Prof. Dr. Ludwig Paditz, Mathe-Intensivkurs 2013
Einführung in die CAS-Software (ClassPadManager)
Version 03.06.1000

Testat 1 (Prof. Dr. Scholz)
======================

Nutzung des CAS zur Selbstkontrolle der eigenen Rechenschritte -
Ziel: Vermeidung von Rechenfehlern!

1. Aufg.: Für welche $x \in \mathbf{R}$ ist $\sqrt{32-2x^4}$ definiert?

Der reelle Term $\sqrt{32-2x^4}$, $x \in \mathbf{R}$, ist für $32-2x^4 \geq 0$ definiert, d.h.

solve($32-2x^4 \geq 0$,x)

$$\{-2 \leq x \leq 2\}$$

Der Lösungsansatz muss gefunden werden, das CAS erledigt den Rest der Aufgabe.

solve($\sqrt{32-2x^4} \geq 0$,x)

$$\{-2 \leq x \leq 2\}$$

(schnelle Lösung im CAS)

2. Aufg.:

$V = \frac{1}{3}(a \times b \times h + 3a \times b \times c)$ nach b auflösen:

$$\text{solve}\left(V = \frac{1}{3}(a \times b \times h + 3a \times b \times c), b\right)$$

$$\left\{b=\frac{3\cdot V}{3\cdot a\cdot c+a\cdot h}\right\}$$

Die Eingabe $V = \frac{1}{3}(abh + 3abc)$ verursacht eine **Fehlermeldung**:

$$\text{solve}\left(V = \frac{1}{3}(abh + 3abc), b\right)$$

No Solution

Die Zeichenketten abh und abc werden als **dreibuchstabige Einzelvariablen** interpretiert. Die einbuchstabige Variable b kommt nicht vor!

3. Aufg.: Textaufgabe
Ein Ansatz muss gefunden werden, dann kann das CAS genutzt werden:

n=12 (Anzahl der Arbeiter),
$\frac{60}{n}=5$ (Tagesleistung eines Arbeiters am 1. Tag in m^3 gemessen)
50 (Tagesleistung eines Arbeiters am 2. Tag in m^3 gemessen unter Nutzung eines kleinen Baggers)

x (Anzahl der eingesetzten kleinen Bagger)

Ansatz: $50x + 5\times(n-x) = 375$

solve(50x + 5×(n−x) = 375,x)|n=12

{x=7}

Antwort: Am zweiten Tag waren 7 kleine Bagger im Einsatz.

4. Aufg.: z.z. $6x^2-12k\times x+6k^2=0$, $k\in\mathbf{R}$, ist in **R** eindeutig lösbar.

$\text{solve}\left(6x^2-12k\times x+6k^2=0,x\right)$

$$\{x=k\}$$

Rechenschritte: identische Umformungen

$\left(6x^2-12k\times x+6k^2=0\right)/6$

$$\frac{6\cdot x^2+6\cdot k^2-12\cdot k\cdot x}{6}=0$$

simplify(ans)

$$(x-k)^2=0$$

Die quadratische Gleichung hat die **Doppellösung** $x=k$.

5. Aufg.: Ungl. $\frac{3}{4}(x+5)-\frac{x}{6}+\frac{7}{8}<\frac{5}{8}x-\frac{4}{3}$ in **R** lösen.

$\text{solve}\left(\frac{3}{4}(x+5)-\frac{x}{6}+\frac{7}{8}<\frac{5}{8}x-\frac{4}{3}\right)$

$$\{x>143\}$$

Einzelschritte:

$\frac{3}{4}(x+5)-\frac{x}{6}+\frac{7}{8}-\left(\frac{5}{8}x-\frac{4}{3}\right)<0$

$$\frac{3\cdot(x+5)}{4}-\frac{19\cdot x}{24}+\frac{53}{24}<0$$

expand(ans)

$$\frac{-x}{24}+\frac{143}{24}<0$$

$\text{ans}-\frac{143}{24}$

$$\frac{-x}{24}<-\frac{143}{24}$$

ans×(-24)

$x>143$

Im CAS können die Rechenschritte gut nachvollzogen werden
(**Selbstkontrolle der eigenen Rechnung!**)

6. Aufg.: Mischungsregel auswerten

geg. Gleichung im CAS abspeichern:

k1×x1+k2×x2=k×(x1+x2)→Mischung

Es entsteht eine Fehlermeldung: **Ungültige Variablenreferenz**

Ursache: x1 und x2 sind Systemvariablen, die hier nicht benutzt werden können.
(x1 und x2 bezeichnen im 2D-Grafikmenü Funktionen vom Typ x=x(y))

Wir nutzen für x den griech. Buchstaben χ (chi):

k1×χ1+k2×χ2=k×(χ1+χ2)→Mischung

$k1\cdot \chi 1+k2\cdot \chi 2=k\cdot (\chi 1+\chi 2)$

a) Zuordnung der gegebenen Größen: **Dezimalpunkt** benutzen!

60→k1

60

89.9→k2

$$\frac{899}{10}$$

```
85→k
```
85

```
12400→x2
```
12400

ges. ist $x1$:

```
solve(Mischung,x1)
```
$$\left\{x1=\frac{12152}{5}\right\}$$

```
approx(ans)
```
$\{x1=2430.4\}$

Antwort: Es sind 2430,4 Gramm der niedrigprozentigen Lösung hinzuzugeben.

Anderer Lösungsweg: Auflösung der Gleichung "Mischung" nach $x1$:

```
DelVar k1,k2,k,x2
```
done

```
solve(Mischung,x1)
```
$$\left\{x1=\frac{-x2\cdot(k-k2)}{k-k1}\right\}$$

Einsetzen der Zahlenwerte:

```
ans|k1=60 and k2=89.9 and k=85 and x2=12400
```
$$\left\{x1=\frac{12152}{5}\right\}$$

```
approx(ans)
```
$\{x1=2430.4\}$

b)

```
solve(Mischung,k1)
```

$$\left\{k1=\frac{k\cdot x2}{x1}+k-\frac{k2\cdot x2}{x1}\right\}$$

ans|x1=120 and x2=380 and k2=89.3 and k=80

$$\left\{k1=\frac{1011}{20}\right\}$$

approx(ans)

$$\{k1=50.55\}$$

Antwort: Die Schwefelsäure muss 50,55%ig sein.

