SS2018 - 1.Repetitorium - Prof.Paditz

Aufg. 3.3. 6b),13b),18,21,29,32a),34d),36,37h)

Aufg. 3.3.6b)

Man zeige, dass die folgenden Vektoren $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ eine Basis in $\mathbf{R}^3$ bilden. Wie lauten die Koordinaten von Vektor $\mathbf{b}$ bezüglich dieser Basis?

$\mathbf{a}_1=(1,1,2)^T$, $\mathbf{a}_2=(2,0,2)^T$, $\mathbf{a}_3=(1,2,4)^T$,

$\mathbf{b}=(0,2,2)^T$.

Lösung:

$$A:=\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 2\\ 2 & 2 & 4\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 2\\ 2 & 2 & 4\end{bmatrix}$$

$\det(A)\neq 0$

$$-2\neq 0$$

d.h. A ist regulär (von vollem Rang)

rank(A)

$$3$$

Damit sind $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ lin. unabhängig und bilden eine

Basis in $\mathbf{R}^3$.

alternativ:

$x_1\mathbf{a}_1+x_2\mathbf{a}_2+x_3\mathbf{a}_3=\mathbf{o}$ hat nur die triviale Lösung:

$\mathbf{Ax=o}$ ergibt $\mathbf{x=A^{-1}o=o}$, d.h. $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ sind lin. unabhängig.

Irgendwelche drei lin. unabh. Vektoren im $\mathbf{R}^3$ bilden dort eine Basis.

Weiter: Darstellung von $\mathbf{b}$ über diese Basis

Ansatz: $x_1\mathbf{a}_1+x_2\mathbf{a}_2+x_3\mathbf{a}_3=\mathbf{b}$ **bzw.** $\mathbf{Ax=b}$

ergibt:

$\mathbf{x=A^{-1}b}$

$$A^{-1}*\begin{bmatrix}0\\2\\2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}2\\-1\\0\end{bmatrix}$$

Lösung:

$$2\cdot\begin{bmatrix}1\\1\\2\end{bmatrix}-1\cdot\begin{bmatrix}2\\0\\2\end{bmatrix}+0\cdot\begin{bmatrix}1\\2\\4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\2\\2\end{bmatrix}$$

Für die gesuchte Darstellung wird $\mathbf{a}_3$ nicht benötigt.

Aufg. 3.3. 13b)

Durch drei Punkte A,B,C wird ein Dreieck festgelegt. Berechnen Sie die Länge der drei Seiten, die Winkel im Dreieck sowie den Flächeninhalt.

A(0,3,1),B(−2,2,1),C(4,2,3).

Lösung:

$$A:=\begin{bmatrix}0\\3\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}0\\3\\1\end{bmatrix}$$

$$B:=\begin{bmatrix}-2\\2\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}-2\\2\\1\end{bmatrix}$$

$$C:=\begin{bmatrix}4\\2\\3\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}4\\2\\3\end{bmatrix}$$

Ebene=A+s*(B−A)+t*(C−A)

$$\begin{bmatrix}-2\cdot s+4\cdot t\\-s-t+3\\2\cdot t+1\end{bmatrix}$$

Define Xst1(s,t)=−2·s+4·t|t≤1−s

done

Define Yst1(s,t)=−s−t+3|t≤1−s

done

Define Zst1(s,t)=2·t+1|t≤1−s

done

Define Xst2(s,t)=−2·s+4·t|t≤1−s

done

Define Yst2(s, t)=−s−t+3|t≤1−s

done

Define Zst2(s, t)=0

done

3D−Grafik	Z1:… Z2:…

norm(B−A)

$\sqrt{5}$

approx(ans)

2.236067977

norm(C−A)

$\sqrt{21}$

approx(ans)

4.582575695

norm(C−B)

$2\cdot\sqrt{10}$

approx(ans)

6.32455532

Es gilt für die Seitenlängen:

$c=||AB||\approx 2,236$

$b=||AC||\approx 4,583$

$a=||BC||\approx 6,325$

$$\alpha:=\cos^{-1}\left(\frac{\mathrm{dotP}(B-A,C-A)}{\mathrm{norm}(B-A)*\mathrm{norm}(C-A)}\right)$$

$$\frac{180\cdot\left(\frac{-\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{105}}{15}\right)\cdot\pi}{180}+\pi\right)}{\pi}$$

approx(ans)

133.0887231

$\beta := \cos^{-1}\left(\frac{\text{dotP}(A-B, C-B)}{\text{norm}(B-A) * \text{norm}(C-B)}\right)$

$\cos^{-1}\left(\frac{3\cdot\sqrt{2}}{5}\right)$

approx(ans)

