

Einführung in die CAS-Software (ClassPad)

=====

Kurs Prof. Scholz:

=====

Bruchrechnung:

1. Vereinfachungen von Summen/Differenzen

a)

$$\frac{7}{8} - \frac{3}{8} + 1\frac{5}{8} - \frac{9}{8}$$

0

$$\frac{7}{8} - \frac{3}{8} + \left(1 + \frac{5}{8}\right) - \frac{9}{8}$$

1

Bem.: gemischte Zahl $1\frac{5}{8}$ als Summe $1 + \frac{5}{8}$ eingeben!

b)

$$\frac{7}{3} - \frac{5}{6} - \frac{11}{12} + \frac{1}{4}$$

$\frac{5}{6}$

c) für $x \neq 0$

$$\frac{1}{x} + \frac{2a}{x^2} + \frac{a^2}{x^3}$$

$$\frac{a^2}{x^3} + \frac{2 \cdot a}{x^2} + \frac{1}{x}$$

simplify(ans)

$$\frac{(x+a)^2}{x^3}$$

d) für $a \neq 0$

$$\frac{1}{2a} - \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{18a^3}$$

$$\frac{1}{2 \cdot a} - \frac{1}{3 \cdot a^2} + \frac{1}{18 \cdot a^3}$$

simplify(ans)

$$\frac{(3 \cdot a - 1)^2}{18 \cdot a^3}$$

e) für $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$

$$\frac{1}{a \cdot b} + \frac{1}{a \cdot c} + \frac{1}{b \cdot c}$$

$$\frac{1}{a \cdot b} + \frac{1}{a \cdot c} + \frac{1}{b \cdot c}$$

simplify(ans)

$$\frac{a+b+c}{a \cdot b \cdot c}$$

f) für $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$

$$\frac{a}{b^2 \cdot c} + \frac{c}{a \cdot b^2} - \frac{2}{b^2}$$

$$\frac{a}{b^2 \cdot c} + \frac{c}{a \cdot b^2} - \frac{2}{b^2}$$

simplify(ans)

$$\frac{(a-c)^2}{a \cdot b^2 \cdot c}$$

g) für $a \neq -b$

$$\frac{b-4a}{a+b} + \frac{2a^2+5a \cdot b+3b^2}{(a+b)^2} - 1$$

$$\frac{2 \cdot a^2 + 3 \cdot b^2 + 5 \cdot a \cdot b}{(a+b)^2} - \frac{4 \cdot a - b}{a+b} - 1$$

simplify(ans)

$$\frac{-3 \cdot (a-b)}{a+b}$$

h) für $a \neq \pm 1$

$$\frac{3}{a-1} + \frac{6}{1-a^2} - \frac{5}{a+1}$$

$$\frac{-5}{a+1} + \frac{3}{a-1} - \frac{6}{a^2-1}$$

simplify(ans)

$$\frac{-2}{a+1}$$

i) für $u \neq \pm 2$

$$\frac{u-10}{u+2} - \frac{2u+3}{u-2} + \frac{u^2+7u+10}{u^2-4}$$

$$\frac{u^2+7 \cdot u+10}{u^2-4} - \frac{2 \cdot u+3}{u-2} + \frac{u-10}{u+2}$$

simplify(ans)

$$\frac{-12}{u+2}$$

j) für $z \neq -2, z \neq 3$

$$\frac{2z-1}{z+2} + \frac{3z+4}{z-3} - \frac{5z^2+3z+11}{z^2-z-6}$$

$$\frac{-(5 \cdot z^2+3 \cdot z+11)}{z^2-z-6} + \frac{3 \cdot z+4}{z-3} + \frac{2 \cdot z-1}{z+2}$$

simplify(ans)

