

**Einführung in die CAS-Software (ClassPad)**

=====

**Kurs Prof. Scholz:**

=====

**Potenzen und Wurzeln:**

**Ü1. Brüche und Potenzen**

Voraus.:  $a, b, c, d, x, y, z \neq 0$  und  $m, n, r \in \mathbf{N}$

**a)**

$$\frac{a^{3n-5} b^{3n+4} c^{2m-3+n} d^{6-r}}{(c^2)^{m-2} a^{2n-6} d^{-r+n+7} b^{4n+5}}$$

$$a^{n+1} \cdot b^{-n-1} \cdot c^{2 \cdot m+n-3} \cdot (c^2)^{-m+2} \cdot d^{-n-1}$$

simplify(ans | {a>0, b>0, c>0, d>0, n>=0})

$$(a \cdot c)^{n+1} \cdot (b \cdot d)^{-n-1}$$

**Bem.:** die Umformung

$(a \cdot c)^{n+1} \cdot (b \cdot d)^{-n-1} = \left( \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \right)^{n+1}$  gelingt im CAS nicht,  
wird jedoch unter der Bedingung  $\{b>0, d>0, n \geq 0\}$  als  
richtig erkannt.

$$\text{judge}((a \cdot c)^{n+1} \cdot (b \cdot d)^{-n-1} = \left( \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \right)^{n+1} | \{b>0, d>0, n \geq 0\})$$

TRUE

**b)**

$$\frac{x^n y^{2-n}}{a^{2n+1} b^{3n}} \cdot \frac{a^3 b^{5n+2}}{x^{-2-n} y^{3n+2}}$$

$$\frac{a^{-2 \cdot n+2} \cdot b^{2 \cdot n+2} \cdot x^{2 \cdot n+2}}{y^{4 \cdot n}}$$

simplify(ans | {a>0,b>0,x>0,y>0,n≧0})

$$\frac{a^{-2 \cdot n+2} \cdot (b \cdot x)^{2 \cdot n+2}}{y^{4 \cdot n}}$$

judge( $\frac{a^{-2 \cdot n+2} \cdot (b \cdot x)^{2 \cdot n+2}}{y^{4 \cdot n}} = \left(\frac{(b \cdot x)^{n+1}}{a^{n-1} y^{2n}}\right)^2$  | {a>0,b>0,

TRUE

simplify( $\left(\frac{(b \cdot x)^{n+1}}{a^{n-1} y^{2n}}\right)^2$  | {a>0,b>0,x>0,y>0,n≧0})

$$\frac{a^{-2 \cdot n+2} \cdot (b \cdot x)^{2 \cdot n+2}}{y^{4 \cdot n}}$$

**Bem.:** Die vereinfachte Lösungsdarstellung

$\left(\frac{(b \cdot x)^{n+1}}{a^{n-1} y^{2n}}\right)^2$  trägt individuelle Züge und wird in

dieser Form nicht im CAS generiert, wird jedoch unter der Bedingung {a>0,b>0,x>0,y>0,n≧0} als richtig erkannt.

Eine andere kompakte Lösungsdarstellung ohne

potenzierte Potenzen ist  $\frac{(b \cdot x)^{2 \cdot n+2}}{a^{2 \cdot n-2} \cdot y^{4 \cdot n}}$ .

**c) für  $y \neq z$**

$$\frac{(x^3 y^3 z^2 + x^2 y^4 z^2)^n}{(x^4 y^4 z^3 - x^4 y^3 z^4)^n}$$

$$(x^4 y^4 z^3 - x^4 y^3 z^4)^n$$

$$\frac{(x^2 \cdot y^4 \cdot z^2 + x^3 \cdot y^3 \cdot z^2)^n}{(x^4 \cdot y^4 \cdot z^3 - x^4 \cdot y^3 \cdot z^4)^n}$$

$$(x^4 \cdot y^4 \cdot z^3 - x^4 \cdot y^3 \cdot z^4)^n$$

simplify(ans)

$$\frac{(x^2 \cdot y^3 \cdot z^2 \cdot (x+y))^n}{(x^4 \cdot y^3 \cdot z^3 \cdot (y-z))^n}$$

simplify(ans | {x>0, y>0, z>0, n≠0})

$$\frac{(x+y)^n}{x^{2 \cdot n} \cdot (z \cdot (y-z))^n}$$

judge( $\frac{(x+y)^n}{x^{2 \cdot n} \cdot (z \cdot (y-z))^n} = \frac{1}{(x^2 z)^n} \left(\frac{x+y}{y-z}\right)^n$  | {x>0, y>0, z>0, n≠0})

