

Prof. Dr. L. Paditz 09.06.2016

Lösung der RWA

$$\Delta u = u_{xx} + u_{yy} = 0 \text{ für } u = u(x, y)$$

auf dem Kreisring  $B = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$

Die Lösung lautet:

$$u(x, y) = \frac{4}{3}y * \left(1 - \frac{1}{x^2 + y^2}\right)$$

Probe:

$$\text{Define } u(x, y) = \frac{4}{3}y * \left(1 - \frac{1}{x^2 + y^2}\right)$$

done

$$\frac{d^2}{dx^2}(u(x, y)) + \frac{d^2}{dy^2}(u(x, y))$$

0

$$u(x, y) \mid_{x^2 + y^2 = 1}$$

0

$$u(x, y) \mid_{x^2 + y^2 = 4}$$

y

$$\text{Define } z1(x, y) = \frac{4}{3}y * \left(1 - \frac{1}{x^2 + y^2}\right)$$

done

$$\text{Define } xst2(s, t) = |s| \cos(t)$$

done

$$\text{Define } yst2(s, t) = |s| \sin(t)$$

done

Define  $zst2(s, t) = \frac{4}{3}|s|\sin(t) \left(1 - \frac{1}{s^2}\right)$

done

Define  $xst3(s, t) = \cos(t)$

