

Testat (Prof. Dr. Scholz)

=====

Nutzung des CAS zur Selbstkontrolle der eigenen Rechenschritte -

Ziel: Vermeidung von Rechenfehlern!

1. Aufg.: Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist $\sqrt{32-2x^4}$ definiert?

Der reelle Term $\sqrt{32-2x^4}$, $x \in \mathbb{R}$, ist für $32-2x^4 \geq 0$ definiert, d.h.

`solve(32-2x^4 ≥ 0, x)`

$\{-2 \leq x \leq 2\}$

Der Lösungsansatz muss gefunden werden, das CAS erledigt den Rest der Aufgabe.

`solve($\sqrt{32-2x^4} \geq 0$, x)`

$\{-2 \leq x \leq 2\}$

(schnelle Lösung im CAS)

2. Aufg.:

$V = \frac{1}{3}(a \times b \times h + 3a \times b \times c)$ nach b auflösen:

`solve($V = \frac{1}{3}(a \times b \times h + 3a \times b \times c)$, b)`

$$\left\{ b = \frac{3 \cdot V}{3 \cdot a \cdot c + a \cdot h} \right\}$$

Die Eingabe $V = \frac{1}{3}(abh + 3abc)$ verursacht eine

Fehlermeldung:

$$\text{solve}\left(V = \frac{1}{3}(abh + 3abc), b\right)$$

No Solution

Die Zeichenketten abh und abc werden als **dreibuchstabile Einzelvariablen** interpretiert. Die einbuchstabile Variable b kommt nicht vor!

3. Aufg.: Textaufgabe

Ein Ansatz muss gefunden werden, dann kann das CAS genutzt werden:

$n=12$ (Anzahl der Arbeiter),

$\frac{60}{n}=5$ (Tagesleistung eines Arbeiters am 1. Tag in m^3 gemessen)

50 (Tagesleistung eines Arbeiters am 2. Tag in m^3 gemessen unter Nutzung eines kleinen Baggers)

x (Anzahl der eingesetzten kleinen Bagger)

Ansatz: $50x + 5 \times (n-x) = 375$

$$\text{solve}(50x + 5 \times (n-x) = 375, x) | n=12$$

$\{x=7\}$

Antwort: Am zweiten Tag waren 7 kleine Bagger im Einsatz.

4. Aufg.: z.z. $6x^2 - 12kx + 6k^2 = 0$, $k \in \mathbb{R}$, ist in \mathbb{R} eindeutig lösbar.

$$\text{solve}(6x^2 - 12kx + 6k^2 = 0, x)$$

$$\{x=k\}$$

Rechenschritte: identische Umformungen

$$(6x^2 - 12kx + 6k^2 = 0) / 6$$

$$\frac{6 \cdot x^2 + 6 \cdot k^2 - 12 \cdot k \cdot x}{6} = 0$$

$$\text{simplify}(\text{ans})$$

$$(x-k)^2 = 0$$

Die quadratische Gleichung hat die **Doppellösung** $x=k$.

5. Aufg.: Ungl. $\frac{3}{4}(x+5) - \frac{x}{6} + \frac{7}{8} < \frac{5}{8}x - \frac{4}{3}$ in \mathbb{R} lösen.

$$\text{solve}\left(\frac{3}{4}(x+5) - \frac{x}{6} + \frac{7}{8} < \frac{5}{8}x - \frac{4}{3}\right)$$

$$\{x > 143\}$$

Einzelschritte:

$$\frac{3}{4}(x+5) - \frac{x}{6} + \frac{7}{8} - \left(\frac{5}{8}x - \frac{4}{3}\right) < 0$$

$$\frac{3 \cdot (x+5)}{4} - \frac{19 \cdot x}{24} + \frac{53}{24} < 0$$

$$\text{expand}(\text{ans})$$

$$\frac{-x}{24} + \frac{143}{24} < 0$$

$$\text{ans} - \frac{143}{24}$$

$$\frac{-x}{24} < -\frac{143}{24}$$

ansx(-24)

x>143

Im CAS können die Rechenschritte gut nachvollzogen werden

(**Selbstkontrolle der eigenen Rechnung!**)

6. Aufg.: Mischungsregel auswerten

geg. Gleichung im CAS abspeichern:

$$k_1 \times x_1 + k_2 \times x_2 = k \times (x_1 + x_2) \Rightarrow \text{Mischung}$$

Es entsteht eine Fehlermeldung: **Ungültige Variablenreferenz**

Ursache: x_1 und x_2 sind Systemvariablen, die hier nicht benutzt werden können.

