0

h)

$$(3x-7y)(5x+8y)-(3x-7y)(11x+9y)-(7y-3x)(13x+7y)-$$

$$-(11 \cdot x + 9 \cdot y) \cdot (3 \cdot x - 7 \cdot y) + (5 \cdot x + 8 \cdot y) \cdot (3 \cdot x - 7 \cdot y) + (13 \cdot x + 7 \cdot y) \cdot (7 \cdot y - 3 \cdot x)$$

factor(ans)

```

(3*x+7*y)*(3*x-7*y)
expand(ans)
9*x^2-49*y^2

```

```

i)
(a-2b)(a-c)-(c-2b)(2b-a)
(a-c)*(a-2*b)-(a-2*b)*(2*b-c)
factor(ans)
(a-2*b)^2

```

```

j)
(6a-3)(a+2)-(2a+4)(3a-6)+(3a+6)(9-6a)
-(6*a-9)*(3*a+6)-(3*a-6)*(2*a+4)+(a+2)*(6*a-3)
factor(ans)
-18*(a+2)*(a-2)
expand(ans)
-18*a^2+72
factorOut(ans, 18)
-18*(a^2-4)

```

```

k)
(2a-3b)(8a+b)+(3b-2a)(11a-5b)-(3b-2a)(5a-9b)
(8*a+b)*(2*a-3*b)-(11*a-5*b)*(2*a-3*b)+(5*a-9*b)*
factor(ans)
(2*a-3*b)^2

```

```

l)
(6a+2)(5b-1)(c+1)-(3a+1)(1-5b)(-2c-2)
(c+1)*(6*a+2)*(5*b-1)-(5*b-1)*(3*a+1)*(2*c+2)
factor(ans)
0

```

Bem.: Die Reihenfolge der Summanden ist vertauschbar und kann damit von der Darstellung der Handrechnung abweichen, z.B. **c)** und **d)**

```

judge(2*c*d*(2*c-d+4)=2*c*d*(2*c+4-d))

```

TRUE

judge(f·g·h·(f+g+h+1)=f·g·h·(1+g+f+h))

TRUE

stop

Ü7. binom. Formeln

a)

$(a+b)^2+(a-b)^2$

$(a+b)^2+(a-b)^2$

simplify(ans)

$2 \cdot (a^2+b^2)$

b)

$(a-b)^2-(-a-b)^2$

$-(a+b)^2+(a-b)^2$

simplify(ans)

$-4 \cdot a \cdot b$

c)

$(b-a)^2-(a-b)^2$

0

d)

$(a+b)^2+(a^2-b^2)$

$(a+b)^2+a^2-b^2$

simplify(ans)

$2 \cdot a \cdot (a+b)$

e)

$a^2-b^2-(a-b)^2$

$-(a-b)^2+a^2-b^2$

simplify(ans)

$2 \cdot b \cdot (a-b)$

f)

$(a+b+c)^2-(a+b)^2-(a+c)^2-(b+c)^2$

$(a+b+c)^2-(a+b)^2-(a+c)^2-(b+c)^2$

simplify(ans)

$$-a^2 - b^2 - c^2$$

g)

$$(a+b-c)^2 + (a+c)^2 + (b+c)^2$$

$$(a+b-c)^2 + (a+c)^2 + (b+c)^2$$

simplify(ans)

$$2 \cdot a^2 + 2 \cdot b^2 + 3 \cdot c^2 + 2 \cdot a \cdot b$$

h)

$$(a-b-c)^2 + (a+b)^2 - (b+c)^2$$

$$(a-b-c)^2 + (a+b)^2 - (b+c)^2$$

simplify(ans)

$$2 \cdot a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot c$$

i)

$$(5x+4a)^2 + (10x-3a)^2 - (8x-5a)^2$$

$$(10 \cdot x - 3 \cdot a)^2 - (8 \cdot x - 5 \cdot a)^2 + (5 \cdot x + 4 \cdot a)^2$$

simplify(ans)

$$x \cdot (61 \cdot x + 60 \cdot a)$$

j)

$$((3x-2y)(3x+2y) - (5x-y)(5x+y) - (4x+7y)(7y-4x))^2$$

$$((4 \cdot x + 7 \cdot y) \cdot (4 \cdot x - 7 \cdot y) + (3 \cdot x + 2 \cdot y) \cdot (3 \cdot x - 2 \cdot y) - (5 \cdot x + y) \cdot (5 \cdot x - y))^2$$

simplify(ans)

$$2704 \cdot y^4$$

Bem.: das CAS des TR klammert in gewissen Anteilen der Gesamtsumme nicht aus, z.B.: **f)**, **g)** und

h)

$$\text{judge}(-a^2 - b^2 - c^2 = -(a^2 + b^2 + c^2))$$

TRUE

$$\text{judge}(2 \cdot a^2 + 2 \cdot b^2 + 3 \cdot c^2 + 2 \cdot a \cdot b = 2(a^2 + b^2 + a \cdot b) + 3 \cdot c^2)$$

TRUE

$$\text{judge}(2 \cdot a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot c = 2(a^2 - a \cdot c) + b^2)$$

TRUE