done

Define  $yst3(s, t) = \sin(t)$

done

Define  $zst3(s, t) = s$

done

Define  $xst4(s, t) = 2\cos(t)$

done

Define  $yst4(s, t) = 2\sin(t)$

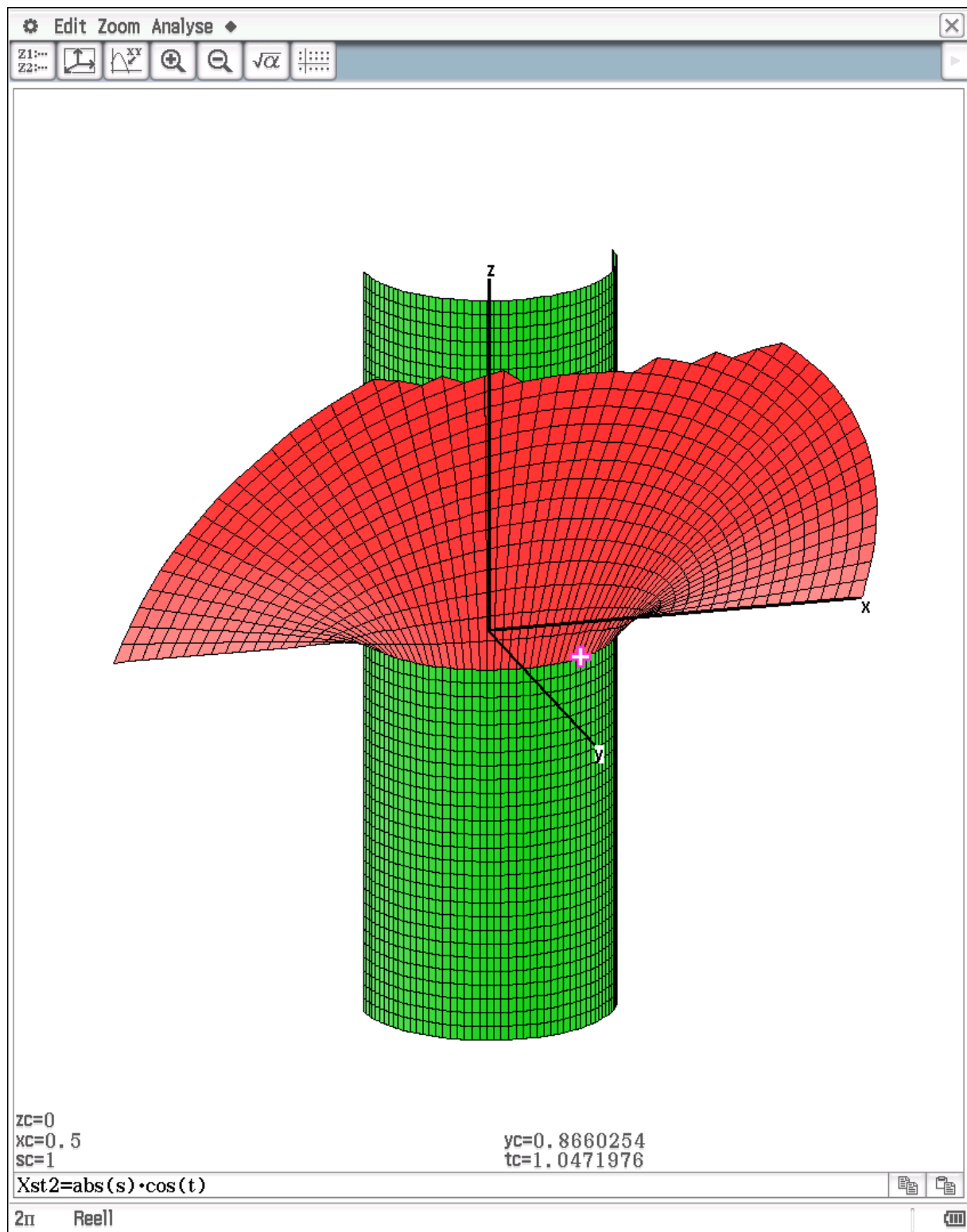
done

Define  $zst4(s, t) = s$

done

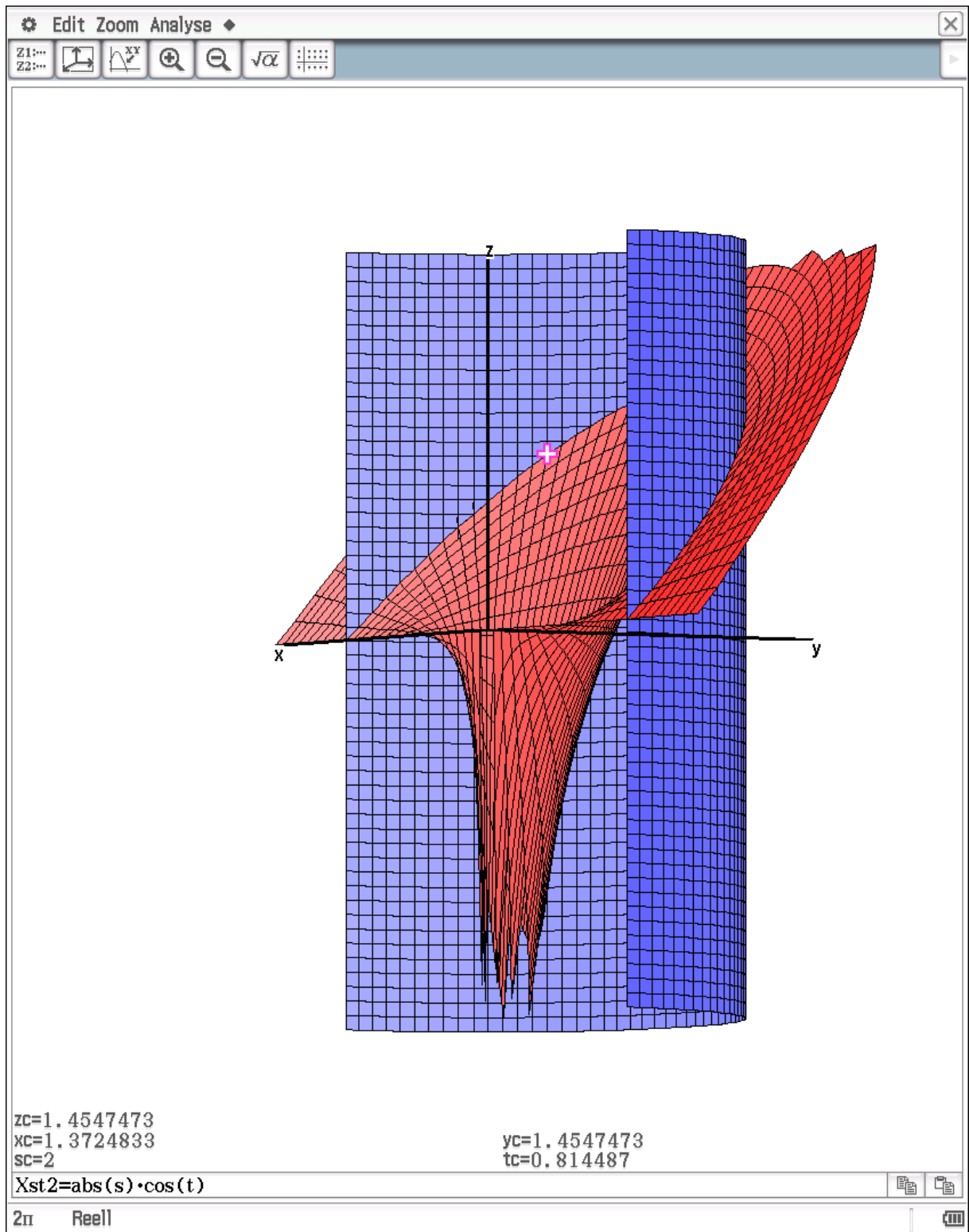
3D-Grafik

Z1:…  
Z2:…

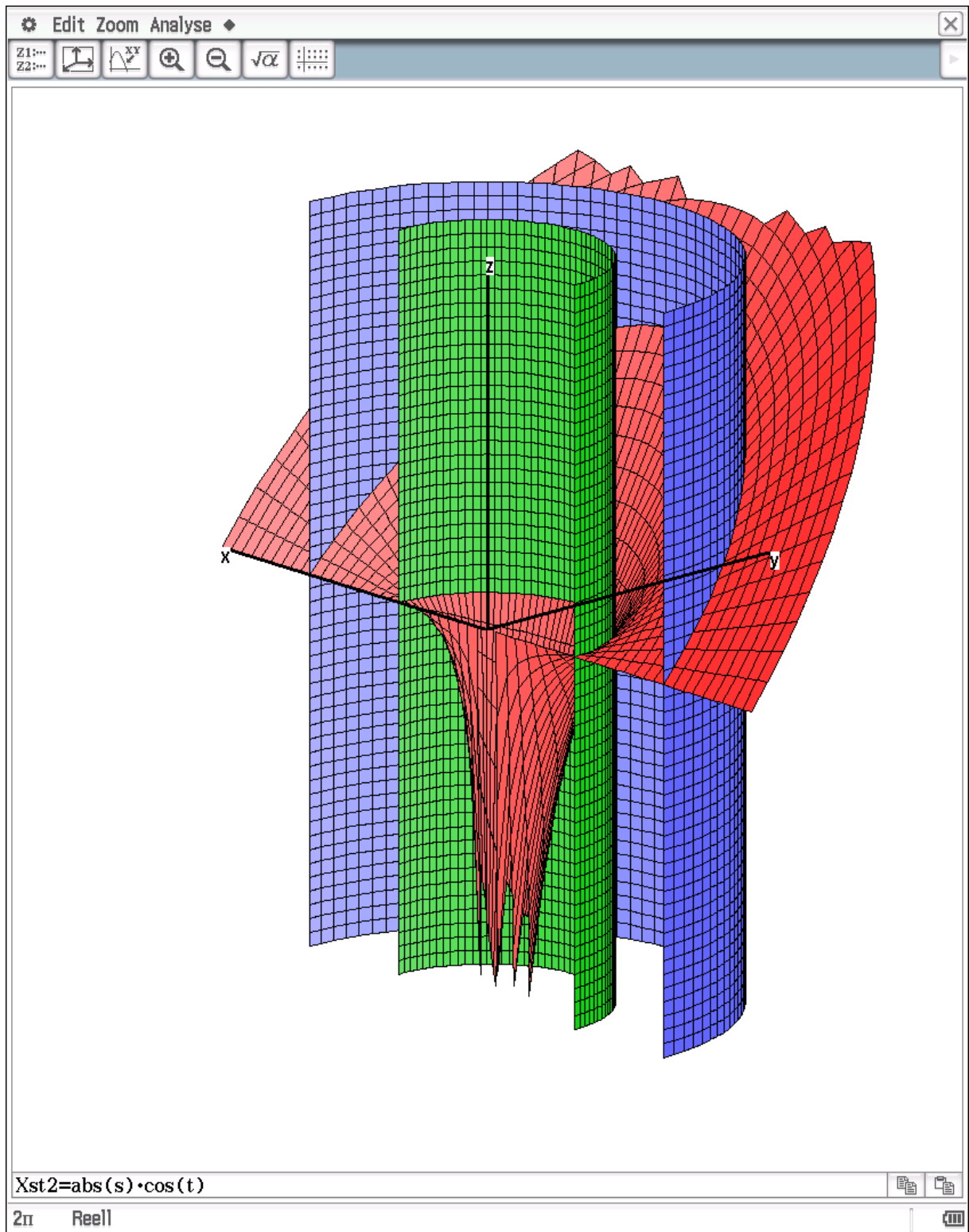


Halbzylinder (Radius=1) durchdringt die rote Fläche bei  $z=0$  (x-y-Ebene)

