

**Einführung in die CAS-Software (ClassPad)**

=====

**Kurs Prof. Scholz:**

=====

**Rechnen mit reellen Zahlen:**

**Ü1. Summen und Differenzen**

$$A:=3x-2y+5z$$

$$3\cdot x-2\cdot y+5\cdot z$$

$$B:=2x+5y+3z$$

$$2\cdot x+5\cdot y+3\cdot z$$

$$C:=x-y+2z$$

$$x-y+2\cdot z$$

$$A+B-C\rightarrow S_1$$

$$4\cdot x+4\cdot y+6\cdot z$$

$$A-B+C\rightarrow S_2$$

$$2\cdot x-8\cdot y+4\cdot z$$

$$-A+B+C\rightarrow S_3$$

$$6\cdot y$$

**Ü2. Summen und Differenzen**

$$A:=4x-5y+2z$$

$$4\cdot x-5\cdot y+2\cdot z$$

$$B:=-5x+7y-3z$$

$$-5\cdot x+7\cdot y-3\cdot z$$

$$C:=x+4y-z$$

$$x+4\cdot y-z$$

$$D:=7x-10y+2z$$

$$\begin{array}{r}
 A-B-C \Rightarrow S_1 \\
 B-C+D \Rightarrow S_2 \\
 C-D-A \Rightarrow S_3 \\
 D+A-B \Rightarrow S_4
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 7 \cdot x - 10 \cdot y + 2 \cdot z \\
 8 \cdot x - 16 \cdot y + 6 \cdot z \\
 x - 7 \cdot y \\
 -10 \cdot x + 19 \cdot y - 5 \cdot z \\
 16 \cdot x - 22 \cdot y + 7 \cdot z
 \end{array}$$

### Ü3. Zusammenfassen

a)

$$6a - 2b + 6c + (7a - 6b + 9c) - (3a + 2b + 5c) - (13b - 18a - 3c) - (24b + 27a + a - 47 \cdot b + c)$$

b)

$$18a - 7x - (a - 23 - 4x) - (-11x + 31) - (3x - a - 7) - (-10 + x) - (17a + 5x - x + a + 18)$$

c)

$$20x - 3y - (2x - 3y - (5x + 3y - (-7y + 2x + (3x - 9y) + (18x + 18y))))$$

y

**Hinw.:** hier nur runde Klammern erlaubt!

(eckige Klammern [...] für Vektoren/Matrizen)

(geschweifte Klammern {...} für Listen)

### Ü4. Zusammenfassen mit "simplify"

a)

$$5(m - n) - 7(m - 2n) - 4(m + 3n) + 3(2m + 3n)$$

$$-4 \cdot (m + 3 \cdot n) + 3 \cdot (2 \cdot m + 3 \cdot n) + 5 \cdot (m - n) - 7 \cdot (m - 2 \cdot n)$$

simplify(ans)

6 · n

b)

$$7x*(2y-x)+5(x^2-2x*y+y^2)-2(y^2-x^2)-3y*(x+y)$$

$$5*(x^2+y^2-2*x*y)+2*(x^2-y^2)-3*y*(x+y)-7*x*(x-2*y)$$

simplify (ans)

x\*y

**Hinw. 1:** Syntax  $x(\dots)$  bedeutet Funktion  $x$ ,

Syntax  $x*(\dots)$  bedeutet Multiplikation mit  $x$

**Hinw. 2:**  $xy$  bedeutet zweibuchstabiger Variablenname

alternativ  $\mathbf{x}\mathbf{y}$  für  $x*y$  nutzen,

$\mathbf{x}, \mathbf{y}$  (kursiv) gelten als einbuchstabige Variable.

c)

$$2(a-3b+c)+d*(3-a)-c-a*(2-d)-3(d-2b)$$

$$-d*(a-3)+a*(d-2)+2*(a-3*b+c)+3*(2*b-d)-c$$

simplify (ans)

c

d)

$$a*(2b+c)-b*(c+2a)+c*(b-a)$$

$$-c*(a-b)-b*(2*a+c)+a*(2*b+c)$$

simplify (ans)