31.94805943

$\gamma := \cos^{-1}\left(\frac{\text{dotP}(A-C, B-C)}{\text{norm}(C-A) * \text{norm}(C-B)}\right)$

$\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{210}}{15}\right)$

approx(ans)

14.96321743

approx($\alpha+\beta+\gamma$)

180

Es gilt für die Winkel:

$\alpha \approx 133{,}09°$

$\beta \approx 31{,}95°$

$\gamma \approx 14{,}96°$

$F := \frac{1}{2}\text{norm}(\text{crossP}(B-A, C-A))$

$\sqrt{14}$

approx(ans)

3.741657387

Flächeninhalt $F \approx 3{,}74$.

alternativ:

$F{:=}\frac{1}{2}*\mathrm{norm}(C-A)*\mathrm{norm}(C-B)*\sin(\gamma)$

$$\sqrt{14}$$

approx(ans)

$$3.741657387$$

Aufg. 3.3.18

Zu dem Vektor **a**=$(6,1,1)^T$ soll ein Vielfaches des Vektors **b**=$(3,-1,0)^T$ addiert werden, so dass die Summe **a**+λ**b** auf dem Vektor **c**=$(-2,3,5)^T$ senkrecht steht.

a) Wie groß muss λ gewählt werden?

b) Zeigen Sie, dass die Vektoren **a** und **c** gleiche Länge haben.

c) Berechnen Sie den von **a** und **c** eingeschlossenen Winkel.

Lösung:

$a{:=}\begin{bmatrix}6\\1\\1\end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix}6\\1\\1\end{bmatrix}$$

$b{:=}\begin{bmatrix}3\\-1\\0\end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix}3\\-1\\0\end{bmatrix}$$

$c:=\begin{bmatrix}-2\\3\\5\end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix}-2\\3\\5\end{bmatrix}$$

a+λ*b

$$\begin{bmatrix}3\cdot\lambda+6\\-\lambda+1\\1\end{bmatrix}$$

dotP(ans, c)=0

$$-2\cdot(3\cdot\lambda+6)-3\cdot(\lambda-1)+5=0$$

solve(ans, λ)

$$\left\{\lambda=-\frac{4}{9}\right\}$$

norm(a)=norm(c)

$$\sqrt{38}=\sqrt{38}$$

$\cos^{-1}\left(\frac{1}{\text{norm(a)*norm(c)}}\text{dotP(a, c)}\right)$

$$\frac{180\cdot\left(\frac{-\cos^{-1}\left(\frac{2}{19}\right)\cdot\pi}{180}+\pi\right)}{\pi}$$

approx(ans)

$$96.04232842$$

Ergebnis:

$\lambda=-\frac{4}{9}$, $||a||=||c||=\sqrt{38}$, $\beta\approx96,04°$

Aufg. 3.3.21

Von einer Geraden g sind der Punkt $P_1(4,3,2)$ und der

Richtungsvektor $\mathbf{a}=(2,1,3)^T$ bekannt. Geben Sie die Gleichung der Geraden an und berechnen Sie den Abstand des Punktes Q(4,1,1) von dieser Geraden.

Lösung:

g: $\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} + t * \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$, $t \in \mathbf{R}$.

Lotfusspunkt L von Q auf g: $LQ \perp \mathbf{a}$

$$\text{dotP}\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \left(\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} + t_1 * \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}\right)\right) = 0$$

$$-3\cdot(3\cdot t_1+1)-5\cdot t_1-2=0$$

solve(ans, t_1)

$$\left\{t_1 = -\frac{5}{14}\right\}$$

$$\text{norm}\left(\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \left(\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} + t_1 * \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}\right) \,\middle|\, t_1 = -\frac{5}{14}\right)$$

$$\frac{3\cdot\sqrt{70}}{14}$$

approx(ans)

$$1.792842914$$

Abstand $||LQ|| \approx 1{,}793$.

Aufg. 3.3.29

Gegeben sind die Ebenen E_1: $x-y+z=0$; E_2: $3x-y-z+2=0$; E_3: $4x-y-2z+\lambda=0$.

a) Man bestimme, falls das möglich ist, die Zahl λ so, dass sich diese drei Ebenen in einer gemeinsamen Geraden schneiden.

b) Man gebe eine Parameterdarstellung dieser Geraden an.

c) Man bestimme den Schnittwinkel zwischen den Ebenen E_1 und E_2.

Lösung:

$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \\ 4 & -1 & -2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ -\lambda \end{bmatrix}$ muss mehrdeutig lösbar sein!