(x_1 und x_2 bezeichnen im 2D-Grafikmenü Funktionen vom Typ $x=x(y)$)

Wir nutzen für x den griech. Buchstaben χ (chi):

$$k_1 \times \chi_1 + k_2 \times \chi_2 = k \times (\chi_1 + \chi_2) \Rightarrow \text{Mischung}$$

$$k_1 \cdot \chi_1 + k_2 \cdot \chi_2 = k \cdot (\chi_1 + \chi_2)$$

a) Zuordnung der gegebenen Größen: **Dezimalpunkt** benutzen!

$$60 \Rightarrow k_1$$

60

$$89.9 \Rightarrow k_2$$

$85 \rightarrow k$ $\frac{899}{10}$
 $12400 \rightarrow x_2$ 85
 ges. ist x_1 : 12400

solve(Mischung, x1)

$$\left\{ x_1 = \frac{12152}{5} \right\}$$

approx(ans)

$$\{x_1 = 2430.4\}$$

Antwort: Es sind 2430,4 Gramm der niedrigprozentigen Lösung hinzuzugeben.

Anderer Lösungsweg: Auflösung der Gleichung "Mischung" nach x_1 :

DelVar k1,k2,k,x2

done

solve(Mischung, x1)

$$\left\{ x_1 = \frac{-x_2 \cdot (k - k_2)}{k - k_1} \right\}$$

Einsetzen der Zahlenwerte:

ans|k1=60 and k2=89.9 and k=85 and x2=12400

$$\left\{ x_1 = \frac{12152}{5} \right\}$$

approx(ans)

$$\{x_1 = 2430.4\}$$

b)

solve(Mischung, k1)

$$\left\{ k_1 = \frac{k \cdot x_2}{x_1} + k - \frac{k_2 \cdot x_2}{x_1} \right\}$$

ans | x1=120 and x2=380 and k2=89.3 and k=80

$$\left\{ k_1 = \frac{1011}{20} \right\}$$

approx(ans)

$$\{ k_1 = 50.55 \}$$

Antwort: Die Schwefelsäure muss 50,55%ig sein.

7. Aufg.: Schrittweise Umformungen jeweils in einem Extrafenster, das zunächst nur als Zeile erscheint.

$$\text{simplify} \left(\frac{a}{1 - \frac{1}{a}} + \frac{1}{1-a} \right)$$

a+1

Termumformungen mit Rechenkontrolle	f(*)=
-------------------------------------	-------

$$\text{simplify} \left(\frac{\frac{a}{a-b} + \frac{b}{a+b}}{\frac{a}{a+b} - \frac{b}{a-b}} \right)$$

$$\frac{a^2 - b^2 + 2 \cdot a \cdot b}{a^2 - b^2 - 2 \cdot a \cdot b}$$

Termumformungen mit Rechenkontrolle	f(*)=
-------------------------------------	-------

$$\text{simplify} \left(\frac{(2axx + 2axy)^m \cdot (bxx - bxy)^n}{(cxx^2 - cxy^2)^{m+n}} \right)$$

$$(b \cdot (x-y))^n \cdot (c \cdot (x+y) \cdot (x-y))^{-m-n} \cdot (2 \cdot a \cdot (x+y))^m$$

Eine weitere Umformung erfolgt nicht, da das CAS den genauen Wertebereich der Variablen nicht kennt. (m und n könnten Brüche sein, a,b,c,x-y oder x+y könnten negativ sein)

Angenommen, n und m sind ganze Zahlen, so dass keine Wurzeln entstehen können.