Undefined

**Bem.:** die Gleichheit der Terme erkennt das CAS nicht.

simplify( $\frac{1}{(x^2 z)^n} \left(\frac{x+y}{y-z}\right)^n$  | {x>0, y>0, z>0, y≠z, n≠0})

$$\frac{\left(\frac{x+y}{y-z}\right)^n}{x^{2 \cdot n} \cdot z^n}$$

judge( $\left(\frac{x+y}{y-z}\right)^n = \frac{(x+y)^n}{(y-z)^n}$  | y≠z and n>0)

Undefined

judge( $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$  | a>0 and b>0)

TRUE

judge( $\left(\frac{x+y}{y-z}\right)^n = \frac{(x+y)^n}{(y-z)^n}$  | x+y>0 and y-z>0)

Undefined

**Bem.:** das CAS erkennt nur einfache Vorzeichenbedingungen. "Undefined" bedeutet, dass mit dem CAS des TR keine Entscheidung getroffen werden kann.

d)

$$\left(\frac{8a^3x^3}{6cxy^3}\right)^2 \left(\frac{27b^3y^3}{2^2a^5x^3c}\right)^3 \left(\frac{2a^2xc}{9yxb^2}\right)^4$$

$$\frac{4 \cdot b \cdot x}{3 \cdot a \cdot c \cdot y}$$

e)

$$\frac{a^{n-1}(-b)^n x^{3+2n}}{c^{2n+1} y^{n+2}} / \frac{(-b)^{3n} x^3}{a^{-2n+1} c^{n+1} y^2}$$

$$\frac{x^{2 \cdot n}}{a^n \cdot c^n \cdot y^n \cdot (-b)^{2 \cdot n}}$$

$$\text{judge}\left(\frac{x^{2 \cdot n}}{a^n \cdot c^n \cdot y^n \cdot (-b)^{2 \cdot n}} = \left(\frac{x^2}{a \cdot c \cdot y \cdot (-b)^2}\right)^n \mid \{a > 0, b > 0\}\right)$$

TRUE

Die Gleichheit der unterschiedlichen Darstellungen wird im CAS erkannt.

f) für  $c \neq \pm \frac{3}{2}d$

$$\frac{9(2axc+3axd)^4}{(4c^2x-9d^2x)^3} / \frac{ax(4c^2-9d^2)^2(2xxaxc+3dxxxa)}{(4c^2-6dxc)^4(12axc^2-27d^2a)}$$

$$\frac{9 \cdot (12 \cdot a \cdot c^2 - 27 \cdot a \cdot d^2) \cdot (4 \cdot c^2 - 6 \cdot c \cdot d)^4 \cdot (2 \cdot a \cdot c + 3 \cdot a \cdot d)}{a \cdot (4 \cdot c^2 \cdot x - 9 \cdot d^2 \cdot x)^3 \cdot (4 \cdot c^2 - 9 \cdot d^2)^2 \cdot (2 \cdot a \cdot c \cdot x + 3 \cdot a \cdot d)}$$

simplify(ans)

$$\frac{432 \cdot a^3 \cdot c^4}{x^4 \cdot (2 \cdot c + 3 \cdot d)}$$

$$\text{solve}(4c^2x-9d^2x \neq 0, c)$$

$$\left\{ c \neq \frac{-3 \cdot |d|}{2}, c \neq \frac{3 \cdot |d|}{2} \right\}$$

solve(4c<sup>2</sup>-6dxc≠0, c)

$$\left\{ c \neq \frac{-3 \cdot |d|}{4} + \frac{3 \cdot d}{4}, c \neq \frac{3 \cdot |d|}{4} + \frac{3 \cdot d}{4} \right\}$$