$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \\ 4 & -1 & -2 & \lambda \end{bmatrix} \Rightarrow ST$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \\ 4 & -1 & -2 & \lambda \end{bmatrix}$$

LinEqSys(ST, 1, 1)

done

matnew⇒T1

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -4 & 2 \\ 3 & -6 & \lambda \end{bmatrix}$$

LinEqSys(T1, 2, 1)

done

matnew⇒T2

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \\ 0 & \lambda-3 \end{bmatrix}$$

Für $\lambda=3$ ist das System mehrdeutig lösbar (widerspruchsfrei):

z=t, x=t−1, y=2t−1, d.h.

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + t * \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad t \in \mathbf{R}.$$

alternativ:

DelVar λ

done

$$\text{rref}\left(\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 & -2 \\ 4 & -1 & -2 & -\lambda \end{bmatrix}\right)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Der rref-Befehl (ref-Befehl) berücksichtigt symbolische Variablen nicht!

rein numerische Rechnung:

$$\text{rref}\left(\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 & -2 \\ 4 & -1 & -2 & -\lambda \end{bmatrix} \mid \lambda=3\right)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{rref}\left(\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 & -2 \end{bmatrix}\right)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Lösung zu $E_1 \cap E2$ in E_3 einsetzen:

$4x-y-2z+\lambda=0 \mid \{x=t-1, y=2t-1, z=t\}$

$$4\cdot(t-1)-4\cdot t+\lambda+1=0$$

solve(ans, λ)

$$\{\lambda=3\}$$

Normalenvektoren:

$n_1:=[1\ \ -1\ \ 1]$

$$[1\ \ -1\ \ 1]$$

$n_2:=[3\ \ -1\ \ -1]$

$$[3\ \ -1\ \ -1]$$

$\cos^{-1}(\text{dotP}(\frac{n_1}{\text{norm}(n_1)}, \frac{n_2}{\text{norm}(n_2)})$

$$\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{33}}{11}\right)$$

approx(ans)

$$58.51784589$$

Schnittwinkel (E_1, E_2): 58,52°

Aufg. 3.3. 32a)

Vom Punkt P ist das Lot auf die Ebene E zu fällen.

Man bestimme die Koordinaten des Lotfusspunktes F.

E: 2x−y+4z=−16; P(1,0,6)

Lösung: Gerade durch P in Richtung **n** betrachten

$P:=\begin{bmatrix}1\\0\\6\end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix}0\\0\\-4\end{bmatrix}$$

$$n:=\begin{bmatrix}2\\-1\\4\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}2\\-1\\4\end{bmatrix}$$

$$L:=\begin{bmatrix}1\\0\\6\end{bmatrix}+\lambda*n$$

$$\begin{bmatrix}2\cdot\lambda+1\\-\lambda\\4\cdot\lambda+6\end{bmatrix}$$

$2x-y+4z=-16|\{x=2\cdot\lambda+1, y=-\lambda, z=4\cdot\lambda+6\}$

$$4\cdot(4\cdot\lambda+6)+2\cdot(2\cdot\lambda+1)+\lambda=-16$$

solve(ans, λ)

$$\{\lambda=-2\}$$

$L|\lambda=-2$

$$\begin{bmatrix}-3\\2\\-2\end{bmatrix}$$

Aufg. 3.3. 34d)

Gegeben sind die 3 Punkte

$P_1(2,0,1), P_2(3,1,0), P_3(4,-2,5)$ sowie $P_4(1,1,3)$.

Wie lautet die Gleichung der Ebene E durch die Punkte P_1, P_2, P_3 (Parameterdarstellung)? Welchen Abstand hat der Punkt P_4 von der Ebene E?

Lösung:

$$P_1 := \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P_2 := \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$P_3 := \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$P_4 := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$P_1 + s * (P_2 - P_1) + t * (P_3 - P_1)$$

$$\begin{bmatrix} s+2\cdot t+2 \\ s-2\cdot t \\ -s+4\cdot t+1 \end{bmatrix}$$

$$E:\ \begin{bmatrix} x(s,t) \\ y(s,t) \\ z(s,t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + s * \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} + t * \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad s, t \in \mathbf{R}.$$

$$n:=\text{crossP}\left(\begin{bmatrix}1\\1\\-1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}2\\-2\\4\end{bmatrix}\right)$$

$$\begin{bmatrix}2\\-6\\-4\end{bmatrix}$$

$P_4+\lambda*n$

$$\begin{bmatrix}2\cdot\lambda+1\\-6\cdot\lambda+1\\-4\cdot\lambda+3\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}2\\0\\1\end{bmatrix}+s*\begin{bmatrix}1\\1\\-1\end{bmatrix}+t*\begin{bmatrix}2\\-2\\4\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}2\cdot\lambda+1\\-6\cdot\lambda+1\\-4\cdot\lambda+3\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}s+2\cdot t-2\cdot\lambda+1\\s-2\cdot t+6\cdot\lambda-1\\-s+4\cdot t+4\cdot\lambda-2\end{bmatrix}$$

$$ST:=\begin{bmatrix}1&2&-2&1\\1&-2&6&-1\\-1&4&4&-2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1&2&-2&1\\1&-2&6&-1\\-1&4&4&-2\end{bmatrix}$$