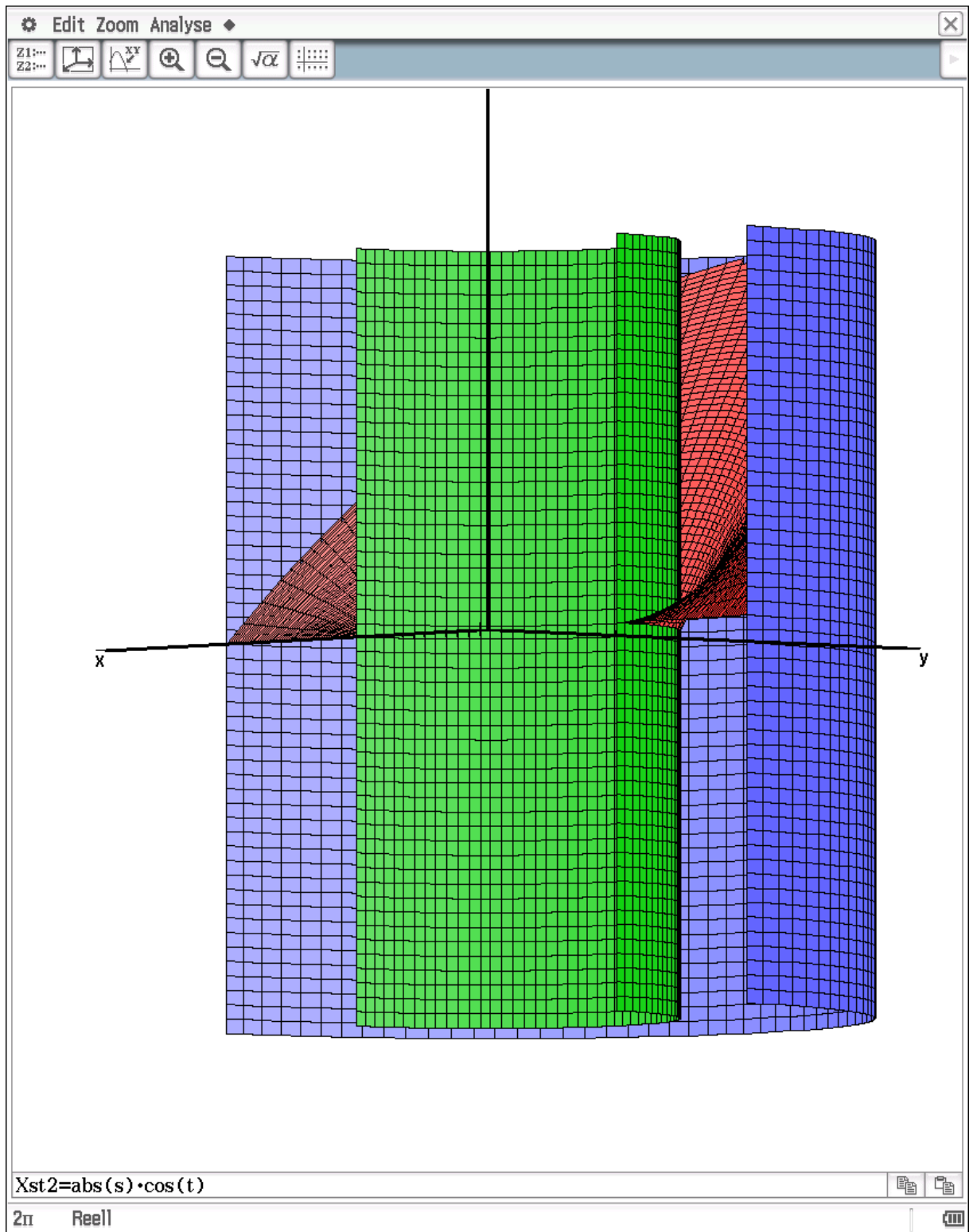
(Ausgangspunkt: Parameterdarstellung/Polarkoordinatendarstellung)