solve(12a×c<sup>2</sup>-27d<sup>2</sup>a≠0, c)

$$\left\{ c \neq \frac{-3 \cdot |d|}{2}, c \neq \frac{3 \cdot |d|}{2} \right\}$$

## ü2. Brüche und Wurzeln

Vorauss.: a, b, c, x, y > 0

a)

$$\sqrt{a \times \sqrt[3]{a^2} \sqrt[4]{a^3}}$$

$$\sqrt{a \cdot \left( a^2 \cdot (a^3)^{\frac{1}{4}} \right)^{\frac{1}{3}}}$$

simplify(ans)

$$\sqrt{a^{\frac{5}{3}} \cdot (a^3)^{\frac{1}{12}}}$$

simplify(ans | a > 0)

$$a^{\frac{23}{24}}$$

judge(a <sup>$\frac{23}{24}$</sup>  =  $\sqrt[24]{a^{23}}$  | a > 0)

TRUE

**b)**

$$4\sqrt{\left(\frac{9a^6}{b^2c}\right)^n} \sqrt{\left(\frac{27b^5}{a^5\sqrt{c^3}}\right)^n}$$

$$\sqrt{\left(\frac{27 \cdot b^5}{a^5 \cdot \sqrt{c^3}}\right)^n} \cdot \left(\left(\frac{9 \cdot a^6}{b^2 \cdot c}\right)^n\right)^{\frac{1}{4}}$$

simplify(ans)

$$27^{\frac{n}{2}} \cdot \left(\left(\frac{1}{c}\right)^n\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{\left(\frac{b^5 \cdot \sqrt{c^3}}{a^5 \cdot c^3}\right)^n} \cdot \left(\frac{9 \cdot a^6}{b^2}\right)^{\frac{n}{4}}$$

simplify(ans | {a>0, b>0, c>0, n≧0})

$$\frac{27^{\frac{n}{2}} \cdot 9^{\frac{n}{4}} \cdot b^{2 \cdot n}}{(a \cdot c)^n}$$

judge(27 <sup>$\frac{n}{2}$</sup>  · 9 <sup>$\frac{n}{4}$</sup>  = 9<sup>n</sup>)

TRUE

**Bem.:** das CAS hat die Vereinfachung  $27^{\frac{n}{2}} \cdot 9^{\frac{n}{4}} = 9^n$  nicht vorgenommen, erkennt diese aber als "TRUE".

**c)**

$$3\sqrt{\frac{a^2b^5}{c}} / 6\sqrt{\frac{a \cdot c}{b^2}}$$

$$\frac{\left(\frac{a^2 \cdot b^5}{c}\right)^{\frac{1}{3}}}{\left(\frac{a \cdot c}{b^2}\right)^{\frac{1}{6}}}$$

simplify(ans)

$$\frac{b^{\frac{7}{3}} \cdot (a \cdot c)^{\frac{5}{6}}}{c^{\frac{4}{3}} \cdot (a \cdot |b|)^{\frac{1}{3}}}$$

simplify(ans | {a>0, b>0, c>0, n≠0})

$$\frac{\sqrt{a} \cdot b^2}{\sqrt{c}}$$

$$\text{judge}\left(\frac{\sqrt{a} \cdot b^2}{\sqrt{c}} = \sqrt{\frac{a}{c}} b^2 \mid a>0 \text{ and } c>0\right)$$

TRUE

$$\text{judge}\left(\frac{\sqrt{a} \cdot b^2}{\sqrt{c}} = \sqrt{\frac{a}{c}} b^2\right)$$

Undefined

**Bem.:** ohne Vorzeichenbedingung ist die Gleichheit nicht entscheidbar (kann TRUE oder FALSE sein)

**d)**

$$4\sqrt{a^3} 5\sqrt{a^4} 3\sqrt{a^8} \quad / \quad 3\sqrt{a^2} 5\sqrt{a^4} 4\sqrt{a^5}$$

$$\frac{\left(a \frac{13}{3}\right)^{\frac{1}{4}}}{\left(a^2 \cdot \left(a^4 \cdot \left(a^5\right)^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{1}{3}}}$$

simplify(ans)

$$\frac{\left(a \frac{13}{3}\right)^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{14}{15}} \cdot \left(a^5\right)^{\frac{1}{60}}}$$

simplify(ans | a > 0)

$$a^{\frac{1}{15}}$$

judge(ans =  $15\sqrt[15]{a}$ )

