

**Einführung in die CAS-Software (ClassPad)**

=====

**Kurs Prof. Scholz:**

=====

**Testat 1:**

1. Für welche  $x \in \mathbb{R}$  ist der Term  $\sqrt{8-2x^2}$  definiert?

=====

**Lösung mit TR-Unterstützung:**

`solve(8-2x2 ≥ 0, x)`

`{-2 ≤ x ≤ 2}`

**Ergebnis:**  $L = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\} = [-2; 2]$

**schrittweise** (per Hand):

$8 - 2x^2 \geq 0 \Rightarrow \text{Ungl}$

$-2 \cdot x^2 + 8 \geq 0$

$\text{Ungl} + 2x^2 \Rightarrow \text{Ungl}$

$8 \geq 2 \cdot x^2$

$\text{Ungl} / 2 \Rightarrow \text{Ungl}$

$4 \geq x^2$

$\sqrt{\text{Ungl}} \Rightarrow \text{Ungl}$

$2 \geq |x|$

`solve(Ungl, x) ⇒ Ungl`

`{-2 ≤ x ≤ 2}`

## 2. Formelauflösung nach s

=====

$$A_0 = \pi(R^2 + r^2 + s \cdot (R+r)) \Rightarrow G1$$

solve(G1, s)

$$\text{Ergebnis: } s = \frac{A_0 - (R^2 + r^2) \cdot \pi}{(R+r) \cdot \pi}$$

**schrittweise** (per Hand):

$$G1/\pi \Rightarrow G1$$

$$G1 - (R^2 + r^2) \Rightarrow G1$$

$$G1/(R+r) \Rightarrow G1$$

$$\text{expand}(G1) \Rightarrow G1$$

$$\text{simplify}(G1) \Rightarrow G1$$

$$A_0 = (R^2 + r^2 + s \cdot (R+r)) \cdot \pi$$

$$\left\{ s = \frac{-((R^2 + r^2) \cdot \pi - A_0)}{(R+r) \cdot \pi} \right\}$$

$$\frac{A_0}{\pi} = R^2 + r^2 + s \cdot (R+r)$$

$$-R^2 - r^2 + \frac{A_0}{\pi} = s \cdot (R+r)$$

$$\frac{-\left(R^2 + r^2 - \frac{A_0}{\pi}\right)}{R+r} = s$$

$$\frac{-R^2}{R+r} - \frac{r^2}{R+r} + \frac{A_0}{(R+r) \cdot \pi} = s$$

$$\frac{-((R^2 + r^2) \cdot \pi - A_0)}{(R+r) \cdot \pi} = s$$

**3. Zusammenfassen zu einem Produkt dreier Faktoren (Faktorisierung)**

=====

$$(a+2b)(a-b)(b-2a)-b \times (6a-3b)(2b-2a) \Rightarrow \text{Term}$$

$$-(a+2 \cdot b) \cdot (a-b) \cdot (2 \cdot a-b) + b \cdot (6 \cdot a-3 \cdot b) \cdot (2 \cdot a-2 \cdot b)$$

factor(Term)  $\Rightarrow$  Term

$$-(a-b) \cdot (a-4 \cdot b) \cdot (2 \cdot a-b)$$

**schrittweise** (per Hand):

Hintergrundfenster zur Termumformung mit Rechenkontrolle

Hintergrundfenster	f(x)=
--------------------	-------

**4. Termvereinfachung**

=====

Voraussetzung:  $a, b, c, x, y, z > 0$

**a) Doppelbruch**

$$\frac{1 - \frac{1}{a^2}}{a - \frac{a^2 - 1}{a}} \Rightarrow \text{Term}$$

$$1 + \frac{a}{a}$$

$$\frac{\frac{1}{a^2} - 1}{\frac{a^2 - 1}{a} - a}$$

$$\frac{a}{a} - 1$$

simplify(Term)  $\Rightarrow$  Term

$$\frac{(a+1) \cdot (a-1)}{a^2 + 1}$$

Nebenrechn. (Division durch Null?)