0

k) für $b \neq \pm 1, b \neq \pm 2$

$$\frac{3}{b+1} + \frac{1}{b+2} + \frac{3b-1}{1-b^2} + \frac{3}{2-b} + \frac{2b+10}{b^2-4}$$

$$\frac{2 \cdot b+10}{b^2-4} - \frac{3 \cdot b-1}{b^2-1} + \frac{1}{b+2} + \frac{3}{b+1} - \frac{3}{b-2}$$

simplify(ans)

$$\frac{6}{(b+2) \cdot (b+1) \cdot (b-1) \cdot (b-2)}$$

Bem.: eine teilweise Zusammenfassung der vier Faktoren $(b+2) \cdot (b+1) \cdot (b-1) \cdot (b-2)$ gemäß 3. binom.

Formel erfolgt im CAS nicht:

judge((b+2)·(b+1)·(b-1)·(b-2)=(b^2-1)(b^2-4))

TRUE

1) für $a \neq \pm b, a \neq -2b$

$$\frac{1}{a-b} - \frac{4a-6b}{a^2+3a \cdot b+2b^2} - \frac{3a+23b}{b^2-a^2}$$

$$\frac{3 \cdot a+23 \cdot b}{a^2-b^2} - \frac{4 \cdot a-6 \cdot b}{a^2+2 \cdot b^2+3 \cdot a \cdot b} + \frac{1}{a-b}$$

simplify(ans)

$$\frac{42 \cdot b}{(a+2 \cdot b) \cdot (a-b)}$$

solve(a^2+3a·b+2b^2≠0, a)

{a≠-2·b, a≠-b}

2. Vereinfachungen von Produkten/Quotienten

a)

$$\left(\frac{4}{3} - \frac{3}{4} + \frac{1}{6} - \frac{9}{8}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right)$$

$-\frac{1}{2}$

b)

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} - \frac{3}{4} - \frac{9}{10}\right) \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{18}\right)$$

$-\frac{3}{4}$

c)

$$\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{12} + \frac{5}{24} + \frac{5}{8}\right) \left(\frac{2}{9} - \frac{7}{18} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)$$

3

d)

$$\left(\frac{2}{15} - \frac{1}{10} + \frac{1}{5}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{9} - \frac{2}{45}\right)$$

$-\frac{3}{2}$

e) für $a \neq \pm b$

$$\frac{a+b}{b-a} \frac{4(b^2-a^2)}{2a+2b}$$

$$\frac{4 \cdot (a^2-b^2) \cdot (a+b)}{(a-b) \cdot (2 \cdot a+2 \cdot b)}$$

simplify(ans)

$$2 \cdot (a+b)$$

f) für $a \neq 0, a \neq 1, a \neq -2, a \neq 3$

$$\frac{a^2+a-2}{a^2-a} \frac{a^2-4a+3}{a^2-a-6}$$

$$\frac{(a^2+a-2) \cdot (a^2-4 \cdot a+3)}{(a^2-a-6) \cdot (a^2-a)}$$

simplify(ans)

$$\frac{-1}{a} + 1$$

factor(ans)

$$\frac{a-1}{a}$$

solve($a^2-a-6 \neq 0, a$)

$$\{a \neq -2, a \neq 3\}$$

g) für $a \neq \pm 1$

$$\frac{2a+a^2+1}{2a^2-2} \frac{a-1}{a^2+1}$$

$$\frac{(a^2+2 \cdot a+1) \cdot (a-1)}{(a^2+1) \cdot (2 \cdot a^2-2)}$$

simplify(ans)

$$\frac{a+1}{2 \cdot (a^2+1)}$$

h) für $a \neq -1, a \neq 0, a \neq -\frac{1}{2}$

$$\frac{a+1}{4a-2} \frac{12a^3-3a}{6a^3+9a^2+3a}$$

$$\frac{(a+1) \cdot (12 \cdot a^3 - 3 \cdot a)}{(6 \cdot a^3 + 9 \cdot a^2 + 3 \cdot a) \cdot (4 \cdot a - 2)}$$

simplify(ans)