TRUE

**e) für  $x > y$**

$$\frac{\sqrt[4]{(axx+axy)^3}}{\sqrt[3]{(bxx^2-bxy^2)^4}} / \frac{\sqrt{(bxx+bxy)^{-\frac{1}{2}}}}{\sqrt[6]{(axx^2-axy^2)^8}}$$

$$\frac{\left(|a \cdot x^2 - a \cdot y^2|\right)^{\frac{4}{3}} \cdot \left((a \cdot x + a \cdot y)^3\right)^{\frac{1}{4}} \cdot (b \cdot x + b \cdot y)^{\frac{1}{4}}}{(b \cdot x^2 - b \cdot y^2)^{\frac{4}{3}}}$$

simplify(ans)



$$\frac{(|a \cdot (x+y) \cdot (x-y)|)^{\frac{4}{3}} \cdot (a^3 \cdot (x+y)^3)^{\frac{1}{4}} \cdot (b \cdot (x+y))^{\frac{1}{4}}}{b^{\frac{4}{3}} \cdot (x+y)^{\frac{4}{3}} \cdot (x-y)^{\frac{4}{3}}}$$

simplify(ans | {a>0, b>0, x>0, y>0})

$$\frac{a^{\frac{25}{12}} \cdot (|x-y|)^{\frac{4}{3}} \cdot (x+y)}{b^{\frac{13}{12}} \cdot (x-y)^{\frac{4}{3}}}$$

simplify(ans | x>y)

$$\frac{a^{\frac{25}{12}} \cdot (|x-y|)^{\frac{4}{3}} \cdot (x+y)}{b^{\frac{13}{12}} \cdot (x-y)^{\frac{4}{3}}}$$

$$\text{judge}\left(\frac{a^{\frac{25}{12}}}{b^{\frac{13}{12}}} = \frac{a^2}{b} \cdot 12 \sqrt{\frac{a}{b}} \mid a>0 \text{ and } b>0\right)$$

TRUE

$$\text{judge}\left(\frac{(|x-y|)^{\frac{4}{3}}}{(x-y)^{\frac{4}{3}}} = 1\right)$$

Undefined

$$\text{judge}\left(\frac{(|x-y|)^{\frac{4}{3}}}{(x-y)^{\frac{4}{3}}} = 1 \mid x>y\right)$$

Undefined

**Bem.:** Das CAS erkennt die Gleichheit der Terme

unter der Vorzeichenbedingung nicht.

$$\text{judge}\left(\frac{|c|^{4/3}}{c^{4/3}}=1 \mid c>0\right)$$

TRUE

**Bem.:** Das CAS erkennt die Gleichheit der einfachen Potenzen unter der Vorzeichenbedingung.

### ü3. Vereinfachen - Existenzbedingungen

a)

$$3\sqrt{64} + 4\sqrt[4]{81} - 3\sqrt[3]{64}$$

23

b)

$$\sqrt{75} - \sqrt{12} + \sqrt{108} + 12\sqrt[3]{729}$$

$10 \cdot \sqrt{3}$

c) für  $a^2+b^2 \neq 0$ , d.h.  $a \neq 0$  oder  $b \neq 0$

$$\frac{a^2-b^2}{\sqrt{a^2+b^2}} - \sqrt{a^2+b^2}$$

$$\frac{a^2-b^2}{\sqrt{a^2+b^2}} - \sqrt{a^2+b^2}$$

simplify(ans)

$$\frac{-2 \cdot b^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

d)

$$\sqrt{(x+2)^2-6x-3}$$

$$\sqrt{(x-1)^2}$$

simplify(ans)