Angenommen, alle Größen a,b,c,x+y und x-y sind positiv, dann kann das CAS im Rechenfenster die weitere Umformung beurteilen:

Weitere Umformung per Hand:

$$\frac{(b \cdot (x-y))^n \cdot (2 \cdot a \cdot (x+y))^m}{(c \cdot (x+y) \cdot (x-y))^{m+n}} =$$

$$\frac{(2a)^m \times b^n}{c^{m+n}} \times \frac{1}{(x-y)^m \times (x+y)^n}$$

Termumformung mit Rechenkontrolle, $R > 0$ einstellen $f(x) =$

Falls $R > 0$ nicht eingestellt wird, gilt die Termumformung als falsch!

$$\text{simplify} \left(\left(\frac{-a^{-2} x^4 y^{-6}}{(-b)^3 c^{-4} z^{-5}} \right)^2 / \left(\frac{a^{-3} b^{-5} x^3}{c^{-5} y^6 z^{-7}} \right)^3 \right)$$

$$\frac{a^5 \cdot b^9 \cdot y^6}{c^7 \cdot x \cdot z^{11}}$$

$$\text{simplify} \left[\left(\frac{\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt{y^2} \cdot (z^2 x^3)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[4]{x^3 y^6} \cdot x^3 \sqrt[3]{z^4}} \right)^{-\frac{1}{2}} \right]$$

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{x^{\frac{1}{4}} \cdot (x^3)^{\frac{1}{4}} \cdot |y \cdot z|}{z^{\frac{4}{3}} \cdot (|y|)^{\frac{3}{2}}}}}$$

Das CAS hat zunächst keine Information über mögliche Vorzeichen der Variablen und setzt z.B.

$$\sqrt{y^2} = |y| \text{ usw.}$$

Angenommen, alle vorkommenden Variablen sind positiv, dann ist eine weitere Vereinfachung möglich:

`simplify(ans) |x>0 and y>0 and z>0`

$$\frac{y^{\frac{3}{4}} \cdot z^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{x \cdot y \cdot z}}$$

`simplify(ans) |x>0 and y>0 and z>0`

$$\frac{\sqrt{x \cdot y \cdot z}}{x \cdot y^{\frac{1}{4}} \cdot z^{\frac{1}{3}}}$$

Termumformungen mit Rechenkontrolle, $R > 0$ ein $f(x) =$

Falls $R > 0$ nicht eingestellt wird, gilt die Termumformung als falsch!

8. Aufg.: Man berechne x .

$$\text{simplify}\left(x = \sqrt{6 + \sqrt{e^{\ln(9)}}}\right)$$

$x=3$

Termumformungen mit Rechenkontrolle $f(x) =$

$$\text{simplify}(\log_x(81) = 4)$$

$$\frac{4 \cdot \ln(3)}{\ln(x)} = 4$$

$$\text{solve}(\text{ans}, x)$$

$\{x=3\}$

Termumformung:

$\log_x(81) = 4$ bedeutet $x^4 = 81$, denn

der **Logarithmuswert 4 ist ein Exponent zur Basis x** , um den Potenzwert 81 zu erhalten.

Weiter:

$$x = \sqrt[4]{81}$$

$x=3$

$$\text{solve}\left(\sqrt{x-1} = \sqrt{x^2-1}, x\right)$$

$\{x=1\}$

Rechenweg: jede Seite quadrieren

$$x-1 = x^2-1$$

Weiter

$x^2 - x = 0$ bzw. $x \cdot (x-1) = 0$ ergibt $x=1$ oder $x=0$
(Scheinlösung, $\sqrt{0-1}$ in \mathbf{R} nicht definiert)

9. Aufg.: Für welche $x \in \mathbf{R}$ gilt $(x+1) \times (\ln(x)+1) = 0$?

Argumente von Funktionen in Klammern setzen!

`solve((x+1)×(ln(x)+1)=0,x)`

$\{x=e^{-1}\}$

Rechenschritt: $\ln(x) = -1$ beachten. ($x = -1$ Scheinlösung)

Für welche $x \in \mathbf{R}$ gilt $2^{6x-2} = 4^{2x+3}$?

`solve(26x-2=42x+3,x)`

$\{x=4\}$

Umformung: $4^{2x+3} = (2^2)^{2x+3} = 2^{2 \times (2x+3)} = 2^{4x+6}$

Hieraus: $6x-2=4x+6$ und somit $x=4$.

10. Aufg.:

a) ges. Gerade durch P und parallel zu $y=4x-5$

Ansatz $y=4x+n$ und mit $P(-6|3)$: $3=4 \times (-6)+n$, $n=27$.

Lösung $y=4x+27$.

b) ges. Gerade durch P und Schnittpunkt der Geraden $x-y=4$, $3x+y=8$.