7. Aufg.: Schrittweise Umformungen jeweils in einem Extrafenster, das zunächst nur als Zeile erscheint.

$$\text{simplify}\left(\frac{a}{1-\frac{1}{a}}+\frac{1}{1-a}\right)$$

$$a+1$$

Termumformungen mit Rechenkontrolle	f(x)=

$$\text{simplify}\left(\frac{\frac{a}{a-b}+\frac{b}{a+b}}{\frac{a}{a+b}-\frac{b}{a-b}}\right)$$

$$\frac{a^2-b^2+2\cdot a\cdot b}{a^2-b^2-2\cdot a\cdot b}$$

Termumformungen mit Rechenkontrolle	f(x)=

$$\text{simplify}\left(\frac{(2a\times x+2a\times y)^m\times(b\times x-b\times y)^n}{\left(c\times x^2-c\times y^2\right)^{m+n}}\right)$$

$$(b\cdot(x-y))^{n}\cdot(c\cdot(x+y)\cdot(x-y))^{-m-n}\cdot(2\cdot a\cdot(x+y))^{m}$$

Eine weitere Umformung erfolgt nicht, da das CAS den genauen Wertebereich der Variablen nicht kennt. (m und n könnten Brüche sein, a,b,c,x-y oder x+y könnten negativ sein)

Angenommen, n und m sind ganze Zahlen, so dass keine Wurzeln entstehen können.
Angenommen, alle Größen a,b,c,x+y und x-y sind positiv, dann kann das CAS im Rechenfenster die weitere Umformung beurteilen:

Weitere Umformung per Hand:

$$\frac{(b\cdot(x-y))^{n}\cdot(2\cdot a\cdot(x+y))^{m}}{(c\cdot(x+y)\cdot(x-y))^{m+n}} =$$

$$\frac{(2a)^{m}\times b^{n}}{c^{m+n}}\times\frac{1}{(x-y)^{m}\times(x+y)^{n}}$$

Termumformung mit Rechenkontrolle, **R**>0 einste▸	f(x)=

Falls **R**>0 nicht eingestellt wird, gilt die Termumformung als falsch!

$$\text{simplify}\left(\left(\frac{-a^{-2}x^{4}y^{-6}}{(-b)^{3}c^{-4}z^{-5}}\right)^{2}\Big/\left(\frac{a^{-3}b^{-5}x^{3}}{c^{-5}y^{6}z^{-7}}\right)^{3}\right)$$

$$\frac{a^{5}\cdot b^{9}\cdot y^{6}}{c^{7}\cdot x\cdot z^{11}}$$

Termumformungen mit Rechenkontrolle $f(x)=$

$$\text{simplify}\left(\left(\left(\frac{\sqrt[4]{x}\times\sqrt{y^2}\times\left(z^2x^3\right)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[4]{x^3y^6}\times\sqrt[3]{z^4}}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\dfrac{x^{\frac{1}{4}}\cdot\left(x^3\right)^{\frac{1}{4}}\cdot|y\cdot z|}{z^{\frac{4}{3}}\cdot\left(|y|\right)^{\frac{3}{2}}}}}$$

Das CAS hat zunächst keine Information über mögliche Vorzeichen der Variablen und setzt z.B. $\sqrt{y^2}=|y|$ usw.

Angenommen, alle vorkommenden Variablen sind positiv, dann ist eine weitere Vereinfachung möglich:

simplify(ans)|x>0 and y>0 and z>0

$$\frac{y^{\frac{3}{4}}\cdot z^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{x\cdot y\cdot z}}$$

simplify(ans)|x>0 and y>0 and z>0

$$\frac{\sqrt{x\cdot y\cdot z}}{x\cdot y^{\frac{1}{4}}\cdot z^{\frac{1}{3}}}$$

Termumformungen mit Rechenkontrolle, **R**>0 ein▸	f(x)=

Falls **R**>0 nicht eingestellt wird, gilt die Termumformung als falsch!

8. Aufg.: Man berechne x.

simplify$\left(x=\sqrt{6+\sqrt{e^{\ln(9)}}}\right)$

$x=3$

Termumformungen mit Rechenkontrolle	f(x)=

simplify$(\log_x(81)=4)$

$\frac{4\cdot\ln(3)}{\ln(x)}=4$

solve(ans,x)

$\{x=3\}$

Termumformung:

$\log_x(81)=4$ bedeutet $x^4=81$, denn

der **Logarithmuswert 4 ist ein Exponent zur Basis x,** um den Potenzwert 81 zu erhalten.

Weiter:

$x=\sqrt[4]{81}$

$x=3$

solve$\left(\sqrt{x-1}=\sqrt{x^2-1},x\right)$

$\{x=1\}$

Rechenweg: jede Seite quadrieren

$x-1=x^2-1$

Weiter

$x^2-x=0$ bzw. $x\cdot(x-1)=0$ ergibt $x=1$ oder $x=0$
(Scheinlösung, $\sqrt{0-1}$ in **R** nicht definiert)

9. Aufg.: Für welche $x\in\mathbb{R}$ gilt $(x+1)\times(\ln(x)+1)=0$?

Argumente von Funktionen in Klammern setzen!
solve((x+1)×(ln(x)+1)=0,x)

$$\{x=e^{-1}\}$$

Rechenschritt: $\ln(x)=-1$ beachten. ($x=-1$ Scheinlösung)

Für welche $x\in\mathbb{R}$ gilt $2^{6x-2}=4^{2x+3}$?
solve$\left(2^{6x-2}=4^{2x+3},x\right)$

$$\{x=4\}$$

Umformung: $4^{2x+3}=(2^2)^{2x+3}=2^{2\times(2x+3)}=2^{4x+6}$

Hieraus: $6x-2=4x+6$ und somit $x=4$.

10. Aufg.:
a) ges. Gerade durch P und parallel zu $y=4x-5$

Ansatz $y=4x+n$ und mit $P(-6|3)$: $3=4\times(-6)+n$, $n=27$.
Lösung $y=4x+27$.

b) ges. Gerade durch P und Schnittpunkt der Geraden $x-y=4$, $3x+y=8$.

Zuerst Gleichungssystem lösen:
solve({x-y=4,3x+y=8},{x,y})

$$\{x=3,y=-1\}$$

nun Ansatz y=m×x+n mit P(0|5) betrachten:

$$\left.\begin{cases} y=m\times x+n \mid \{x=0,y=5\} \\ y=m\times x+n \mid \{x=3,y=-1\} \end{cases}\right|_{m,n}$$

$$\{m=-2,n=5\}$$

11. Aufg.:

ges. Seitenlängen und Innenwinkel des Dreiecks
△ABC

Lösung über die Vektorrechnung: zuerst eine Skizze:
(Koordinatenfensterbereich einstellen!)