LinEqSys(ST, 1, 1)

done

matnew⇒T1

$$\begin{bmatrix}-2&2&-1\\-4&8&-2\\6&2&-1\end{bmatrix}$$

LinEqSys(T1, 2, 1)

done

matnew⇒T2

$$\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -\frac{1}{2} \\ 14 & -4 \end{bmatrix}$$

LinEqSys(T2, 3, 1)

done

matnew⇒T3

$$\begin{bmatrix} -\frac{4}{7} \\ \frac{1}{14} \\ \frac{2}{7} \end{bmatrix}$$

$s=-\frac{4}{7}, t=\frac{1}{14}, \lambda=\frac{2}{7}$

$\text{norm}(\lambda * n \mid \lambda=\frac{2}{7})$

$$\frac{4\cdot\sqrt{14}}{7}$$

approx(ans)

2.138089935

alternativ: Fusspunkt F

$F:=P_4+\lambda * n \mid \lambda=\frac{2}{7}$

$$\begin{bmatrix} \frac{11}{7} \\ -\frac{5}{7} \\ \frac{13}{7} \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}+s*\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}+t*\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix} \mid \{s=-\frac{4}{7}, t=\frac{1}{14}\}$

$$\begin{bmatrix} \frac{11}{7} \\ -\frac{5}{7} \\ \frac{13}{7} \end{bmatrix}$$

norm(P_4−ans)

$$\frac{4\cdot\sqrt{14}}{7}$$

approx(ans)

2.138089935

Aufg. 3.3.36

In der Ebene haben die auf einer Seite der gegebenen Geraden g liegenden Punkte P_1 und P_2 jeweils den Abstand h_1 und h_2 von g. Die von P_1 bzw. P_2 auf g gefällten Lote schneiden g in den Punkten Q_1 und Q_2, wobei die Strecke $||Q_1Q_2||$ die Länge a>0 hat. Gesucht ist der Punkt P auf g, für den die Abstandssumme $||PP_1||+||PP_2||$ minimal wird.

Lösung:

Prinzipskizze anfertigen!

Sei $||Q_1P||=t*a$, $||Q_2P||=(1-t)*a$, $0<t<1$,

dann ist $||P_1P||=\sqrt{h_1^2+(t*a)^2}$,

$||P_2P||=\sqrt{h_2^2+((1-t)*a)^2}$.

Zielfunktion:

DelVar a,t,h_1,h_2

done

Define $f(t)=\sqrt{h_1{}^2+(t*a)^2}+\sqrt{h_2{}^2+((1-t)*a)^2}$

done

$\frac{d}{dt}(f(t))=0$

$$\frac{a^2\cdot t\cdot\sqrt{a^2\cdot t^2-2\cdot a^2\cdot t+a^2+h_2{}^2}+a^2\cdot t\cdot\sqrt{a^2\cdot t^2+h_1{}^2}-a^2\cdot\sqrt{a^2\cdot t}}{\sqrt{(a^2\cdot t^2+h_1{}^2)\cdot(a^2\cdot t^2-2\cdot a^2\cdot t+a^2+h_2{}^2)}}$$

solve$(t\cdot\sqrt{a^2\cdot t^2-2\cdot a^2\cdot t+a^2+h_2{}^2}+t\cdot\sqrt{a^2\cdot t^2+h_1{}^2}-\sqrt{a^2\cdot t^2+h}$

$$\left\{t=\frac{h_1}{h_1-h_2},\ t=\frac{h_1}{h_1+h_2}\right\}$$

Spezialfall: $h_2=h_1$

solve$(t\cdot\sqrt{a^2\cdot t^2-2\cdot a^2\cdot t+a^2+h_2{}^2}+t\cdot\sqrt{a^2\cdot t^2+h_1{}^2}-\sqrt{a^2\cdot t^2+h}$

$$\left\{t=\frac{1}{2}\right\}$$

Es gilt $0<t=\frac{h_1}{h_1+h_2}<1$ (die andere Lösung $t=\frac{h_1}{h_1-h_2}$ entfällt: $t<0$ $(0<h_1<h_2)$ oder $t>1$ $(h_1>h_2>0)$)