Zuerst Gleichungssystem lösen:

`solve({x-y=4,3x+y=8},{x,y})`

$\{x=3,y=-1\}$

nun Ansatz $y=m \times x+n$ mit $P(0|5)$ betrachten:

$$\begin{cases} y=m \times x+n \mid \{x=0, y=5\} \\ y=m \times x+n \mid \{x=3, y=-1\} \end{cases} \Bigg|_{m,n} \quad \{m=-2, n=5\}$$

11. Aufg.:

ges. Seitenlängen und Innenwinkel des Dreiecks $\triangle ABC$

Lösung über die Vektorrechnung: zuerst eine Skizze:
(Koordinatenfensterbereich einstellen!)

Geometriefenster für $\triangle ABC$ 

Punkte A,B,C als Ortsvektoren abspeichern:

$$\begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow B$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow C$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$\text{norm}(B-A) \Rightarrow c$

$$\sqrt{37}$$

$\text{approx}(\text{ans})$

$$\text{norm}(C-B) \Rightarrow a \quad 6.08276253$$

$$\sqrt{26}$$

$$\text{approx}(\text{ans})$$

$$5.099019514$$

$$\text{norm}(A-C) \Rightarrow b$$

$$\sqrt{41}$$

$$\text{approx}(\text{ans})$$

$$6.403124237$$

$$\cos(\angle CAB) = \cos(\alpha) =$$

$$\frac{\text{dotP}(B-A, C-A)}{\text{norm}(B-A) \times \text{norm}(C-A)} = \cos(48,12^\circ), \text{ denn}$$

$$\frac{\text{dotP}(B-A, C-A)}{\text{norm}(B-A) \times \text{norm}(C-A)}$$

$$\frac{26 \cdot \sqrt{1517}}{1517}$$

$$\cos^{-1}(\text{ans}) \Rightarrow \alpha$$

$$\cos^{-1}\left(\frac{26 \cdot \sqrt{1517}}{1517}\right)$$

$$\text{approx}(\text{ans})$$

$$48.12213046$$

$$\cos(\angle ABC) = \cos(\beta) =$$

$$\frac{\text{dotP}(C-B, A-B)}{\text{norm}(C-B) \times \text{norm}(A-B)} = \cos(69,23^\circ), \text{ denn}$$

$$\frac{\text{dotP}(C-B, A-B)}{\text{norm}(C-B) \times \text{norm}(A-B)}$$

$$\frac{11 \cdot \sqrt{962}}{962}$$

$\cos^{-1}(\text{ans}) \Rightarrow \beta$

$$\cos^{-1}\left(\frac{11 \cdot \sqrt{962}}{962}\right)$$

$\text{approx}(\text{ans})$

69.22774532

$\cos(\angle BCA) = \cos(\gamma) =$

$$\frac{\text{dotP}(A-C, B-C)}{\text{norm}(A-C) \times \text{norm}(B-C)} = \cos(62,65^\circ), \text{ denn}$$

$$\frac{\text{dotP}(A-C, B-C)}{\text{norm}(A-C) \times \text{norm}(B-C)}$$

$$\frac{15 \cdot \sqrt{1066}}{1066}$$

$\cos^{-1}(\text{ans}) \Rightarrow \gamma$

$$\cos^{-1}\left(\frac{15 \cdot \sqrt{1066}}{1066}\right)$$

$\text{approx}(\text{ans})$

62.65012422

Kontrolle:

$\alpha + \beta + \gamma$

$$\cos^{-1}\left(\frac{26 \cdot \sqrt{1517}}{1517}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{15 \cdot \sqrt{1066}}{1066}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{11 \cdot \sqrt{962}}{962}\right)$$

$\text{approx}(\text{ans})$

180

$a + b + c$

$$\sqrt{41} + \sqrt{37} + \sqrt{26}$$

$\text{approx}(\text{ans})$

17.58490628

(Umfang)

12. Aufg.:

geg. $y=f(x)=\frac{x^2+9}{2x}$, $x \in D$ (Definitionsbereich von f)

ges. Kurvendiskussion mit maximalem
Definitionsbereich,

Nullst., Polst., lokale Extrema,

Symmetrieeigenschaft, Verhalten im Unendlichen

In der 2D-Grafik werden die Funktionen mit y_1 , y_2 ,
... bezeichnet

a)

Definiere $y_1(x)=\frac{x^2+9}{2x}$

done

maximale Def.-bereich ist $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, d.h. eine
Definitionslücke bei $x=0$ und damit zwei Kurvenäste.