Geometriefenster für △ABC

Punkte A,B,C als Ortsvektoren abspeichern:

$$\begin{bmatrix}-4\\-1\end{bmatrix}\Rightarrow A$$

$$\begin{bmatrix}-4\\-1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}\Rightarrow B$$

$$\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\3\end{bmatrix}\Rightarrow C$$

$$\begin{bmatrix}1\\3\end{bmatrix}$$

norm(B−A)⇒c

$$\sqrt{37}$$

approx(ans)

$$6.08276253$$

norm(C−B)→a

$$\sqrt{26}$$

approx(ans)

$$5.099019514$$

norm(A−C)→b

$$\sqrt{41}$$

approx(ans)

$$6.403124237$$

cos(∡CAB)=cos(α)=

$$\frac{\text{dotP}(B-A,C-A)}{\text{norm}(B-A)\times\text{norm}(C-A)}=\cos(48{,}12°),\ \text{denn}$$

$$\frac{\text{dotP}(B-A,C-A)}{\text{norm}(B-A)\times\text{norm}(C-A)}$$

$$\frac{26\cdot\sqrt{1517}}{1517}$$

cos⁻¹(ans)→α

$$\cos^{-1}\left(\frac{26\cdot\sqrt{1517}}{1517}\right)$$

approx(ans)

$$48.12213046$$

cos(∡ABC)=cos(β)=

$$\frac{\text{dotP}(C-B,A-B)}{\text{norm}(C-B)\times\text{norm}(A-B)}=\cos(69{,}23°),\ \text{denn}$$

$$\frac{\text{dotP}(C-B,A-B)}{\text{norm}(C-B)\times\text{norm}(A-B)}$$

$$\frac{11\cdot\sqrt{962}}{962}$$

cos⁻¹(ans)→β

$$\cos^{-1}\left(\frac{11\cdot\sqrt{962}}{962}\right)$$

approx(ans)

69.22774532

cos(∡BCA)=cos(γ)=

$$\frac{\text{dotP}(A-C,B-C)}{\text{norm}(A-C)\times\text{norm}(B-C)}=\cos(62{,}65°),\ \text{denn}$$

$$\frac{\text{dotP}(A-C,B-C)}{\text{norm}(A-C)\times\text{norm}(B-C)}$$

$$\frac{15\cdot\sqrt{1066}}{1066}$$

cos⁻¹(ans)→γ

$$\cos^{-1}\left(\frac{15\cdot\sqrt{1066}}{1066}\right)$$

approx(ans)

62.65012422

Kontrolle:

α+β+γ

$$\cos^{-1}\left(\frac{26\cdot\sqrt{1517}}{1517}\right)+\cos^{-1}\left(\frac{15\cdot\sqrt{1066}}{1066}\right)+\cos^{-1}\left(\frac{11\cdot\sqrt{962}}{962}\right.$$

approx(ans)

180

a+b+c

$$\sqrt{41}+\sqrt{37}+\sqrt{26}$$

approx(ans)

17.58490628

(Umfang)

12. Aufg.:

geg. $y=f(x)=\frac{x^2+9}{2x}$, $x\in D$ (Definitionsbereich von f)

ges. Kurvendiskussion mit maximalem Definitionsbereich,
Nullst., Polst., lokale Extrema,
Symmetrieeigenschaft, Verhalten im Unendlichen

In der 2D-Grafik werden die Funktionen mit y1, y2, ... bezeichnet

a)

Define $y1(x)=\frac{x^2+9}{2x}$

done

maximale Def.-bereich ist **R**\{0}, d.h. eine Definitionslücke bei x=0 und damit zwei Kurvenäste.

2D-Grafik der Funktion	Y1:… Y2:…

Nullstellen nicht vorhanden, da $x^2+9>0$ für alle x
Polstelle bei x=0

fMax(y1(x),x,-100,-0.001,5)

{MaxValue=-3,x=-3}

fMin(y1(x),x,0.001,100,5)

{MinValue=3,x=3}

y1(x) ist ungerade: y1(x)=-y1(-x)

judge(y1(x)=-y1(-x))

TRUE

$$\lim_{x \to -\infty} (y1(x))$$

$$-\infty$$

$$\lim_{x \to \infty} (y1(x))$$

$$\infty$$

Bem.: Innerhalb der 2D-Grafik kann eine zusammenfassende übersichtstabelle erzeugt werden.

b) ges. Flächeninhalt, eingeschlossen von f, von g: y=x/2+3 und Gerade x=1

Define $y1(x)=\frac{x^2+9}{2x}$

done

Define $y2(x)=\frac{1}{2}x+3$

done

Define x3(y)=1

done

2D-Grafik des Flächeninhaltes	Y1:… Y2:…

solve(y1(x)=y2(x),x)

$$\left\{x=\frac{3}{2}\right\}$$

$$\int_1^{1.5} (y1(x)-y2(x))dx$$

$$\frac{9\cdot \ln(3)}{2}-\frac{9\cdot \ln(2)}{2}-\frac{3}{2}$$

approx(ans)

0.3245929865

DelVar a,b,c,A,B,C,α,β,γ

done

(Löschung der benutzten Variablen)

Download:

http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/
Mathe-Intensiv2013-Scholz.vcp

bzw.

http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/
Mathe-Intensiv2013DocST1.pdf

ClassPad Manager Professional Edition, vgl.
http://www.casio-schulrechner.de/de/produkte/
software/classpadmanager30/

zugehöriger CAS-Grafiktaschenrechner:
http://www.casio-schulrechner.de/de/produkte/
casgrafikrechner/classpad330/

CASIO Worldwide Educational Website:
http://edu.casio.com/

Neu 2013: ClassPad330 und älter:
Update auf Version 03.**06.**2000
http://www.htw-dresden.de/~paditz/
cp_update_3062_2.zip
ClassPad330**Plus** auf Version 03.**10.**2000
http://www.htw-dresden.de/~paditz/
cp_update_3102_2.zip

Anlage:
Bilder zu den in den obigen Menüstreifen
hinterlegten Fenstern

Datei Edit Aktion

ans|χ1=120 and χ2=380 and k2=89.3 and k=80

$$\left\{k1=\frac{1011}{20}\right\}$$

approx(ans)

{k1=50.55}

Antwort: Die Schwefelsäure muss 50,55%ig sein.