0

e)

$$3(3a-2b)-(3(2a-4b-c)-2(a-2c+4b))$$

$$2*(a+4*b-2*c)-3*(2*a-4*b-c)+3*(3*a-2*b)$$

simplify (ans)

5\*a+14\*b-c

f)

$$5(a^3-a^2b+b^3)-a^2(3a+2b)-a*b*(2b-7a)+2(b^3+a*b^2-a^3)$$

$$-a^2 \cdot (3 \cdot a + 2 \cdot b) + 5 \cdot (a^3 + b^3 - a^2 \cdot b) - 2 \cdot (a^3 - b^3 - a \cdot b^2) + a \cdot b \cdot (7 \cdot a - 2 \cdot b)$$

simplify (ans)

$$7 \cdot b^3$$

**g)**

$$x^5 (x^2 - 2y \cdot (x - 2y)) - 8x \cdot y^3 (x^3 - 2x \cdot y \cdot (x + 2y) - 8y^3) + 2y \cdot (x^5 \cdot (x^2 - 2 \cdot y \cdot (x - 2 \cdot y)) - 8 \cdot x \cdot y^3 \cdot (x^3 - 8 \cdot y^3 - 2 \cdot x \cdot y \cdot (x + 2 \cdot y))) + 2 \cdot y \cdot ($$

simplify (ans)

$$x^7 + 128 \cdot y^7 + 64 \cdot x^2 \cdot y^5$$

### Ü5. Ausmultiplizieren und Zusammenfassen

**a)**

$$(a - b)(x + y)$$

$$(x + y) \cdot (a - b)$$

expand (ans)

$$a \cdot x - b \cdot x + a \cdot y - b \cdot y$$

**b)**

$$(m + n)(x - y)$$

$$(x - y) \cdot (m + n)$$

expand (ans)

$$m \cdot x + n \cdot x - m \cdot y - n \cdot y$$

**c)**

$$(3a + 2x)(2a - 3x)$$

$$-(3 \cdot x - 2 \cdot a) \cdot (2 \cdot x + 3 \cdot a)$$

expand (ans)

$$-6 \cdot x^2 + 6 \cdot a^2 - 5 \cdot a \cdot x$$

**d)**

$$(5a^2 + 3a - 2)(2a + 3)$$

$$(5 \cdot a^2 + 3 \cdot a - 2) \cdot (2 \cdot a + 3)$$

expand (ans)

$$10 \cdot a^3 + 21 \cdot a^2 + 5 \cdot a - 6$$

e)

$$(x^2 + x \cdot y + y^2) (x - y)$$

$$(x^2 + y^2 + x \cdot y) \cdot (x - y)$$

expand (ans)

$$x^3 - y^3$$

f)

$$(4x^3 - 5x^2 + 3x + 1) (x^2 + x + 1)$$

$$(x^2 + x + 1) \cdot (4 \cdot x^3 - 5 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 1)$$

expand (ans)

$$4 \cdot x^5 - x^4 + 2 \cdot x^3 - x^2 + 4 \cdot x + 1$$

## Ü6. Ausklammern

a)

$$4a^2 + 5a \cdot b + 6a \cdot c$$

$$4 \cdot a^2 + 5 \cdot a \cdot b + 6 \cdot a \cdot c$$

factor (ans)

$$a \cdot (4 \cdot a + 5 \cdot b + 6 \cdot c)$$

b)

$$6m^3 + 9m^2 \cdot n + 3m$$

$$6 \cdot m^3 + 9 \cdot m^2 \cdot n + 3 \cdot m$$

factor (ans)

$$3 \cdot m \cdot (2 \cdot m^2 + 3 \cdot m \cdot n + 1)$$

c)

$$4c^2d + 8c \cdot d - 2c \cdot d^2$$

$$4 \cdot c^2 \cdot d - 2 \cdot c \cdot d^2 + 8 \cdot c \cdot d$$

factor (ans)