2D-Grafik der Funktion	Y1: ... Y2: ...
------------------------	--------------------

Nullstellen nicht vorhanden, da $x^2+9 > 0$ für alle x
Polstelle bei $x=0$

fMax($y_1(x)$, x , -100, -0.001, 5)

{MaxValue=-3, x=-3}

fMin($y_1(x)$, x , 0.001, 100, 5)

{MinValue=3, x=3}

$y_1(x)$ ist ungerade: $y_1(x) = -y_1(-x)$

judge($y_1(x) = -y_1(-x)$)

TRUE

$\lim_{x \rightarrow -0} (y1(x))$ -0

$\lim_{x \rightarrow 0} (y1(x))$ 0

Bem.: Innerhalb der 2D-Grafik kann eine zusammenfassende Übersichtstabelle erzeugt werden.

b) ges. Flächeninhalt, eingeschlossen von f, von g: $y=x/2+3$ und Gerade $x=1$

Define $y1(x)=\frac{x^2+9}{2x}$ done

Define $y2(x)=\frac{1}{2}x+3$ done

Define $x3(y)=1$ done

2D-Grafik des Flächeninhaltes Y1:...

$\text{solve}(y1(x)=y2(x), x)$ $\left\{x=\frac{3}{2}\right\}$

$\int_1^{1.5} (y1(x)-y2(x))dx$ $\frac{9 \cdot \ln(3)}{2} - \frac{9 \cdot \ln(2)}{2} - \frac{3}{2}$

$\text{approx}(\text{ans})$ 0.3245929865

$\text{DelVar } a, b, c, A, B, C, \alpha, \beta, \gamma$ done

(Löschung der benutzten Variablen)

Download:

<http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/Mathe-Intensiv2012-Scholz.vcp>

bzw.

<http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/Mathe-IntensivDocS.pdf>

ClassPad Manager Professional Edition, vgl.

<http://www.casio-schulrechner.de/de/produkte/zubehoer/classpadmanager30/>

zugehöriger CAS-Grafiktaschenrechner:

<http://www.casio-schulrechner.de/de/produkte/grafikrechner/casrechner/classpad330/>

CASIO Worldwide Educational Website:

<http://edu.casio.com/>

Anlage:

Bilder zu den in den obigen Menüstreifen hinterlegten Fenstern

▼ Datei Edit Aktion

ans|x1=120 and x2=380 and k2=89.3 and k=80

$$\left\{k1 = \frac{1011}{20}\right\}$$

approx(ans)

$$\{k1=50.55\}$$

Antwort: Die Schwefelsäure muss 50,55%ig sein.

7. Aufg. Schrittweise Umformungen jeweils in einem Extrafenster, das zunächst nur als Zeile erscheint.

simplify $\left(\frac{a}{1-\frac{1}{a}} + \frac{1}{1-a}\right)$

a+1

Termumformungen mit Rechenkontrolle f(x)=

$$\frac{a}{1-\frac{1}{a}} + \frac{1}{1-a}$$

$$= \frac{a}{\frac{a-1}{a}} + \frac{1}{1-a}$$

$$= \frac{a^2}{a-1} - \frac{1}{a-1}$$

$$= \frac{a^2-1}{a-1}$$

$$= \frac{(a+1) \cdot (a-1)}{a-1}$$

$$= a+1$$

$$= 0$$

Äq: $\langle\langle a \rangle / \langle 1 - \langle 1 \rangle / \langle a \rangle \rangle \rangle + \langle \langle 1 \rangle / \langle 1 - a \rangle \rangle$