7. Aufg. Schrittweise Umformungen jeweils in einem Extrafenster, das zunächst nur als Zeile erscheint.

$$\text{simplify}\left(\frac{a}{1-\frac{1}{a}}+\frac{1}{1-a}\right)$$

$$a+1$$

Termumformungen mit Rechenkontrolle

$$\frac{a}{1-\frac{1}{a}}+\frac{1}{1-a}$$
$$=\frac{a}{\frac{a}{a}-\frac{1}{a}}+\frac{1}{1-a}$$
$$=\frac{a^2}{a-1}-\frac{1}{a-1}$$
$$=\frac{a^2-1}{a-1}$$
$$=\frac{(a+1)\cdot(a-1)}{a-1}$$
$$=a+1$$
$$=\square$$

äq:((a)/(1-((1)/(a))))+((1)/(1-a))

Datei Edit Aktion

$$\text{simplify}\left(\frac{a}{1-\frac{1}{a}}+\frac{1}{1-a}\right)$$

$$a+1$$

Termumformungen mit Rechenkontrolle

$$\text{simplify}\left(\frac{\frac{a}{a-b}+\frac{b}{a+b}}{\frac{a}{a+b}-\frac{b}{a-b}}\right)$$

$$\frac{a^2-b^2+2\cdot a\cdot b}{a^2-b^2-2\cdot a\cdot b}$$

Termumformungen mit Rechenkontrolle

$$\frac{\frac{a}{a-b}+\frac{b}{a+b}}{\frac{a}{a+b}-\frac{b}{a-b}}$$
$$=\frac{\frac{a\cdot(a+b)}{a^2-b^2}+\frac{b\cdot(a-b)}{a^2-b^2}}{\frac{a\cdot(a-b)}{a^2-b^2}-\frac{b\cdot(a+b)}{a^2-b^2}}$$
$$=\frac{a\cdot(a+b)+b\cdot(a-b)}{a\cdot(a-b)-b\cdot(a+b)}$$
$$=\frac{a^2-b^2+2\cdot a\cdot b}{a^2-b^2-2\cdot a\cdot b}$$
$$=\square$$

äq:((((a)/(a-b))+((b)/(a+b)))/(((a)/(a+b))-((b)/(a-b))))

Datei Edit Aktion

Eine weitere Umformung erfolgt nicht, da das CAS den genauen Wertebereich der Variablen nicht kennt.
(m und n könnten Brüche sein, a,b,c,x-y oder x+y könnten negativ sein)

Angenommen, n und m sind ganze Zahlen, so dass keine Wurzeln entstehen können.
Angenommen, alle Größen a,b,c,x+y und x-y sind positiv, dann kann das CAS im Rechenfenster die weitere Umformung beurteilen:

Weitere Umformung per Hand:

$$\frac{(b\cdot(x-y))^n\cdot(2\cdot a\cdot(x+y))^m}{(c\cdot(x+y)\cdot(x-y))^{m+n}} =$$

$$\frac{(2a)^m\times b^n}{c^{m+n}}\times\frac{1}{(x-y)^m\times(x+y)^n}$$

Termumformung mit Rechenkontrolle, **R**>0 ei

Falls **R**>0 nicht eingestellt wird, gilt die Ter

Fehler!

Nicht äquivalent

OK

$$\frac{(b\cdot(x-y))^n\cdot(2\cdot a\cdot(x+y))^m}{(c\cdot(x+y)\cdot(x-y))^{m+n}}$$

$$= \frac{(2\cdot a)^m\cdot b^n}{c^{m+n}}\cdot\frac{1}{(x-y)^m\cdot(x+y)^n}$$

Äq:(((b·(x-y))^(n)·(2·a·(x+y))^(m))/((c·(x+y)·(x-y))^(m+n)))

Datei Edit Aktion

Eine weitere Umformung erfolgt nicht, da das CAS den genauen Wertebereich der Variablen nicht kennt.
(m und n könnten Brüche sein, a,b,c,x-y oder x+y könnten negativ sein)

Angenommen, n und m sind ganze Zahlen, so dass keine Wurzeln entstehen können.
Angenommen, alle Größen a,b,c,x+y und x-y sind positiv, dann kann das CAS im Rechenfenster die weitere Umformung beurteilen:

Weitere Umformung per Hand:

$$\frac{(b\cdot(x-y))^n\cdot(2\cdot a\cdot(x+y))^m}{(c\cdot(x+y)\cdot(x-y))^{m+n}} =$$

$$\frac{(2a)^m\times b^n}{c^{m+n}}\times\frac{1}{(x-y)^m\times(x+y)^n}$$

Termumformung mit Rechenkontrolle, **R**>0 einstellen!

Falls **R**>0 nicht eingestellt wird, gilt die Termumformung als falsch!

$$\frac{(b\cdot(x-y))^n\cdot(2\cdot a\cdot(x+y))^m}{(c\cdot(x+y)\cdot(x-y))^{m+n}}$$

$$= \frac{(2\cdot a)^m\cdot b^n}{c^{m+n}}\cdot\frac{1}{(x-y)^m\cdot(x+y)^n}$$

$= \square$

Äq:(((b·(x-y))^(n)·(2·a·(x+y))^(m))/((c·(x+y)·(x-y))^(m+n)))

Datei Edit Aktion

$$\frac{(2a)^m \times b^n}{c^{m+n}} \times \frac{1}{(x-y)^m \times (x+y)^n}$$

Termumformung mit Rechenkontrolle, **R**>0 einstellen!

Falls **R**>0 nicht eingestellt wird, gilt die Termumformung als falsch!

$$\text{simplify}\left(\left(\frac{-a^{-2}x^4y^{-6}}{(-b)^3c^{-4}z^{-5}}\right)^2 / \left(\frac{a^{-3}b^{-5}x^3}{c^{-5}y^6z^{-7}}\right)^3\right)$$

$$\frac{a^5 \cdot b^9 \cdot y^6}{c^7 \cdot x \cdot z^{11}}$$

Termumformungen mit Rechenkontrolle

$$\frac{\left(\frac{-a^{-2} \cdot x^4 \cdot y^{-6}}{(-b)^3 \cdot c^{-4} \cdot z^{-5}}\right)^2}{\left(\frac{a^{-3} \cdot b^{-5} \cdot x^3}{c^{-5} \cdot y^6 \cdot z^{-7}}\right)^3}$$

$$= \left(\frac{-a^{-2} \cdot x^4 \cdot y^{-6}}{(-b)^3 \cdot c^{-4} \cdot z^{-5}}\right)^2 \cdot \left(\frac{a^{-3} \cdot b^{-5} \cdot x^3}{c^{-5} \cdot y^6 \cdot z^{-7}}\right)^{-3}$$

$$= \frac{a^{-4} \cdot x^8 \cdot y^{-12}}{b^6 \cdot c^{-8} \cdot z^{-10}} \cdot \frac{a^9 \cdot b^{15} \cdot x^{-9}}{c^{15} \cdot y^{-18} \cdot z^{21}}$$

$$= \frac{a^5 \cdot b^9 \cdot y^6}{c^7 \cdot x \cdot z^{11}}$$

$= \square$

Äq:(((((-a^(-2)·x^(4)·y^(-6))/((-b)^(3)·c^(-4)·z^(-5))))^(2))/((((a^(-3)·b^(-5)·x^(3))/(c^(-5)·y^(6)·z

Datei Edit Aktion

Das CAS hat zunächst keine Information über mögliche Vorzeichen der Variablen und setzt z.B. $\sqrt{y^2} = |y|$ usw.