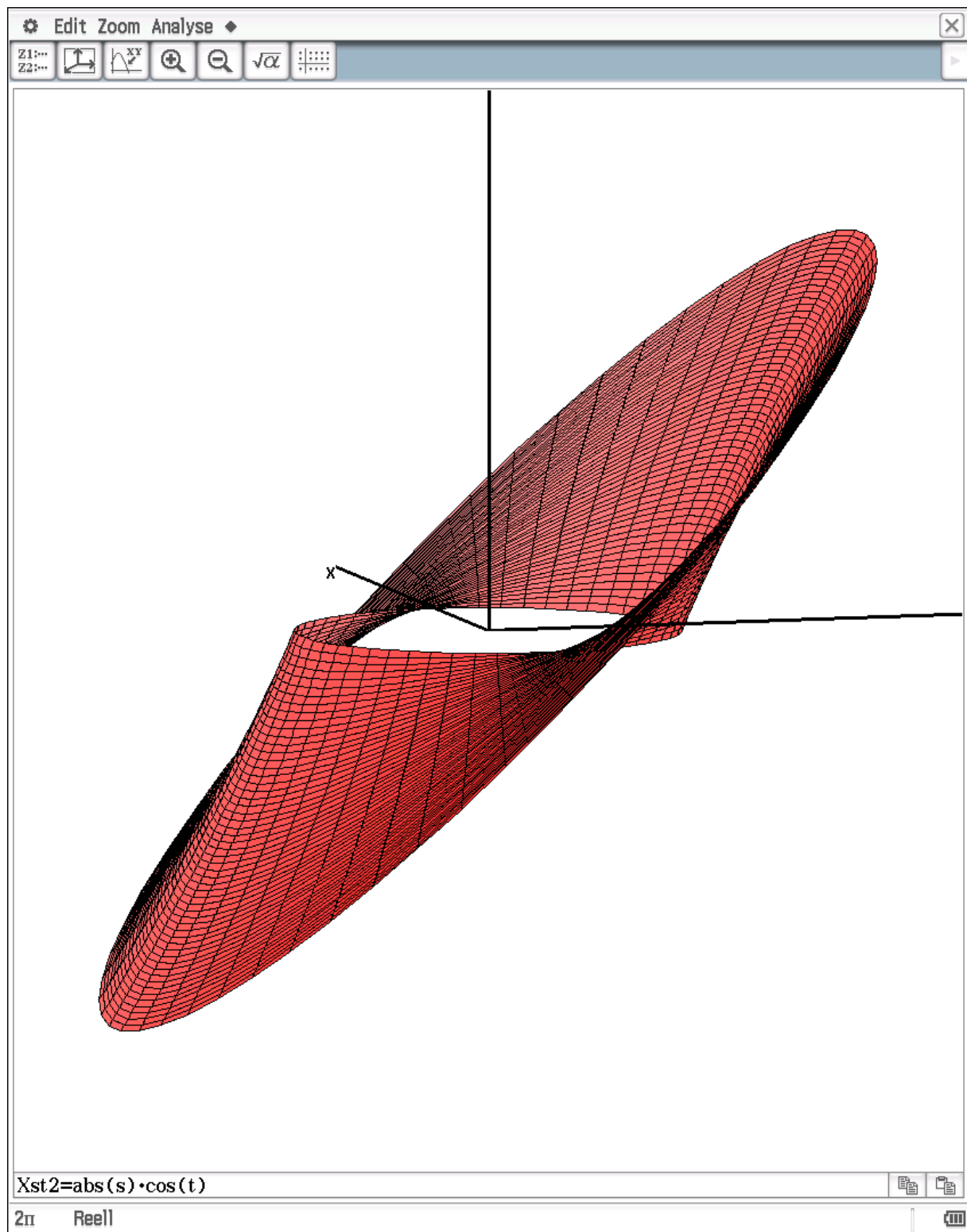
Halbzylinder (Radius=2) durchdringt die rote Fläche bei  $z=y$  (über der x-y-Ebene)  
 (Ausgangspunkt: Parameterdarstellung/Polarkoordinatendarstellung)