$$2 \cdot c \cdot d \cdot (2 \cdot c - d + 4)$$

d)

$$f \cdot g \cdot h + f \cdot g^2 \cdot h + f^2 \cdot g \cdot h + f \cdot g \cdot h^2$$

$$f^2 \cdot g \cdot h + f \cdot g^2 \cdot h + f \cdot g \cdot h^2 + f \cdot g \cdot h$$

factor (ans)

$$f \cdot g \cdot h \cdot (f + g + h + 1)$$

e)

$$7u \cdot v \cdot w - 21u \cdot v^2 \cdot w + 14u^2 \cdot v \cdot w$$

$$14 \cdot u^2 \cdot v \cdot w - 21 \cdot u \cdot v^2 \cdot w + 7 \cdot u \cdot v \cdot w$$

factor (ans)

$$7 \cdot u \cdot v \cdot w \cdot (2 \cdot u - 3 \cdot v + 1)$$

f)

$$(x-y)(3x-5y) - (y-x)(5x-8y) - (x-y)(x-2y)$$

$$-(x-y) \cdot (x-2 \cdot y) + (x-y) \cdot (3 \cdot x - 5 \cdot y) + (x-y) \cdot (5 \cdot x - 8 \cdot y)$$

factor (ans)

$$(x-y) \cdot (7 \cdot x - 11 \cdot y)$$

g)

$$(5a^5 + 3a^4y - 2a^3y^2)3a^2y - 3a^5y \cdot (5a^2 + 3a \cdot y - 2y^2) - 3a^2y^4(a^2 - 2$$

$$3 \cdot a^5 \cdot y \cdot (2 \cdot y^2 - 5 \cdot a^2 - 3 \cdot a \cdot y) - 3 \cdot a^2 \cdot y^4 \cdot (3 \cdot y^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot y) + 3 \cdot a^2 \cdot y \cdot ($$

factor (ans)

0

h)

$$(3x-7y)(5x+8y) - (3x-7y)(11x+9y) - (7y-3x)(13x+7y) - (7y-3$$

$$-(11 \cdot x + 9 \cdot y) \cdot (3 \cdot x - 7 \cdot y) + (5 \cdot x + 8 \cdot y) \cdot (3 \cdot x - 7 \cdot y) + (13 \cdot x + 7 \cdot y) \cdot (3 \cdot x$$

factor (ans)

$$(3 \cdot x + 7 \cdot y) \cdot (3 \cdot x - 7 \cdot y)$$

expand (ans)

$$9 \cdot x^2 - 49 \cdot y^2$$

i)

$$(a - 2b)(a - c) - (c - 2b)(2b - a)$$

$$(a - c) \cdot (a - 2 \cdot b) - (a - 2 \cdot b) \cdot (2 \cdot b - c)$$

factor (ans)

$$(a - 2 \cdot b)^2$$

j)

$$(6a - 3)(a + 2) - (2a + 4)(3a - 6) + (3a + 6)(9 - 6a)$$

$$-(6 \cdot a - 9) \cdot (3 \cdot a + 6) - (3 \cdot a - 6) \cdot (2 \cdot a + 4) + (a + 2) \cdot (6 \cdot a - 3)$$

factor (ans)

$$-18 \cdot (a + 2) \cdot (a - 2)$$

expand (ans)

$$-18 \cdot a^2 + 72$$

factorOut (ans, 18)

$$-18 \cdot (a^2 - 4)$$

k)

$$(2a - 3b)(8a + b) + (3b - 2a)(11a - 5b) - (3b - 2a)(5a - 9b)$$

$$(8 \cdot a + b) \cdot (2 \cdot a - 3 \cdot b) - (11 \cdot a - 5 \cdot b) \cdot (2 \cdot a - 3 \cdot b) + (5 \cdot a - 9 \cdot b) \cdot (2 \cdot a - 3 \cdot b)$$

factor (ans)

$$(2 \cdot a - 3 \cdot b)^2$$

l)

$$(6a + 2)(5b - 1)(c + 1) - (3a + 1)(1 - 5b)(-2c - 2)$$

$$(c + 1) \cdot (6 \cdot a + 2) \cdot (5 \cdot b - 1) - (5 \cdot b - 1) \cdot (3 \cdot a + 1) \cdot (2 \cdot c + 2)$$

factor (ans)