$Q1:=\begin{bmatrix}x_1\\y_1\end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix}x_1\\y_1\end{bmatrix}$$

$Q2:=\begin{bmatrix}x_2\\y_2\end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix}x_2\\y_2\end{bmatrix}$$

Einheitsvektor: $\frac{Q2-Q1}{a}$

$P:=Q1+t*a*\frac{Q2-Q1}{a}\mid t=\frac{h_1}{h_1+h_2}$

$$\begin{bmatrix} \frac{-h_1\cdot(x_1-x_2)}{h_1+h_2}+x_1 \\ \frac{-h_1\cdot(y_1-y_2)}{h_1+h_2}+y_1 \end{bmatrix}$$

speziell: $Q_1(0,0)$, $Q_2(a,0)$

$P|\{x_1=0, y_1=0, x_2=a, y_2=0\}$

$$\begin{bmatrix} \frac{a\cdot h_1}{h_1+h_2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

2D–Grafik	Y1:… Y2:…

Aufg. 3. 3. 37h)

Welche Kurve wird durch die folgende Gleichung beschrieben? Skizzieren Sie das Bild der Kurve.

$3x^2+2y+3y^2=25.$

Lösung:

Kurve 2. Ordnung, quadratische Ergänzung:

$3x^2+2y+3y^2=25$ ergibt $x^2+y^2+\frac{2}{3}y=\frac{25}{3}$

$x^2+(y+\frac{1}{3})^2=\frac{25}{3}+\frac{1}{9}=\frac{76}{9}$

Kreisgleichung mit $M(0,-\frac{1}{3})$ und $R=\frac{1}{3}\sqrt{76}=\frac{2}{3}\sqrt{19}$

solve$(3x^2+2y+3y^2=25, y)$

$$\left\{y=\frac{\sqrt{-9\cdot x^2+76}-1}{3}, y=\frac{-\left(\sqrt{-9\cdot x^2+76}+1\right)}{3}\right\}$$

obere Kurvenast:

Define $y1(x)=\frac{\sqrt{-9\cdot x^2+76}-1}{3}$

done

untere Kurvenast:

Define $y2(x)=\frac{-\left(\sqrt{-9\cdot x^2+76}+1\right)}{3}$

done

Parameterdarstellung:

Define $xt3(t)=\frac{2}{3}\sqrt{19}*\cos(t)$

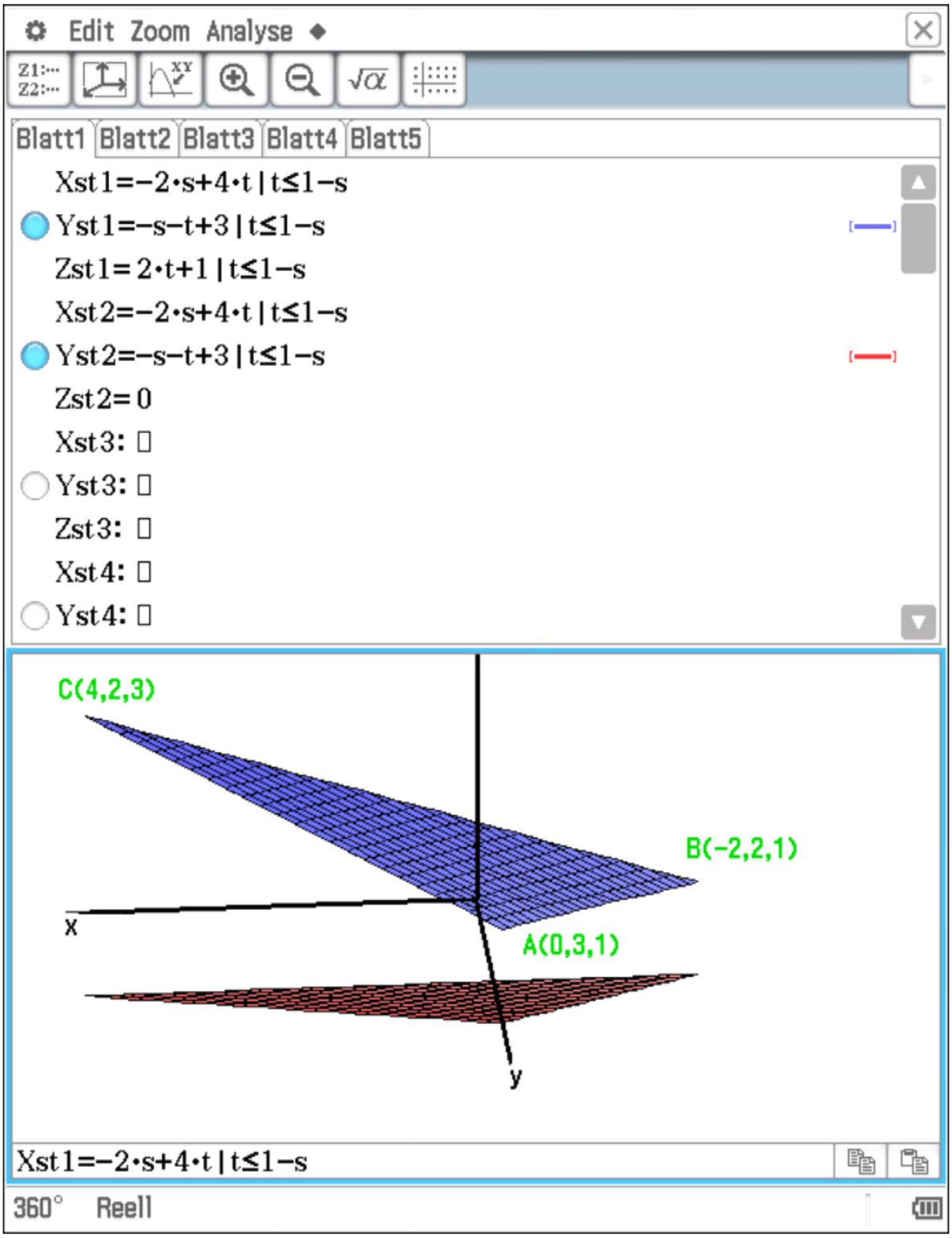
done

Define $yt3(t)=-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\sqrt{19}*\sin(t)$