▼ Datei Edit Aktion

simplify $\left(\frac{a}{1-\frac{1}{a}} + \frac{1}{1-a}\right)$

a+1

Termumformungen mit Rechenkontrolle f(x)=

simplify $\left(\frac{\frac{a}{a-b} + \frac{b}{a+b}}{\frac{a}{a+b} - \frac{b}{a-b}}\right)$

$$\frac{a^2-b^2+2 \cdot a \cdot b}{a^2-b^2-2 \cdot a \cdot b}$$

Termumformungen mit Rechenkontrolle f(x)=

$$\frac{\frac{a}{a-b} + \frac{b}{a+b}}{\frac{a}{a+b} - \frac{b}{a-b}}$$

$$= \frac{a \cdot (a+b) + b \cdot (a-b)}{a \cdot (a-b) - b \cdot (a+b)}$$

$$= \frac{a^2-b^2+2 \cdot a \cdot b}{a^2-b^2-2 \cdot a \cdot b}$$

$$= 0$$

Äq: $\langle\langle\langle\langle a \rangle / \langle a - b \rangle \rangle + \langle\langle b \rangle / \langle a + b \rangle \rangle \rangle / \langle\langle\langle a \rangle / \langle a + b \rangle \rangle - \langle\langle b \rangle / \langle a - b \rangle \rangle \rangle$

▼ Datei Edit Aktion

Eine weitere Umformung erfolgt nicht, da das CAS den genauen Wertebereich der Variablen nicht kennt.
 (m und n könnten Brüche sein, a,b,c,x-y oder x+y könnten negativ sein)

Angenommen, n und m sind ganze Zahlen, so dass keine Wurzeln entstehen können.
 Angenommen, alle Größen a,b,c,x+y und x-y sind positiv, dann kann das CAS im Rechenfenster die weitere Umformung beurteilen:

Weitere Umformung per Hand:

$$\frac{(b \cdot (x-y))^n \cdot (2 \cdot a \cdot (x+y))^m}{(c \cdot (x+y) \cdot (x-y))^{m+n}} =$$

$$\frac{(2a)^m \cdot b^n}{c^{m+n}} \cdot \frac{1}{(x-y)^m \cdot (x+y)^n}$$

Termumformung mit Rechenkontrolle, R>0 ein
 Falls R>0 nicht eingestellt wird, gilt die Ter

Fehler!

Nicht äquivalent

$$\frac{(b \cdot (x-y))^n \cdot (2 \cdot a \cdot (x+y))^m}{(c \cdot (x+y) \cdot (x-y))^{m+n}} =$$

$$= \frac{(2 \cdot a)^m \cdot b^n}{c^{m+n}} \cdot \frac{1}{(x-y)^m \cdot (x+y)^n}$$

Äq:(((b*(x-y))^n*(2*a*(x+y))^m)/((c*(x+y)*(x-y))^(m+n)))

▼ Datei Edit Aktion

Eine weitere Umformung erfolgt nicht, da das CAS den genauen Wertebereich der Variablen nicht kennt.
 (m und n könnten Brüche sein, a,b,c,x-y oder x+y könnten negativ sein)

Angenommen, n und m sind ganze Zahlen, so dass keine Wurzeln entstehen können.
 Angenommen, alle Größen a,b,c,x+y und x-y sind positiv, dann kann das CAS im Rechenfenster die weitere Umformung beurteilen:

Weitere Umformung per Hand:

$$\frac{(b \cdot (x-y))^n \cdot (2 \cdot a \cdot (x+y))^m}{(c \cdot (x+y) \cdot (x-y))^{m+n}} =$$

$$\frac{(2a)^m \cdot b^n}{c^{m+n}} \cdot \frac{1}{(x-y)^m \cdot (x+y)^n}$$

Termumformung mit Rechenkontrolle, R>0 einstellen!
 Falls R>0 nicht eingestellt wird, gilt die Termumformung als falsch!

$$\frac{(b \cdot (x-y))^n \cdot (2 \cdot a \cdot (x+y))^m}{(c \cdot (x+y) \cdot (x-y))^{m+n}} =$$

$$= \frac{(2 \cdot a)^m \cdot b^n}{c^{m+n}} \cdot \frac{1}{(x-y)^m \cdot (x+y)^n}$$

= 0

Äq:(((b*(x-y))^n*(2*a*(x+y))^m)/((c*(x+y)*(x-y))^(m+n)))

▼ Datei Edit Aktion

$$(2a)^m \cdot b^n \cdot \frac{1}{c^{m+n}} \cdot \frac{1}{(x-y)^m \cdot (x+y)^n}$$

Termumformung mit Rechenkontrolle, $R > 0$ einstellen!
 Falls $R > 0$ nicht eingestellt wird, gilt die Termumformung als falsch!