$$\text{solve}\left(1 + \frac{a^2 - 1}{a} = 0, a\right)$$

No Solution

**schrittweise** (per Hand):

Hintergrundfenster zur Termumformung mit  
Rechenkontrolle

Hintergrundfenster	f(x)=
--------------------	-------

**b) Potenzen und Wurzeln**

$$\left( \frac{x^3 y^{-5} z^4 \sqrt{y^{20}}}{(x \cdot y \cdot z)^4 \left(\frac{x}{y}\right)^{-1}} \right)^2 \Rightarrow \text{Term}$$

4

**schrittweise** (per Hand):

Hintergrundfenster zur Termumformung mit  
Rechenkontrolle

Hintergrundfenster	f(x)=
--------------------	-------

**c) Doppelbruch mit Potenzen**

$$\left( \frac{-a^{-2} x^4 y^{-6}}{(-b)^3 c^{-4} z^{-5}} \right)^2 \cdot \left( \frac{a^{-3} b^{-5} x^3}{c^{-5} y^6 z^{-7}} \right)^3 \Rightarrow \text{Term}$$

$$\frac{a^5 \cdot b^9 \cdot y^6}{c^7 \cdot x \cdot z^{11}}$$

**schrittweise** (per Hand):

Hintergrundfenster zur Termumformung mit  
Rechenkontrolle

Hintergrundfenster	f(x)=
--------------------	-------

Hintergrundfenster „Nachprüfen“ zu Aufg. 3 (Faktorisierung)

▼ Datei Edit Aktion [X]

📄 📁 🔍 ⌵ ⌵

3. Zusammenfassen zu einem Produkt dreier Faktoren (Faktorisierung)

=====


$(a+2b)(a-b)(b-2a)-b \times (6a-3b)(2b-2a) \Rightarrow \text{Term}$   
 $-(a+2 \cdot b) \cdot (a-b) \cdot (2 \cdot a-b)+b \cdot (6 \cdot a-3 \cdot b) \cdot (2 \cdot a-2 \cdot b)$

factor(Term) ⇒ Term


**schrittweise**  
 Hintergrundfenster  
 Rechenkontrolle  
 Hintergrundfenster

**Fehler!** [X]

Nicht äquivalent




$(a+2 \cdot b) \cdot (a-b) \cdot (b-2 \cdot a)-b \cdot (6 \cdot a-3 \cdot b) \cdot (2 \cdot b-2 \cdot a)$   
 $= (a+2 \cdot b) \cdot (a-b) \cdot (b-2 \cdot a)-b \cdot (6 \cdot a-3 \cdot b) \cdot 2 \cdot (b-a)$   
 $= (a+2 \cdot b) \cdot (a-b) \cdot (b-2 \cdot a)+b \cdot (6 \cdot a-3 \cdot b) \cdot 2 \cdot (-b+a)$   
 $= (a-b) \cdot ((a+2 \cdot b) \cdot (b-2 \cdot a)+b \cdot (6 \cdot a-3 \cdot b) \cdot 2)$   
 $= (a-b) \cdot ((a+2 \cdot b) \cdot (b-2 \cdot a)+b \cdot 3 \cdot (2 \cdot a-b) \cdot 2)$   
 $= (a-b) \cdot (-(a+2 \cdot b) \cdot (-b+2 \cdot a)+b \cdot 3 \cdot (2 \cdot a-b) \cdot 2)$   
 $= (a-b) \cdot (2 \cdot a-b) \cdot (-(a+2 \cdot b)+b \cdot 3 \cdot 2)$   
 $= (a-b) \cdot (2 \cdot a-b) \cdot (-(a+2 \cdot b)+b \cdot 6)$   
 $= (a-b) \cdot (2 \cdot a-b) \cdot (-a+4 \cdot b)$   
 $= (a-b) \cdot (2 \cdot a-b) \cdot (a-4 \cdot b)$

Äq:  $(a+2 \cdot b) \cdot (a-b) \cdot (b-2 \cdot a)-b \cdot (6 \cdot a-3 \cdot b) \cdot (2 \cdot b-2 \cdot a)$  