Angenommen, alle vorkommenden Variablen sind positiv, dann ist eine weitere Vereinfachung möglich:

simplify(ans)|x>0 and y>0 and z>0

$$\frac{y^{\frac{3}{4}} \cdot z^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{x \cdot y \cdot z}}$$

simplify(ans)|x>0 and y>0 and z>0

$$\frac{y^{\frac{1}{4}} \cdot z^{\frac{1}{6}}}{\sqrt{x}}$$

Fehler!

Nicht äquivalent

OK

Termumformungen mit Rechenkontrolle, **R**>0

Falls **R**>0 nicht eingestellt wird, gilt die Ter

$$\left(\frac{x^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{y^2} \cdot \sqrt{z^2 \cdot x^3}}{\left(x^3 \cdot y^6\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(z^4\right)^{\frac{1}{3}}}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{\left(x^3 \cdot y^6\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(z^4\right)^{\frac{1}{3}}}}{\sqrt{x^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{y^2} \cdot \sqrt{z^2 \cdot x^3}}}$$

$$= \frac{x^{3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}} \cdot y^{6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}} \cdot z^{4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}} \cdot y^{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} \cdot z^{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} \cdot x^{3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}}$$

Äq:(((x^(((1)/(4)))·√(y^(2))·√(z^(2)·x^(3)))/((x^(3)·y^(6))^(((1)/(4)))·(z^(4))^(((1)/(3))))))^(-((1)/

Datei Edit Aktion

$$\left(\frac{x^{\frac{1}{4}}\cdot\sqrt{y^2}\cdot\sqrt{z^2\cdot x^3}}{\left(x^3\cdot y^6\right)^{\frac{1}{4}}\cdot\left(z^4\right)^{\frac{1}{3}}}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{\left(x^3\cdot y^6\right)^{\frac{1}{4}}\cdot\left(z^4\right)^{\frac{1}{3}}}}{\sqrt{x^{\frac{1}{4}}\cdot\sqrt{y^2}\cdot\sqrt{z^2\cdot x^3}}}$$

$$=\frac{x^{3\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}}\cdot y^{6\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}}\cdot z^{4\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}}\cdot y^{2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}\cdot z^{2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}\cdot x^{3\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}}$$

$$=x^{3\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}-3\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}\cdot y^{6\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}-2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}\cdot z^{4\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}-2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}$$

$$=x^{-\frac{1}{2}}\cdot y^{\frac{1}{4}}\cdot z^{\frac{1}{6}}$$

=

Äq:(((x^(((1)/(4)))·√(y^(2))·√(z^(2)·x^(3)))/((x^(3)·y^(6))^(((1)/(4)))·(z^(4))^(((1)/(3))))))^(-((1)/

Datei Edit Aktion

$$\frac{y^4\cdot z^3}{\sqrt{x\cdot y\cdot z}}$$

simplify(ans)|x>0 and y>0 and z>0

$$\frac{y^{\frac{1}{4}}\cdot z^{\frac{1}{6}}}{\sqrt{x}}$$

Termumformungen mit Rechenkontrolle, **R**>0 einstellen!

Falls **R**>0 nicht eingestellt wird, gilt die Termumformung als falsch!