$$\text{simplify}\left(\left(\frac{-a^{-2} \cdot x^4 \cdot y^{-6}}{(-b)^3 \cdot c^{-4} \cdot z^{-5}}\right)^2 \cdot \left(\frac{a^{-3} \cdot b^{-5} \cdot x^3}{c^{-5} \cdot y^6 \cdot z^{-7}}\right)^3\right)$$

$\frac{a^5 \cdot b^9 \cdot y^6}{c^7 \cdot x \cdot z^{11}}$

Termumformungen mit Rechenkontrolle

$$\left(\frac{-a^{-2} \cdot x^4 \cdot y^{-6}}{(-b)^3 \cdot c^{-4} \cdot z^{-5}}\right)^2 \cdot \left(\frac{a^{-3} \cdot b^{-5} \cdot x^3}{c^{-5} \cdot y^6 \cdot z^{-7}}\right)^3$$

$$= \left(\frac{-a^{-2} \cdot x^4 \cdot y^{-6}}{(-b)^3 \cdot c^{-4} \cdot z^{-5}}\right)^2 \cdot \left(\frac{a^{-3} \cdot b^{-5} \cdot x^3}{c^{-5} \cdot y^6 \cdot z^{-7}}\right)^{-3}$$

$$= \frac{a^{-4} \cdot x^8 \cdot y^{-12}}{b^6 \cdot c^{-8} \cdot z^{-10}} \cdot \frac{a^9 \cdot b^{15} \cdot x^{-9}}{c^{15} \cdot y^{-18} \cdot z^{21}}$$

$$= \frac{a^5 \cdot b^9 \cdot y^6}{c^7 \cdot x \cdot z^{11}}$$

$$= 0$$

Äq: (((((-a^(-2) * x^4) * y^(-6)) / ((-b)^3 * c^(-4) * z^(-5))))^2) / (((a^(-3) * b^(-5) * x^3) / (c^(-5) * y^6 * z^(-7))))^3))

▼ Datei Edit Aktion

Das CAS hat zunächst keine Information über mögliche Vorzeichen der Variablen und setzt z.B. $\sqrt{y^2} = |y|$ usw.

Angenommen, alle vorkommenden Variablen sind positiv, dann ist eine weitere Vereinfachung möglich:

$$\text{simplify}(\text{ans}) \mid x > 0 \text{ and } y > 0 \text{ and } z > 0$$

$\frac{y^{\frac{3}{4}} \cdot z^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{x \cdot y \cdot z}}$

$$\text{simplify}(\text{ans}) \mid x > 0 \text{ and } y > 0 \text{ and } z > 0$$

$\frac{1}{y^{\frac{1}{4}} \cdot z^{\frac{1}{6}}} \sqrt{x}$

Termumformungen mit Rechenkontrolle, $R > 0$
 Falls $R > 0$ nicht eingestellt wird, gilt die Ter

Fehler!

Nicht äquivalent

OK

$$\left(\frac{x^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{y^2} \cdot \sqrt{z^2 \cdot x^3}}{(x^3 \cdot y^6)^{\frac{1}{4}} \cdot (z^4)^{\frac{1}{3}}}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{x^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{y^2} \cdot \sqrt{z^2 \cdot x^3}}}{\sqrt{(x^3 \cdot y^6)^{\frac{1}{4}} \cdot (z^4)^{\frac{1}{3}}}}$$

$$= \frac{x^{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} \cdot z^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} \cdot z^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}}}$$

Äq: (((x^(((1)/(4))) * f(y^(2)) * f(z^(2) * x^3)) / (c^3 * y^6)^(1/4)) * (z^4)^(1/3)))^(-1/2)

▼ Datei Edit Aktion

$$\left(\frac{x^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{y^2} \cdot \sqrt{z^2 \cdot x^3}}{(x^3 \cdot y^6)^{\frac{1}{4}} \cdot (z^4)^{\frac{1}{3}}} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{x^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{y^2} \cdot \sqrt{z^2 \cdot x^3}}}{\sqrt{(x^3 \cdot y^6)^{\frac{1}{4}} \cdot (z^4)^{\frac{1}{3}}}}$$

$$= \frac{x^{3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}} \cdot y^{6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}} \cdot z^{4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}} \cdot y^{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} \cdot z^{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} \cdot x^{3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}}$$

$$= x^{3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} - 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} \cdot y^{6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} \cdot z^{4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}$$

$$= x^{-\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{4}} \cdot z^{\frac{1}{6}}$$

$$= \square$$

Äq: (((x^((1)/(4))) * f(y^(2)) * f(z^(2) * x^(3)))/((x^(3) * y^(6))^(1/4)) * (z^(4))^(1/3)))^(-(1)/2)