$$\frac{1}{2}$$

solve(6a^3+9a^2+3a≠0, a)

$$\left\{ a \neq -1, a \neq 0, a \neq -\frac{1}{2} \right\}$$

i) für a≠tb

$$\frac{a^2 - 2a \times b + b^2}{2a + 2b} / \frac{b^2 - a^2}{2a^2 + 4a \times b + 2b^2}$$

$$\frac{-(a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b) \cdot (2 \cdot a^2 + 2 \cdot b^2 + 4 \cdot a \cdot b)}{(a^2 - b^2) \cdot (2 \cdot a + 2 \cdot b)}$$

simplify(ans)

$$-a + b$$

solve(2a^2+4a×b+2b^2≠0, a)

$$\{ a \neq -b \}$$

j) für a≠0, a≠1, a≠-2, a≠3

$$\frac{a^2 + a - 2}{a^2 - a} / \frac{a^2 - 4a + 3}{a^2 - a - 6}$$

$$\frac{(a^2 + a - 2) \cdot (a^2 - a - 6)}{(a^2 - a) \cdot (a^2 - 4 \cdot a + 3)}$$

simplify(ans)

$$\frac{(a+2)^2}{a \cdot (a-1)}$$

solve(a^2-a-6≠0, a)

$$\{ a \neq -2, a \neq 3 \}$$

solve(a^2-4a+3≠0, a)

$$\{ a \neq 1, a \neq 3 \}$$

k) für $a \neq \frac{-1}{b}, a \neq 0, b \neq -1$

$$\frac{b - \frac{a+b}{a \cdot b + 1}}{a - \frac{a^2 \cdot b - a \cdot b}{1 + a \cdot b}}$$

$$\frac{-\left(b - \frac{a+b}{a \cdot b + 1}\right)}{\frac{a^2 \cdot b - a \cdot b}{a \cdot b + 1} - a}$$

simplify(ans)

$$b - 1$$

$$\text{solve}\left(a - \frac{a^2 \cdot b - a \cdot b}{1 + a \cdot b} \neq 0, a\right)$$

$$\{a \neq 0\}$$

$$\text{solve}\left((1 + a \cdot b) - (a \cdot b - b) \neq 0, b\right)$$

$$\{b \neq -1\}$$

$$a - \frac{a^2 \cdot b - a \cdot b}{1 + a \cdot b} \mid b = -1$$

$$\frac{-(a^2 - a)}{a - 1} + a$$

simplify(ans)

$$0$$

l) für $a \neq 0, b \neq 0, a \neq \pm b$

$$\frac{a - \frac{a^2}{a - \frac{b^2}{a}}}{b - \frac{b}{1 + \frac{a}{b}}}$$

$$\frac{-\left(\frac{a^2}{b^2} + a\right)}{\frac{b}{a} - b}$$

simplify(ans)

$$\frac{-b}{a-b}$$

Bem.: der Ausgangsterm ist nur sinnvoll für $a \neq 0$,
 $b \neq 0$, $a \neq -b$ und $a \neq b$

solve($1 + \frac{a}{b} \neq 0, a$)

{ $a \neq -b$ }

solve($b - \frac{b}{1 + \frac{a}{b}} \neq 0, a$)

{ $a \neq 0$ }

solve($a - \frac{b^2}{a} \neq 0, a$)

{ $a \neq -b, a \neq b$ }

m) für $x \neq 0, y \neq 0, x \neq \pm y$

$$\frac{\frac{1}{y^2} + \frac{2}{x \cdot y} + \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{y^2} - \frac{1}{x^2}}$$

$$\frac{-\left(\frac{2}{x \cdot y} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right)}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}$$

simplify(ans)

$$\frac{x+y}{x-y}$$

n) für $a \neq \pm b, b \neq 0$

$$\frac{\frac{2a \times b^2}{b^4 - a^4} - \frac{a}{b^2 + a^2}}{\frac{1}{a+b} + \frac{a}{b^2 - a^2}}$$

$$\frac{\frac{2 \cdot a \cdot b^2}{a^4 - b^4} + \frac{a}{a^2 + b^2}}{\frac{a}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a+b}}$$

simplify(ans)

$$\frac{a}{b}$$

solve($\frac{1}{a+b} + \frac{a}{b^2 - a^2} \neq 0, b$)