8. Aufg.

simplify$\left(x=\sqrt{6+\sqrt{e^{\ln(9)}}}\right)$

$x=3$

Termumformungen mit Rechenkontrolle

$$\sqrt{6+\sqrt{e^{\ln(9)}}}$$

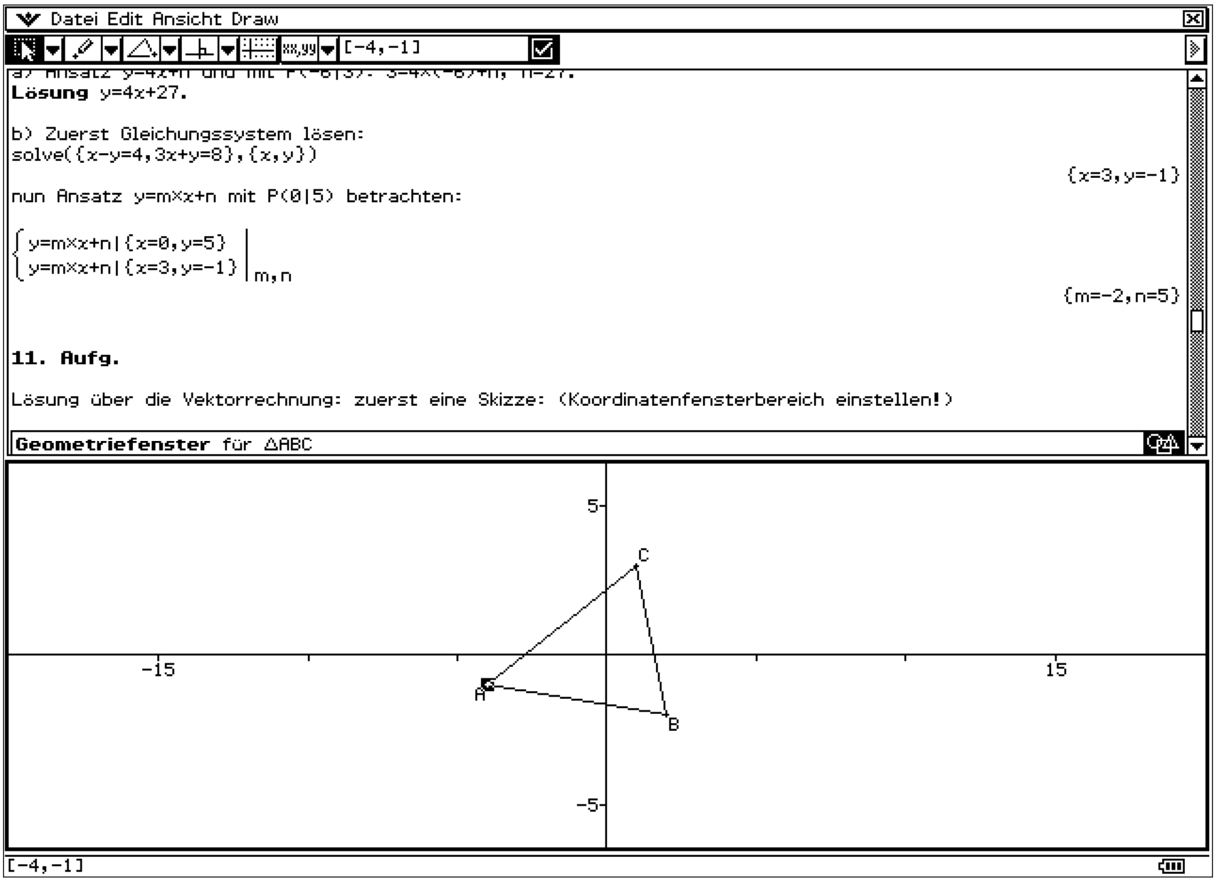
$$=\sqrt{6+\sqrt{9}}$$

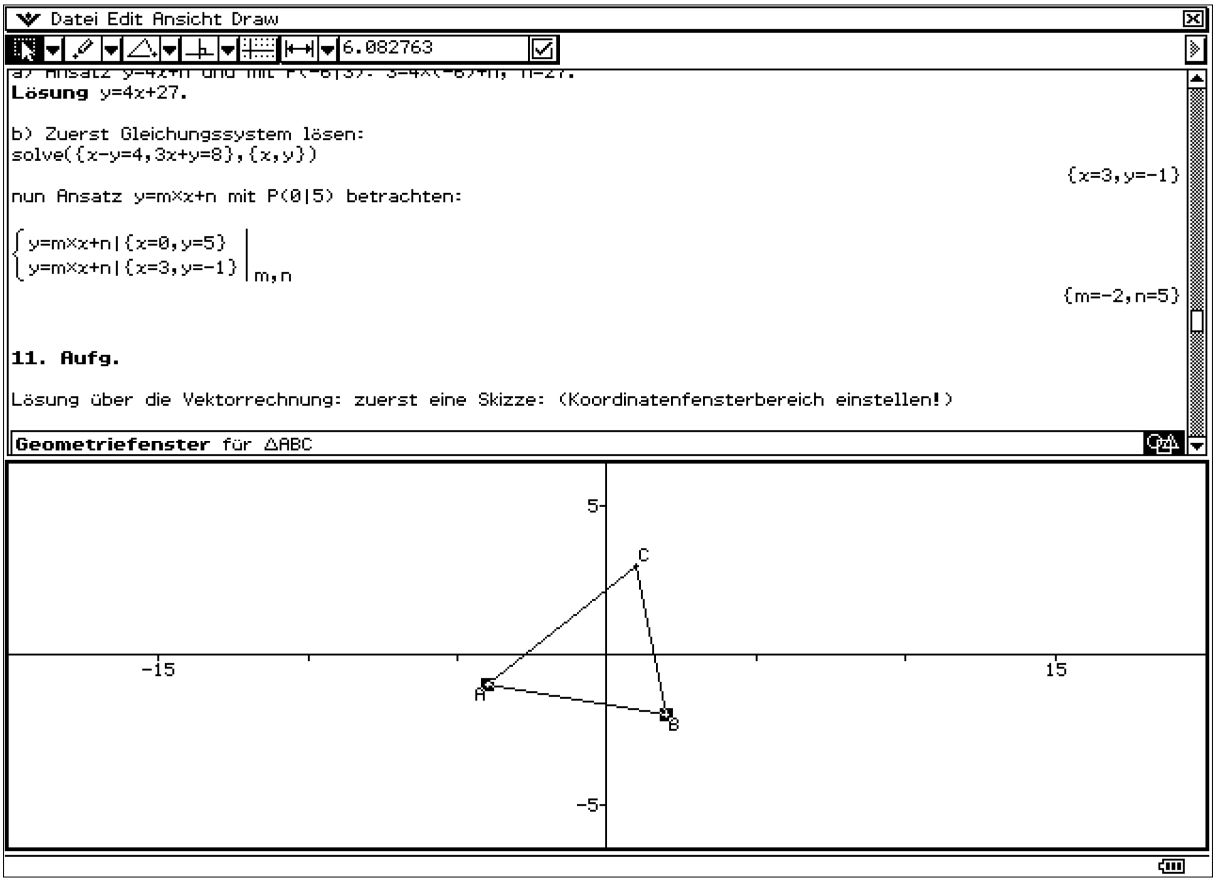
$$=\sqrt{6+3}$$

$=3$

=

Äq:√(6+√(e^(ln(9))))


Datei Edit Ansicht Draw
[-4,-1]
Lösung y=4x+27.
b) Zuerst Gleichungssystem lösen:
solve({x-y=4,3x+y=8},{x,y})
{x=3,y=-1}
nun Ansatz y=m×x+n mit P(0|5) betrachten:
y=m×x+n|{x=0,y=5}
y=m×x+n|{x=3,y=-1}
m,n
{m=-2,n=5}
11. Aufg.
Lösung über die Vektorrechnung: zuerst eine Skizze: (Koordinatenfensterbereich einstellen!)
Geometriefenster für ΔABC
5
-15
15
-5
C
A
B
[-4,-1]


Datei Edit Ansicht Draw
6.082763
Lösung y=4x+27.
b) Zuerst Gleichungssystem lösen:
solve({x-y=4,3x+y=8},{x,y})
{x=3,y=-1}
nun Ansatz y=m×x+n mit P(0|5) betrachten:
y=m×x+n|{x=0,y=5}
y=m×x+n|{x=3,y=-1}
m,n
{m=-2,n=5}
11. Aufg.
Lösung über die Vektorrechnung: zuerst eine Skizze: (Koordinatenfensterbereich einstellen!)
Geometriefenster für ΔABC
5
-15
15
-5
C
A
B

Edit Typ GMem

12. Aufg. In der 2D-Grafik werden die Funktionen mit y1, y2, ... bezeichnet

a)

Define $y1(x)=\frac{x^2+9}{2x}$

done

maximale Def.-bereich ist **R**\{0}, d.h. eine Definitionslücke bei x=0 und damit zwei Kurvenäste.