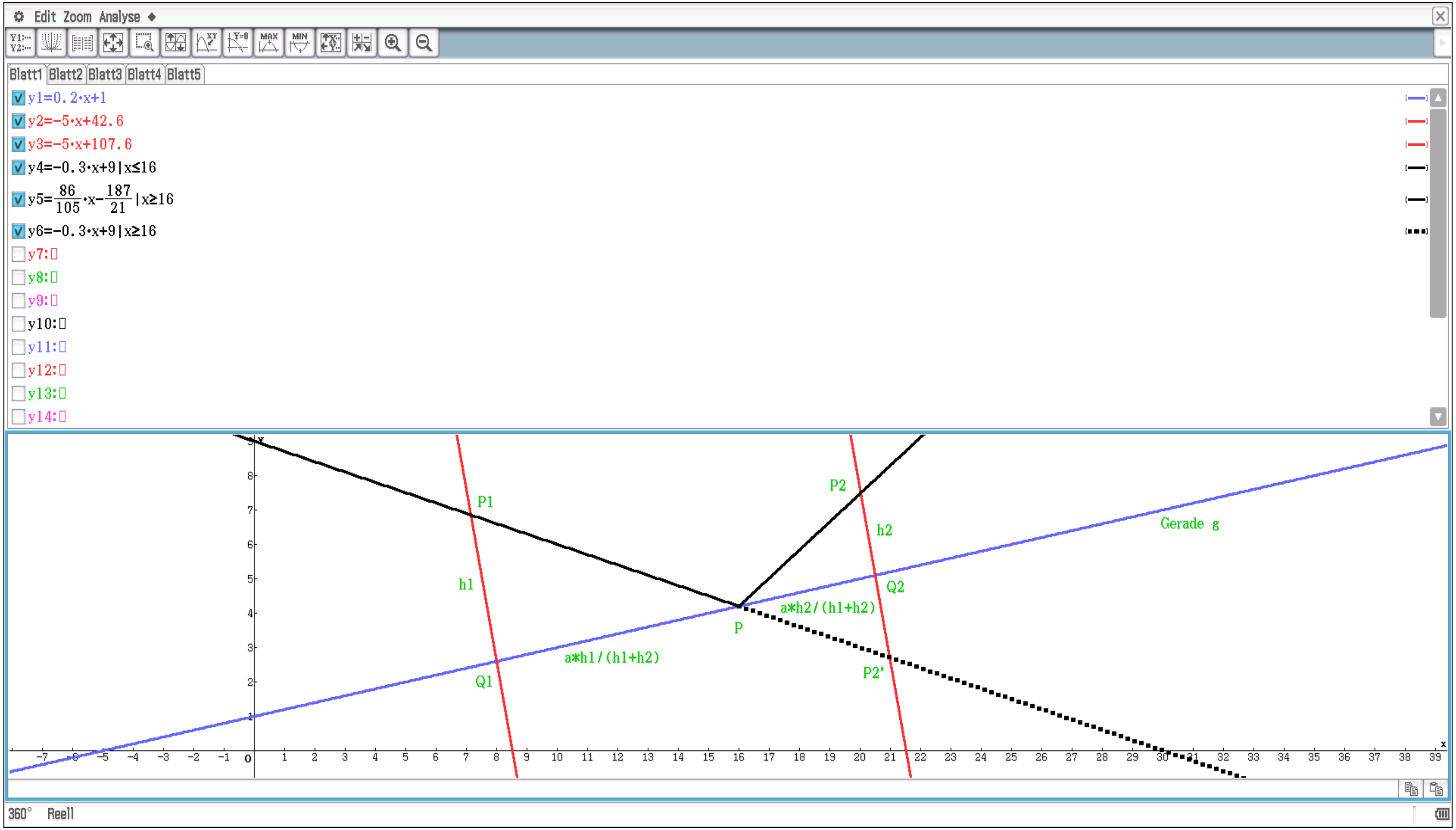
done

2D−Grafik Y1:⋯ Y2:⋯

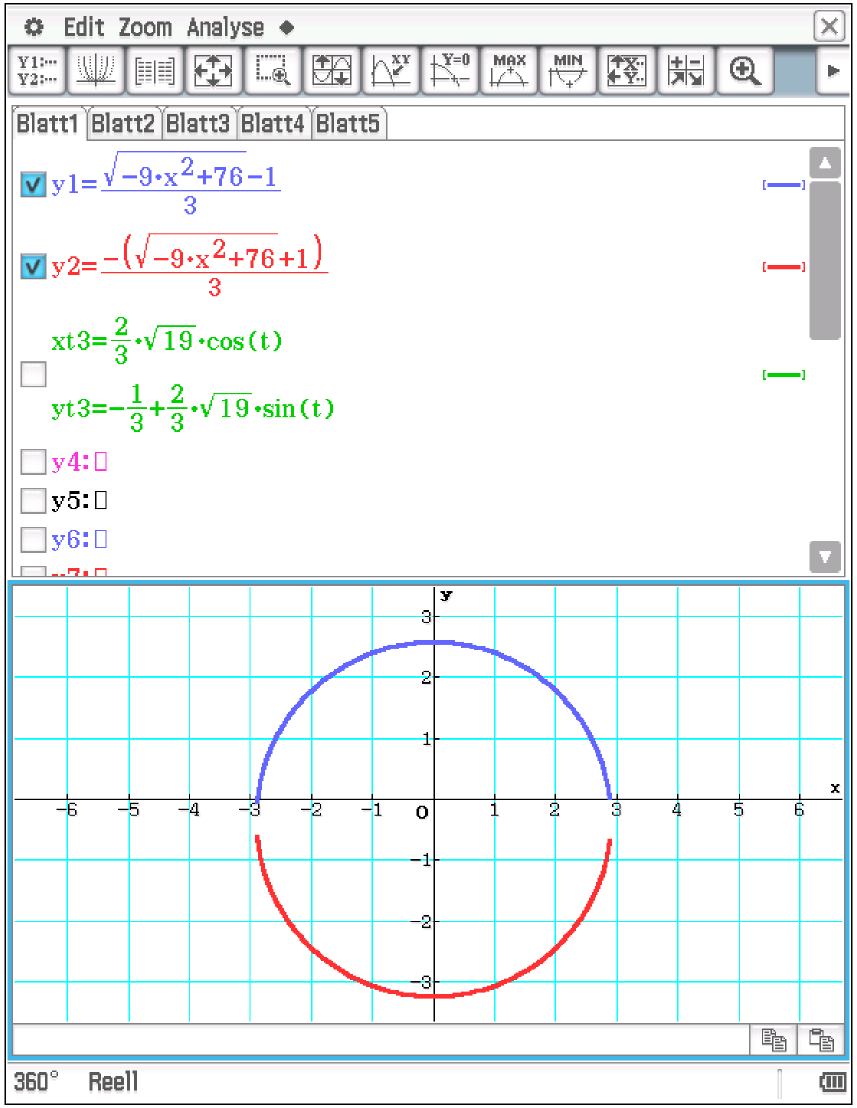
Aufg. 3.3.13b)