0

**Bem. :** Die Reihenfolge der Summanden ist vertauschbar und kann damit von der Darstellung der Handrechnung abweichen, z.B. **c)** und **d)**

$$\text{judge}(2 \cdot c \cdot d \cdot (2 \cdot c - d + 4) = 2 \cdot c \cdot d \cdot (2 \cdot c + 4 - d))$$

TRUE

$$\text{judge}(f \cdot g \cdot h \cdot (f + g + h + 1) = f \cdot g \cdot h \cdot (1 + g + f + h))$$

TRUE

stop

### Ü7. binom. Formeln

**a)**

$$(a+b)^2 + (a-b)^2$$

$$(a+b)^2 + (a-b)^2$$

simplify(ans)

$$2 \cdot (a^2 + b^2)$$

**b)**

$$(a-b)^2 - (-a-b)^2$$

$$-(a+b)^2 + (a-b)^2$$

simplify(ans)

$$-4 \cdot a \cdot b$$

**c)**

$$(b-a)^2 - (a-b)^2$$

$$0$$

**d)**

$$(a+b)^2 + (a^2 - b^2)$$

$$(a+b)^2 + a^2 - b^2$$

simplify(ans)



$$2 \cdot a \cdot (a+b)$$

e)

$$a^2 - b^2 - (a-b)^2$$

$$-(a-b)^2 + a^2 - b^2$$

simplify (ans)

$$2 \cdot b \cdot (a-b)$$

f)

$$(a+b+c)^2 - (a+b)^2 - (a+c)^2 - (b+c)^2$$

$$(a+b+c)^2 - (a+b)^2 - (a+c)^2 - (b+c)^2$$

simplify (ans)

$$-a^2 - b^2 - c^2$$

g)

$$(a+b-c)^2 + (a+c)^2 + (b+c)^2$$

$$(a+b-c)^2 + (a+c)^2 + (b+c)^2$$

simplify (ans)

$$2 \cdot a^2 + 2 \cdot b^2 + 3 \cdot c^2 + 2 \cdot a \cdot b$$

h)

$$(a-b-c)^2 + (a+b)^2 - (b+c)^2$$

$$(a-b-c)^2 + (a+b)^2 - (b+c)^2$$

simplify (ans)

$$2 \cdot a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot c$$

i)

$$(5x+4a)^2 + (10x-3a)^2 - (8x-5a)^2$$

$$(10 \cdot x - 3 \cdot a)^2 - (8 \cdot x - 5 \cdot a)^2 + (5 \cdot x + 4 \cdot a)^2$$

simplify (ans)

$$x \cdot (61 \cdot x + 60 \cdot a)$$

j)

$$((3x-2y)(3x+2y)-(5x-y)(5x+y)-(4x+7y)(7y-4x))^2$$

$$((4 \cdot x+7 \cdot y) \cdot (4 \cdot x-7 \cdot y)+(3 \cdot x+2 \cdot y) \cdot (3 \cdot x-2 \cdot y)-(5 \cdot x+y) \cdot (5 \cdot x-y))^2$$

simplify(ans)

$$2704 \cdot y^4$$

**Bem.:** das CAS des TR klammert in gewissen Anteilen der Gesamtsumme nicht aus, z.B.: **f)**, **g)** und **h)**

$$\text{judge}(-a^2-b^2-c^2=-(a^2+b^2+c^2))$$

TRUE

$$\text{judge}(2 \cdot a^2+2 \cdot b^2+3 \cdot c^2+2 \cdot a \cdot b=2(a^2+b^2+a \cdot b)+3 \cdot c^2)$$

TRUE

$$\text{judge}(2 \cdot a^2+b^2-2 \cdot a \cdot c=2(a^2-a \cdot c)+b^2)$$

TRUE