$|x-1|$

e) für  $x \neq 3$

$$\frac{x^2-6x+9}{\sqrt{(x-4)^2+2x-7}}$$

$$\frac{x^2-6 \cdot x+9}{|x-3|}$$

simplify(ans)

$$\left| \frac{1}{x-3} \right| \cdot (x-3)^2$$

$$\text{simplify}\left(\left| \frac{1}{x-3} \right| \cdot (x-3)^2 \mid x > 3\right)$$

$$x-3$$

$$\text{simplify}\left(\left| \frac{1}{x-3} \right| \cdot (x-3)^2 \mid x < 3\right)$$

$$-x+3$$

**Bem.:** zusammengefasst:  $|x-3|$

**f)** für  $-x \leq y < x$ , d.h.  $x-y > 0$  und  $x+y \geq 0$

$$\sqrt{x^2-y^2} \sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$$

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} \cdot \sqrt{x^2-y^2}$$

simplify(ans)

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} \cdot \sqrt{x^2-y^2}$$

$$\text{simplify}\left(\text{ans} \mid x^2 > y^2\right)$$

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} \cdot \sqrt{x^2-y^2}$$

$$\text{simplify}\left(\text{ans} \mid |x| > |y|\right)$$

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} \cdot \sqrt{x^2-y^2}$$

**Bem.:** im CAS gelingt eine weitere Vereinfachung nicht. Die Vorzeichenbedingung ist zu kompakt. Es

werden nur einfache Vorzeichenbedingungen berücksichtigt.

Aus  $|x| > |y|$  ergibt sich  $-x < y < x$ .  $x+y=0$  ist zugelassen, da  $x+y$  nur im Zähler auftritt.

$$\text{factor}\left(\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} \cdot \sqrt{x^2-y^2}\right)$$

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} \cdot \sqrt{(x+y) \cdot (x-y)}$$

**g) für  $x > y \geq 0$**

$$\frac{\sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \sqrt{x+y}}{\sqrt{x^2-y^2}}$$

$$\frac{\sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \cdot \sqrt{x+y}}{\sqrt{x^2-y^2}}$$

`simplify(ans)`

$$\frac{\sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \cdot \sqrt{x+y}}{\sqrt{x^2-y^2}}$$

`simplify(ans | {x>0, y>0})`

$$\frac{\sqrt{(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (x+y)}}{\sqrt{x^2-y^2}}$$

`factor(ans)`

$$\frac{\sqrt{(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (x+y)}}{\sqrt{(x+y) \cdot (x-y)}}$$

$$\text{judge}\left(\frac{\sqrt{(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (x+y)}}{\sqrt{(x+y) \cdot (x-y)}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (x+y)}{(x+y) \cdot (x-y)}} \mid \{x>0\}\right)$$

Undefined

$$\text{judge}\left(\frac{\sqrt{(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (x+y)}}{\sqrt{(x+y) \cdot (x-y)}} = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{x} - \sqrt{y}}} \mid \{x>0, y>0, x>y\}\right)$$

Undefined

**Bem.:** die Vereinfachung zu  $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{x} - \sqrt{y}}}$  wird im CAS

nicht erkannt und mit "judge" auch nicht verifiziert

**h)  $a \geq 0, b \geq 0, a \neq b$**

$$\frac{a-b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{a+b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

$$\frac{-(a+b)}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{a-b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$$

simplify(ans)

$$\frac{2 \cdot (a \cdot \sqrt{b} - \sqrt{a} \cdot b)}{a-b}$$

**Bem.:** Formeltermine werden ohne Zusatzbefehl zunächst unvereinfacht ausgegeben. Damit hat man eine Kontrollmöglichkeit der korrekten Eingabe. Zusatzbefehle wie "simplify" oder "factor" bewirken dann Umformungen mithilfe des CAS.

$$\text{judge}(a \cdot \sqrt{b} - \sqrt{a} \cdot b = \sqrt{a \times b} \times (\sqrt{a} - \sqrt{b}) \mid a>0 \text{ and } b>0)$$

TRUE

$$\text{judge}\left(\frac{2 \cdot (a \cdot \sqrt{b} - \sqrt{a} \cdot b)}{a-b} = 2 \frac{\sqrt{a \times b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \mid a>0 \text{ and } b>0\right)$$