{ $b \neq 0$ }

schrittweise Lösung in einem Hintergrundfenster f(*)=

Hintergrundfenster zur schrittweisen Umformung mit Rechenkontrolle:

▼ Datei Edit Aktion
✕

📄 💾 R ▼ ☰ ▼

$$\frac{2 \cdot a \cdot b^2}{b^4 - a^4} - \frac{a}{b^2 + a^2}$$

$$\frac{1}{a+b} + \frac{a}{b^2 - a^2}$$

$$= \frac{2 \cdot a \cdot b^2}{b^4 - a^4} - \frac{a \cdot (b^2 - a^2)}{(b^2 + a^2) \cdot (b^2 - a^2)}$$

$$\frac{1 \cdot (b-a)}{(a+b) \cdot (b-a)} - \frac{a}{(b^2 + a^2) \cdot (b^2 - a^2)}$$

$$= \frac{2 \cdot a \cdot b^2 - a \cdot (b^2 - a^2)}{b^4 - a^4} - \frac{1 \cdot (b-a)}{(a+b) \cdot (b-a)}$$

$$= \frac{a \cdot b^2 + a^3}{b^4 - a^4} - \frac{1 \cdot (b-a)}{(a+b) \cdot (b-a)}$$

$$= \frac{a \cdot b^2 + a^3}{b^4 - a^4} \cdot \frac{(a+b) \cdot (b-a)}{b}$$

$$= \frac{a \cdot b^2 + a^3}{b^2 + a^2} \cdot \frac{1}{b}$$

$$= \frac{-a}{b}$$

Fehler!
✕

Nicht äquivalent

Äq: (((2 * a * b^(2)) / (b^(4) - a^(4))) - ((a) / (b^(2) + a^2))) * ((a + b) * (b - a)) / b

Ein Umformungsschritt ist fehlerhaft (der letzte)

Alle Umformungsschritte sind fehlerfrei:

The screenshot shows a window titled "Datei Edit Aktion" with a toolbar containing icons for file operations and mathematical functions. The main area displays the following steps of the simplification process:

$$\frac{2 \cdot a \cdot b^2}{b^4 - a^4} - \frac{a}{b^2 + a^2}$$
$$\frac{1}{a+b} + \frac{a}{b^2 - a^2}$$
$$= \frac{2 \cdot a \cdot b^2}{b^4 - a^4} - \frac{a \cdot (b^2 - a^2)}{(b^2 + a^2) \cdot (b^2 - a^2)}$$
$$\frac{1 \cdot (b-a)}{(a+b) \cdot (b-a)} + \frac{a}{b^2 - a^2}$$
$$= \frac{2 \cdot a \cdot b^2 - a \cdot (b^2 - a^2)}{b^4 - a^4}$$
$$\frac{1 \cdot (b-a) + a}{(a+b) \cdot (b-a)}$$
$$= \frac{a \cdot b^2 + a^3}{b^4 - a^4}$$
$$\frac{b}{(a+b) \cdot (b-a)}$$
$$= \frac{a \cdot b^2 + a^3}{b^4 - a^4} \cdot \frac{(a+b) \cdot (b-a)}{b}$$
$$= \frac{a \cdot b^2 + a^3}{b^2 + a^2} \cdot \frac{1}{b}$$
$$= \frac{a}{b}$$
$$= 0$$

The status bar at the bottom shows the input string: `Äq: (((2 * a * b^(2)) / (b^(4) - a^(4))) - (a) / (b^(2) + a^2)) / b`