2D-Grafik der Funktion

Nullstellen nicht vorhanden, da $x^2+9>0$ für alle x
Polstelle bei x=0

fMax(y1(x),x,-100,-0.001,5)

{MaxValue=-3,x=-3}

fMin(y1(x),x,0.001,100,5)

Blatt1 Blatt2 Blatt3 Blatt4 Blatt5

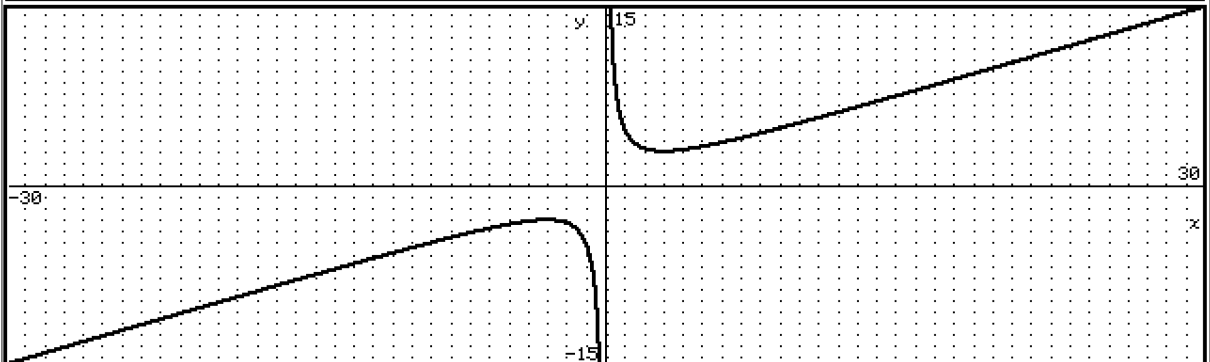
$y1=\frac{x^2+9}{2\cdot x}$
y2:
y3:
y4:
y5:
y6:
y7:
y8:
y9:
y10:
y11:
y12:
y13:
y14:
y15:
y16:
y17:

Gra Real

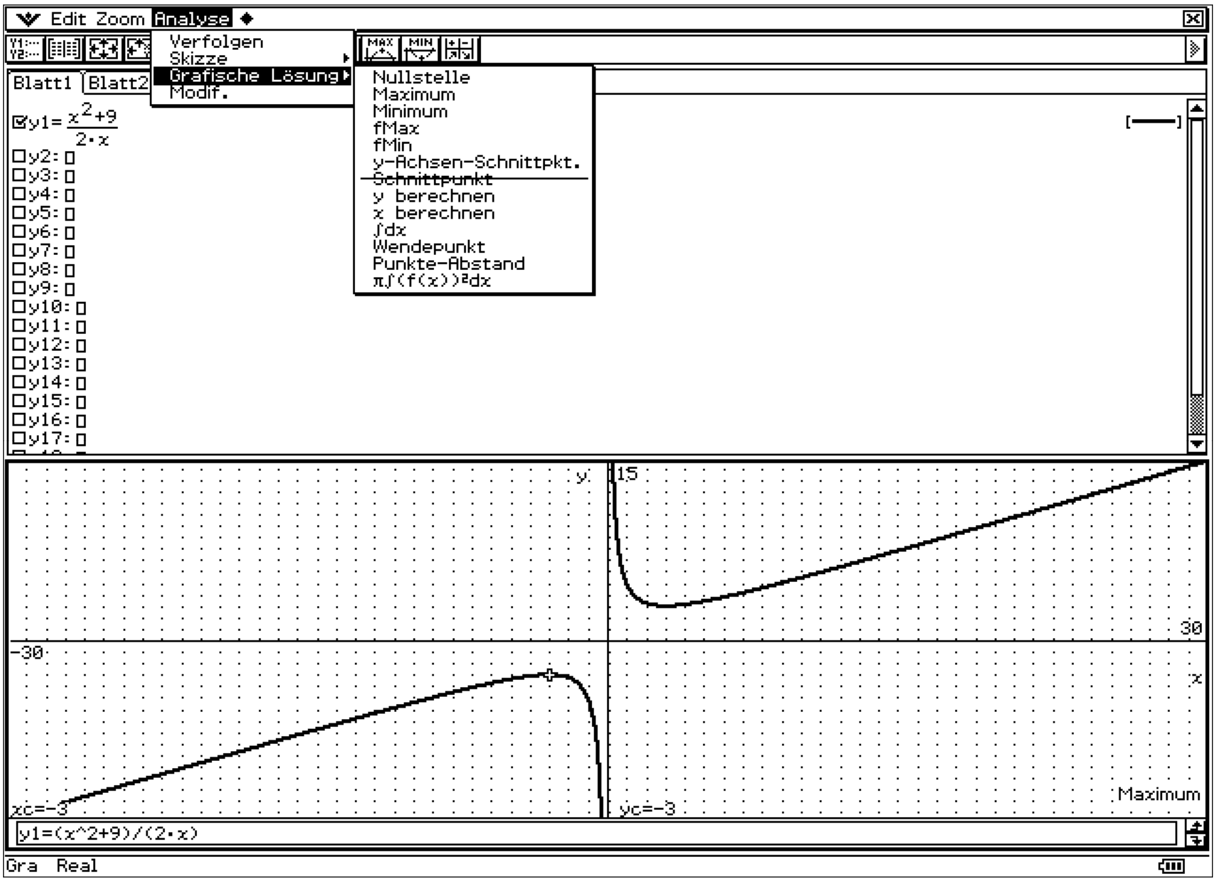
Edit Zoom Analyse

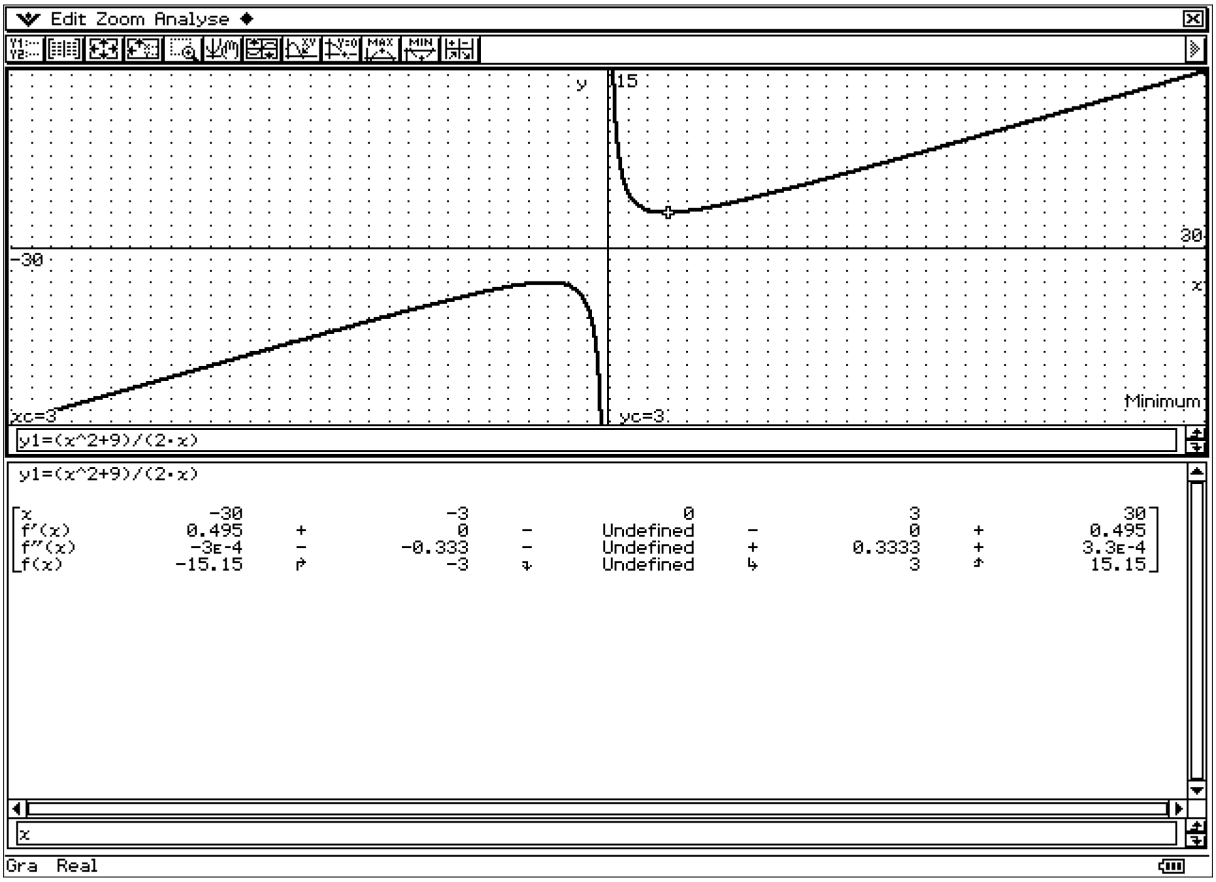
Blatt1 Blatt2 Blatt3 Blatt4 Blatt5

$y1=\frac{x^2+9}{2\cdot x}$
y2:
y3:
y4:
y5:
y6:
y7:
y8:
y9:
y10:
y11:
y12:
y13:
y14:
y15:
y16:
y17:



Gra Real


Edit Zoom Analyse
Verfolgen
Skizze
Grafische Lösung
Modif.
Nullstelle
Maximum
Minimum
fMax
fMin
y-Achsen-Schnittpkt.
Schnittpunkt
y berechnen
x berechnen
∫dx
Wendepunkt
Punkte-Abstand
π∫(f(x))²dx
Blatt1
Blatt2
y1= (x^2+9)/(2·x)
y2:
y3:
y4:
y5:
y6:
y7:
y8:
y9:
y10:
y11:
y12:
y13:
y14:
y15:
y16:
y17:
y
15
30
-30
x
Maximum
xc=-3
yc=-3
y1=(x^2+9)/(2·x)
Gra Real


Edit Zoom Analyse
y
15
30
-30
x
Minimum
xc=3
yc=3
y1=(x^2+9)/(2·x)
y1=(x^2+9)/(2·x)
x -30 -3 0 3 30
f'(x) 0.495 + 0 - Undefined - 0 + 0.495
f''(x) -3E-4 - -0.333 - Undefined + 0.3333 + 3.3E-4
f(x) -15.15 -3 Undefined 3 15.15
x
Gra Real

Edit Typ GMem ◆

b)

Define $y1(x)=\frac{x^2+9}{2x}$

done

Define $y2(x)=\frac{1}{2}x+3$

done

Define x3(y)=1

done

2D-Grafik des Flächeninhaltes

solve(y1(x)=y2(x),x)

$\left\{x=\frac{3}{2}\right\}$

$\int_1^{1.5} (y1(x)-y2(x))dx$

9·ln(3) 9·ln(2) 3

Blatt1 | Blatt2 | Blatt3 | Blatt4 | Blatt5

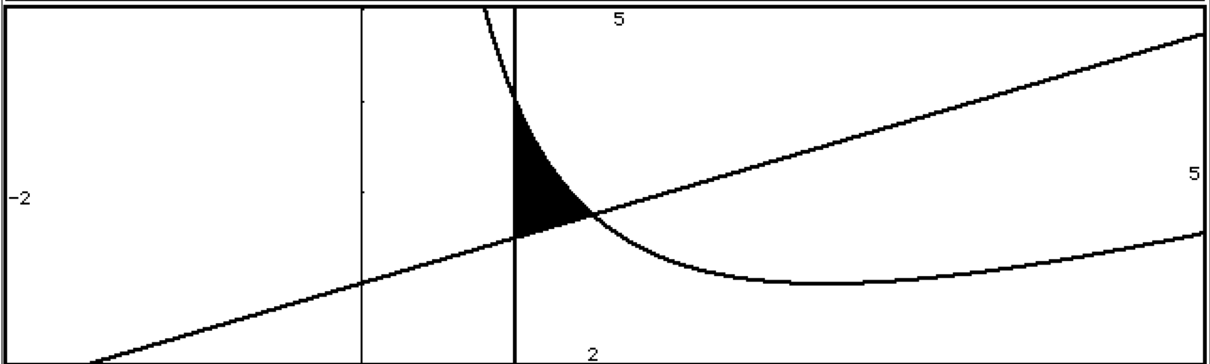
- ☐ $y1=\frac{x^2+9}{2\cdot x}$
- ☐ $y2=\frac{1}{2}\cdot x+3$
- ☐ x3=1
- ☐ $y4\le\frac{x^2+9}{2\cdot x}$
- ☐ $y5\ge\frac{1}{2}\cdot x+3$
- ☐ x6≥1
- ☐ x7: ▯
- ☐ x8: ▯
- ☐ x9: ▯
- ☐ x10: ▯
- ☐ x11: ▯
- ☐ x12: ▯
- ☐ x13: ▯

Gra Real

Edit Zoom Analyse ◆

Blatt1 | Blatt2 | Blatt3 | Blatt4 | Blatt5

- ☐ $y1=\frac{x^2+9}{2\cdot x}$
- ☐ $y2=\frac{1}{2}\cdot x+3$
- ☐ x3=1
- ☑ $y4\le\frac{x^2+9}{2\cdot x}$
- ☑ $y5\ge\frac{1}{2}\cdot x+3$
- ☑ x6≥1
- ☐ x7: ▯
- ☐ x8: ▯
- ☐ x9: ▯
- ☐ x10: ▯
- ☐ x11: ▯
- ☐ x12: ▯
- ☐ x13: ▯



Gra Real