▼ Datei Edit Aktion [X]

📄 📁 🔍 ⌵ ⌵

$(a+2 \cdot b) \cdot (a-b) \cdot (b-2 \cdot a)-b \cdot (6 \cdot a-3 \cdot b) \cdot (2 \cdot b-2 \cdot a)$   
 $= (a+2 \cdot b) \cdot (a-b) \cdot (b-2 \cdot a)-b \cdot (6 \cdot a-3 \cdot b) \cdot 2 \cdot (b-a)$   
 $= (a+2 \cdot b) \cdot (a-b) \cdot (b-2 \cdot a)+b \cdot (6 \cdot a-3 \cdot b) \cdot 2 \cdot (-b+a)$   
 $= (a-b) \cdot ((a+2 \cdot b) \cdot (b-2 \cdot a)+b \cdot (6 \cdot a-3 \cdot b) \cdot 2)$   
 $= (a-b) \cdot ((a+2 \cdot b) \cdot (b-2 \cdot a)+b \cdot 3 \cdot (2 \cdot a-b) \cdot 2)$   
 $= (a-b) \cdot (-(a+2 \cdot b) \cdot (-b+2 \cdot a)+b \cdot 3 \cdot (2 \cdot a-b) \cdot 2)$   
 $= (a-b) \cdot (2 \cdot a-b) \cdot (-(a+2 \cdot b)+b \cdot 3 \cdot 2)$   
 $= (a-b) \cdot (2 \cdot a-b) \cdot (-(a+2 \cdot b)+b \cdot 6)$   
 $= (a-b) \cdot (2 \cdot a-b) \cdot (-a+4 \cdot b)$   
 $= -(a-b) \cdot (2 \cdot a-b) \cdot (a-4 \cdot b)$   
 $= 0$

Äq:  $(a+2 \cdot b) \cdot (a-b) \cdot (b-2 \cdot a)-b \cdot (6 \cdot a-3 \cdot b) \cdot (2 \cdot b-2 \cdot a)$  

Hintergrundfenster „Nachprüfen“ zu Aufg. 4a (Doppelbruch)

▼ Datei Edit Aktion

📄 📁 ℝ>0 ⌵ ⌵

$$\begin{aligned}
 & \frac{1 - \frac{1}{a^2}}{a - \frac{a^2 - 1}{a}} \\
 & 1 + \frac{\frac{a^2 - 1}{a}}{a} \\
 & = \frac{\frac{a^2}{a^2} - \frac{1}{a^2}}{\frac{a - \frac{a^2 - 1}{a}}{a}} \\
 & = \frac{\frac{a^2 - 1}{a^2}}{\frac{2 \cdot a - \frac{a^2 - 1}{a}}{a}} \\
 & = \frac{a^2 - 1}{a^2} \cdot \frac{a}{2 \cdot a - \frac{a^2 - 1}{a}} \\
 & = \frac{a^2 - 1}{a^2} \cdot \frac{a}{\frac{2 \cdot a^2}{a} - \frac{a^2 - 1}{a}} \\
 & = \frac{a^2 - 1}{a^2} \cdot \frac{a^2}{a^2 + 1} \\
 & = \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} \\
 & = \frac{(a+1) \cdot (a-1)}{a^2 + 1} \\
 & = 0
 \end{aligned}$$

Äq: ((1 - ((1)/(a^(2))))/(1 + ((a - ((a^(2) - 1)/(a)))/(a))))

Hintergrundfenster „Nachprüfen“ zu Aufg. 4b (Potenzen und Wurzeln)

Datei Edit Aktion
✕

ℝ>0
▶

$$\text{solve}\left(1 + \frac{a^{-\frac{1}{a}}}{a} = 0, a\right)$$

No Solution

**schrittweise** (per Hand):  
Hintergrundfenster zur Termumformung mit Rechenkontrolle

Hintergrundfenster
f(x)=

**b) Potenzen und Wurzeln**

$$\left( \frac{x^3 y^{-5} z^4 \sqrt{y^{20}}}{(x \cdot y \cdot z)^4 \left(\frac{x}{y}\right)^{-1}} \right)^2 \Rightarrow \text{Term}$$