▼ Datei Edit Aktion

$$\frac{y^4 \cdot z^3}{\sqrt{x \cdot y \cdot z}}$$

$$\frac{y^{\frac{1}{4}} \cdot z^{\frac{1}{6}}}{\sqrt{x}}$$

simplify(ans)|x>0 and y>0 and z>0

Termumformungen mit Rechenkontrolle, **R>0** einstellen!
 Falls **R>0** nicht eingestellt wird, gilt die Termumformung als falsch!

8. Aufg.

$$\text{simplify}\left(x = \sqrt{6 + \sqrt{e \ln(9)}}\right)$$

x=3

Termumformungen mit Rechenkontrolle

$$\sqrt{6 + \sqrt{e \ln(9)}}$$

$$= \sqrt{6 + \sqrt{9}}$$

$$= \sqrt{6 + 3}$$

$$= 3$$

$$= \square$$

Äq: f(6 + f(e^(ln(9))))

▼ Datei Edit Ansicht Draw

[-4, -1]

a) Ansatz $y=4x+n$ und mit $P(-5|3)$: $3=4x+67n$, $n=27$.
Lösung $y=4x+27$.

b) Zuerst Gleichungssystem lösen:
 $\text{solve}(\{x-y=4, 3x+y=8\}, \{x, y\})$ {x=3, y=-1}

nun Ansatz $y=m \cdot x+n$ mit $P(0|5)$ betrachten:

$$\begin{cases} y=m \cdot x+n & | \{x=0, y=5\} \\ y=m \cdot x+n & | \{x=3, y=-1\} \end{cases} \Big|_{m, n}$$
{m=-2, n=5}

11. Aufg.

Lösung über die Vektorrechnung: zuerst eine Skizze: (Koordinatenfensterbereich einstellen!)

Geometriefenster für $\triangle ABC$

[-4, -1]

▼ Datei Edit Ansicht Draw

6.082763

a) Ansatz $y=4x+n$ und mit $P(-5|3)$: $3=4x+67n$, $n=27$.
Lösung $y=4x+27$.

b) Zuerst Gleichungssystem lösen:
 $\text{solve}(\{x-y=4, 3x+y=8\}, \{x, y\})$ {x=3, y=-1}

nun Ansatz $y=m \cdot x+n$ mit $P(0|5)$ betrachten:

$$\begin{cases} y=m \cdot x+n & | \{x=0, y=5\} \\ y=m \cdot x+n & | \{x=3, y=-1\} \end{cases} \Big|_{m, n}$$
{m=-2, n=5}

11. Aufg.

Lösung über die Vektorrechnung: zuerst eine Skizze: (Koordinatenfensterbereich einstellen!)

Geometriefenster für $\triangle ABC$

[-4, -1]

▼ Edit Typ GMem

12. Aufg. In der 2D-Grafik werden die Funktionen mit y_1, y_2, \dots bezeichnet

a)

Define $y_1(x) = \frac{x^2+9}{2x}$

done

maximale Def.-bereich ist $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, d.h. eine Definitionslücke bei $x=0$ und damit zwei Kurvenäste.

2D-Grafik der Funktion

Nullstellen nicht vorhanden, da $x^2+9 > 0$ für alle x
Polstelle bei $x=0$

fMax($y_1(x), x, -100, -0.001, 5$) (MaxValue=-3, x=-3)

fMin($y_1(x), x, 0.001, 100, 5$)

Blatt1 | Blatt2 | Blatt3 | Blatt4 | Blatt5

$y_1 = \frac{x^2+9}{2 \cdot x}$

$y_2: 0$

$y_3: 0$

$y_4: 0$

$y_5: 0$

$y_6: 0$

$y_7: 0$

$y_8: 0$

$y_9: 0$

$y_{10}: 0$

$y_{11}: 0$

$y_{12}: 0$

$y_{13}: 0$

$y_{14}: 0$

$y_{15}: 0$

$y_{16}: 0$

$y_{17}: 0$

Gra Real