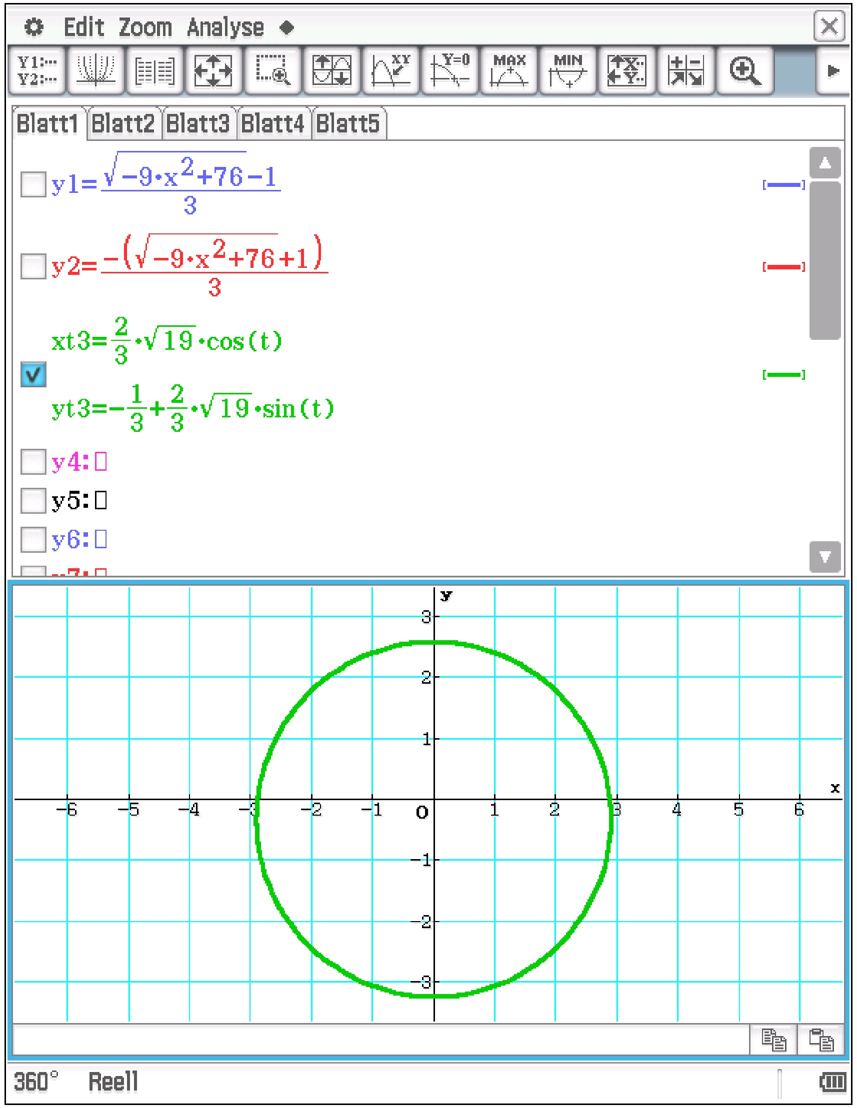

Edit Zoom Analyse
Blatt1 Blatt2 Blatt3 Blatt4 Blatt5
Xst1=−2·s+4·t | t≤1−s
Yst1=−s−t+3 | t≤1−s
Zst1=2·t+1 | t≤1−s
Xst2=−2·s+4·t | t≤1−s
Yst2=−s−t+3 | t≤1−s
Zst2=0
Xst3:
Yst3:
Zst3:
Xst4:
Yst4:
C(4,2,3)
B(−2,2,1)
A(0,3,1)
x
y
Xst1=−2·s+4·t | t≤1−s
360°
Reell

Aufg. 3.3.36 geometrische Lösung: P2 an g spiegeln und P1 mit P2' verbinden: P ist Schnittpunkt mit g.



Aufg. 3.3.37h)


Edit Zoom Analyse
Blatt1 Blatt2 Blatt3 Blatt4 Blatt5
$y1=\frac{\sqrt{-9\cdot x^2+76}-1}{3}$
$y2=\frac{-(\sqrt{-9\cdot x^2+76}+1)}{3}$
$xt3=\frac{2}{3}\cdot\sqrt{19}\cdot\cos(t)$
$yt3=-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\cdot\sqrt{19}\cdot\sin(t)$
y4:
y5:
y6:
360° Reell


Edit Zoom Analyse
Blatt1 Blatt2 Blatt3 Blatt4 Blatt5
$y1=\frac{\sqrt{-9\cdot x^2+76}-1}{3}$
$y2=\frac{-(\sqrt{-9\cdot x^2+76}+1)}{3}$
$xt3=\frac{2}{3}\cdot\sqrt{19}\cdot\cos(t)$
$yt3=-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\cdot\sqrt{19}\cdot\sin(t)$
y4:
y5:
y6:
360° Reell