TRUE

$$\text{judge}\left(\frac{a-b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{a+b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = 2 \frac{\sqrt{a \times b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \mid a>0 \text{ and } b>0\right)$$

TRUE

**Bem.:** vereinfachtes Endergebnis  $2 \frac{\sqrt{a \times b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$

i)

$$a - b - 3 \sqrt[3]{a^2 b} + 3 \sqrt[3]{a b^2} - b$$

$$a - b - 3 \cdot (a^2 \cdot b)^{\frac{1}{3}} + 3 \cdot (a \cdot b^2)^{\frac{1}{3}}$$

simplify(ans)

$$a - b - 3 \cdot a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}} + 3 \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{2}{3}}$$

factor(ans|a>0 and b>0)

$$a - b - 3 \cdot a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}} + 3 \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{2}{3}}$$

**Bem.:** das CAS erkennt die binomische Formel nicht

$$\left( \sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b} \right)^3$$

$$\left( a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}} \right)^3$$

expand(ans)

$$a - b - 3 \cdot a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}} + 3 \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{2}{3}}$$

j) für  $a > 0$

$$a^3 + 3a^{\frac{5}{3}} + 3a^{\frac{1}{3}} + a^{-1}$$

$$a^3 + 3 \cdot a^{\frac{5}{3}} + 3 \cdot a^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{a}$$

simplify(ans)

$$a^3 + 3 \cdot a^{\frac{5}{3}} + 3 \cdot a^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{a}$$

simplify(ans|a>0)

$$a^3 + 3 \cdot a^{\frac{5}{3}} + 3 \cdot a^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{a}$$

factor(ans|a>0)

$$\frac{a^4 + 3 \cdot a^{\frac{8}{3}} + 3 \cdot a^{\frac{4}{3}} + 1}{a}$$

**Bem.:** das CAS erkennt keine weitere Vereinfachung

$$\left( a + \frac{1}{\sqrt[3]{a}} \right)^3$$

$$\left( a + \frac{1}{a^{\frac{1}{3}}} \right)^3$$

expand(ans)

$$a^3 + 3 \cdot a^{\frac{5}{3}} + 3 \cdot a^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{a}$$

**ü4. Nenner rational machen**

**a)**

$$\frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} + 2)}{2}$$

expand(ans)

$$\sqrt{2} + 1$$

**b)**

$$\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$$

$$\frac{-(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}+1}$$

simplify(ans)

$$-(\sqrt{2}-1)^2$$

expand(ans)

$$2 \cdot \sqrt{2} - 3$$

**c) für  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$ ,  $a \neq b$**

$$\frac{a+b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$

$$\frac{a+b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$

simplify(ans)

$$\frac{a+b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$

**Vereinfachung in Teilschritten:**

$$(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})$$

$$(\sqrt{a}+\sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a}-\sqrt{b})$$

simplify(ans)

$$a-b$$

$$\frac{(a+b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{ans}$$

$$\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b}) \cdot (a+b)}{a-b}$$

**d)**

$$\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}$$



$$\frac{\sqrt{3} + 1}{2 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot \sqrt{2}}$$

simplify(ans)

$$\frac{(\sqrt{3} + 1) \cdot (-2 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot \sqrt{2})}{6}$$

expand(ans)

$$\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 1$$

factor(ans)

$$\frac{3 \cdot \sqrt{6} - 2 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot \sqrt{2} - 6}{2 \cdot 3}$$

factorOut(ans,  $\frac{1}{6}$ )

$$\frac{3 \cdot \sqrt{6} - 2 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot \sqrt{2} - 6}{6}$$

**e)**

$$\frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{2} + \sqrt{6}}$$

$$\frac{-\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1}{\sqrt{6} - \sqrt{2} + 1}$$

simplify(ans)

$$(3 \cdot \sqrt{6} - 4 \cdot \sqrt{3} + 5 \cdot \sqrt{2} - 7) \cdot (-\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1)$$

expand(ans)

$$-6 \cdot \sqrt{6} + 9 \cdot \sqrt{3} - 11 \cdot \sqrt{2} + 15$$

**f)**

$$\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{8}}$$