Beide Halbzylinder durchdringen die rote Fläche



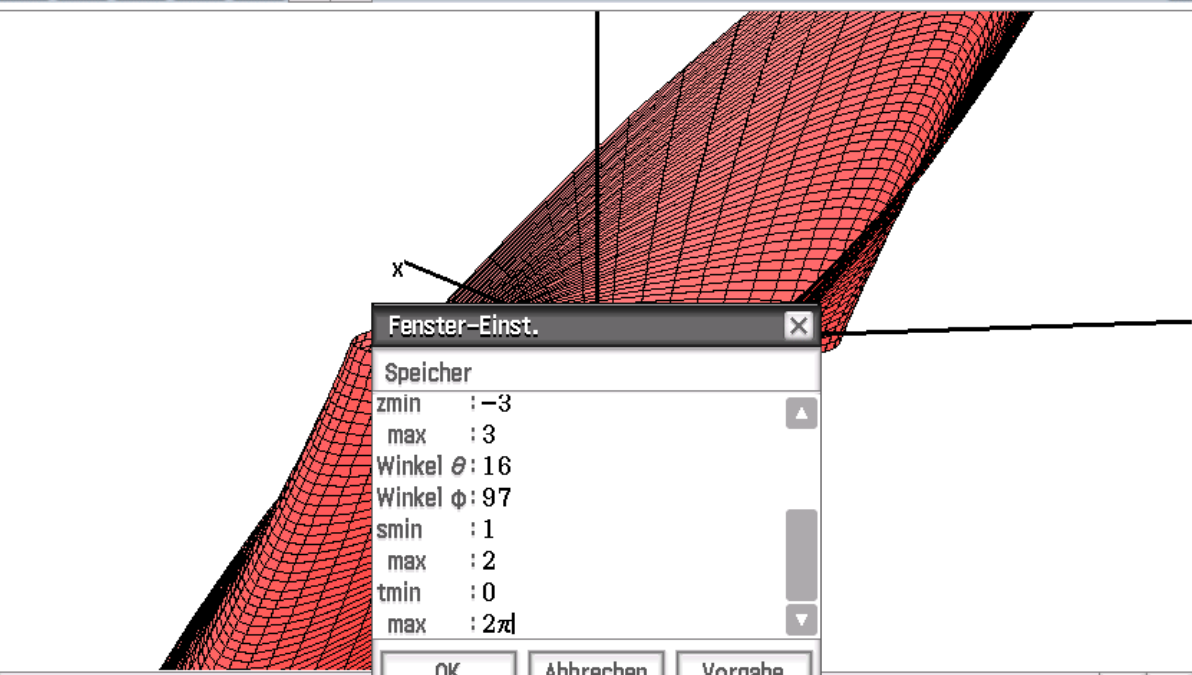
Lage der roten Fläche über dem halben Kreisringgebiet



Die Lösung der RWA über dem Kreisringgebiet

Edit Arbeitsblatt

$Z=$   $y=$   $\sqrt{\alpha}$   $s$   $t$



Fenster-Einst.

Speicher

zmin : -3  
max : 3  
Winkel  $\theta$  : 16  
Winkel  $\phi$  : 97  
smin : 1  
max : 2  
tmin : 0  
max :  $2\pi$

OK Abbrechen Vorgabe

Xst2=abs(s)·cos(t)

Blatt1 Blatt2 Blatt3 Blatt4 Blatt5

z1 =  $\frac{4}{3} \cdot y \cdot \left(1 - \frac{1}{x^2 + y^2}\right)$

Xst2 = |s| · cos(t)

Yst2 = |s| · sin(t)

Zst2 =  $\frac{4}{3} \cdot |s| \cdot \sin(t) \cdot \left(1 - \frac{1}{s^2}\right)$

Xst3 = cos(t)

Yst3 = sin(t)

Zst3 = 4 · (s - 1.5)

Xst4 = 2 · cos(t)

Yst4 = 2 · sin(t)

Zst4 = 4 · (s - 1.5)

z5 = 0

z6: □

z7: □

z8: □

z9: □

2π Reell

Die zuletzt genutzten Einstellungen (-3 < x, y, z < 3, Gitter 55, 1 < s < 2, 0 < t < 2π)