4

**schrittweise** (per Hand):  
Hintergrundfenster zur Termumformung mit Rechenkontrolle

Hintergrundfenster
f(x)=

$$\left( \frac{x^3 \cdot y^{-5} \cdot 2 \cdot z^4 \cdot \sqrt{y^{20}}}{(x \cdot y \cdot z)^4 \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{-1}} \right)^2$$

$$= \frac{x^6 \cdot y^{-10} \cdot 4 \cdot z^8 \cdot y^{20}}{(x \cdot y \cdot z)^8 \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{-2}}$$

$$= \frac{x^6 \cdot y^{-10} \cdot 4 \cdot z^8 \cdot y^{20}}{x^8 \cdot y^8 \cdot z^8 \cdot x^{-2} \cdot y^2}$$

$$= \frac{y^{-10} \cdot 4 \cdot z^8 \cdot y^{20}}{y^8 \cdot z^8 \cdot y^2}$$

$$= \frac{4 \cdot z^8}{z^8}$$

$$= 4$$

$$= 0$$

Äq: (((x^(3)·y^(-5)·2·z^(4)·√(y^(20))))/((x·y·z)^(4)·(((x)/(y))))

Hintergrundfenster „Nachprüfen“ zu Aufg. 4c (Doppelbruch mit Potenzen)

Datei Edit Aktion
✕

📁 🖨️ 🔍 📄 ⌨️
▶

$$\frac{x^3 y^{-5} z^4 \sqrt{y^{20}}}{(xxyxz)^4 \left(\frac{z}{y}\right)^{-1}} \Rightarrow \text{Term}$$

**schrittweise** (per Hand):  
Hintergrundfenster zur Termumformung mit Rechenkontrolle

Hintergrundfenster f(x)=

c) Doppelbruch mit Potenzen

$$\left(\frac{-a^{-2} x^4 y^{-6}}{(-b)^3 c^{-4} z^{-5}}\right)^2 \div \left(\frac{a^{-3} b^{-5} x^3}{c^{-5} y^6 z^{-7}}\right)^3 \Rightarrow \text{Term}$$

$\frac{a^5 \cdot b^9 \cdot y^6}{c^7 \cdot x \cdot z^{11}}$

**schrittweise** (per Hand):  
Hintergrundfenster zur Termumformung mit Rechenkontrolle

Hintergrundfenster f(x)=

$$\frac{\left(\frac{-a^{-2} \cdot x^4 \cdot y^{-6}}{(-b)^3 \cdot c^{-4} \cdot z^{-5}}\right)^2}{\left(\frac{a^{-3} \cdot b^{-5} \cdot x^3}{c^{-5} \cdot y^6 \cdot z^{-7}}\right)^3}$$

$$= \left(\frac{-a^{-2} \cdot x^4 \cdot y^{-6}}{(-b)^3 \cdot c^{-4} \cdot z^{-5}}\right)^2 \cdot \left(\frac{c^{-5} \cdot y^6 \cdot z^{-7}}{a^{-3} \cdot b^{-5} \cdot x^3}\right)^3$$

$$= \frac{a^{-4} \cdot x^8 \cdot y^{-12}}{b^6 \cdot c^{-8} \cdot z^{-10}} \cdot \frac{c^{-15} \cdot y^{18} \cdot z^{-21}}{a^{-9} \cdot b^{-15} \cdot x^9}$$

$$= \frac{a^5 \cdot x^{-1} \cdot y^6}{b^{-9} \cdot c^7 \cdot z^{11}}$$

$$= \frac{a^5 \cdot b^9 \cdot y^6}{c^7 \cdot x \cdot z^{11}}$$

$$= \square$$

Äq:(((((-a^(-2))·x^(4))·y^(-6))/((-b)^(3)·c^(-4)·z^(-5))))^(2)).(iii)