Prof. Dr. Ludwig Paditz, Mathe-Intensivkurs 2013
Einführung in die CAS-Software (ClassPad)
Version 03.06.1000

TEST 1 (Prof. Preuß)
======================

Aufg. 1
geg. Mengen
A={n|n∈**N**, n≤6},
B={m|m∈**N**, 1<m<13, m gerade Zahl}

ges. A∪B, A∩B

Lösung:
seq(n,n,0,6,1)⇒A

{0,1,2,3,4,5,6}

seq(2n,n,1,6,1)⇒B

{2,4,6,8,10,12}

Weitere Berechnung im CAS nicht möglich:

A∪B={0,1,2,3,4,5,6}∪{2,4,6,8,10,12}=
{0,1,2,3,4,5,6,8,10,12}

A∩B={0,1,2,3,4,5,6}∩{2,4,6,8,10,12}=
{2,4,6}

Neu 2012: Berechnung im CAS mit dem Programm
Menge(...,...,...)

A:="{0,1,2,3,4,5,6}"

"{0,1,2,3,4,5,6}"

```
B:="{2,4,6,8,10,12}"
                                        "{2,4,6,8,10,12}"
Menge("{0,1,2,3,4,5,6}","∪","{2,4,6,8,10,12}")
                                                     done
Ergebnis
                                "{0,1,2,3,4,5,6,8,10,12}"
Menge("{0,1,2,3,4,5,6}","∩","{2,4,6,8,10,12}")
                                                     done
Ergebnis
                                                "{2,4,6}"
```

Neu 2012: alternativ: Berechnung im CAS mit den Programmen
SetUnion(...,...) bzw. **SetInter(...,...)**
Syntax von A, B beachten: ohne { und }

```
A:="0,1,2,3,4,5,6"
                                          "0,1,2,3,4,5,6"
B:="2,4,6,8,10,12"
                                          "2,4,6,8,10,12"
SetUnion(A,B)
                                                     done
Result
                                "{0,1,2,3,4,5,6,8,10,12}"
SetInter(A,B)
                                                     done
Result
                                                "{2,4,6}"
```

Aufg. 2
Zusammenfassen: $x\cdot(y+z)+y\cdot(z-x)-(x+y)\cdot z$

Lösung:

$x\cdot(y+z)+y\cdot(z-x)-(x+y)\cdot z$

$$-z\cdot(x+y)-y\cdot(x-z)+x\cdot(y+z)$$

simplify(ans)

0

per Hand sind Zwischenschritte anzugeben	f(x)=

Aufg. 3

Vereinfachen (binom. Formeln)

$(3x-2y)\cdot(2y-3x)-(2x-y)^2$

Lösung:

$(3x-2y)\cdot(2y-3x)-(2x-y)^2$

$$-(3\cdot x-2\cdot y)^2-(2\cdot x-y)^2$$

simplify(ans)

$$-13\cdot x^2-5\cdot y^2+16\cdot x\cdot y$$

per Hand sind Zwischenschritte anzugeben	f(x)=

Aufg. 4

quadr. Ergänzung für $4a^2+36a+40$

Lösung:

$4a^2+36a+40$

$$4\cdot a^2+36\cdot a+40$$

$\text{factor}\left(4a^2+36a+\left(\frac{36a}{2\cdot 2a}\right)^2\right)-\left(\frac{36a}{2\cdot 2a}\right)^2+40$

$$(2\cdot a+9)^2-41$$

Probe:

$(2\cdot a+9)^2-41$

$$(2\cdot a+9)^2-41$$

expand(ans)

$$4\cdot a^2+36\cdot a+40$$

Aufg. 5

Def.-bereich für $\frac{x-1}{x^2-1}-\frac{x}{x^2+1}$ angeben und vereinfachen

Lösung: Db={x|x∈**R**, x≠1, x≠-1}

$$\frac{x-1}{x^2-1}-\frac{x}{x^2+1}$$

$$\frac{x-1}{x^2-1}-\frac{x}{x^2+1}$$

simplify(ans)

$$\frac{-(x-1)}{x^3+x^2+x+1}$$

factor(ans)

$$\frac{-(x-1)}{\left(x^2+1\right)\cdot(x+1)}$$

Hinweis: Lösung in **C**

solve($x^2-1=0$,x)

$$\{x=-1,x=1\}$$

solve($x^2+1=0$,x)

$$\{x=-\mathbf{j},x=\mathbf{j}\}$$

Db={x|x∈**C**, x≠1, x≠-1, x≠**j**, x≠-**j**}

per Hand sind Zwischenschritte anzugeben	f(x)=

Aufg. 6
geg. Bruttopreis 64,96€ (16% MWS)

a) ges. enthaltene MWS
b) ges. Rabatt, Voraussetzung: 5% Rabatt auf Nettopreis

Lösung:
a)
64.96-64.96/1.16

8.96

Die MWS beträgt 8,96€, d.h. Nettopreis 56,00€

b)
56.00×0.05

2.8

Der Rabatt auf den Nettopreis beträgt 2,80€
56×0.95×1.16

61.712

56×0.95×1.16-64.96

-3.248

Die Ersparnis beträgt 3,25€.

Ausblick auf das Menü Finanzmathematik

einfache Verzinsung (=MWS)	TVM ¥#

Aufg. 7
ges. Db für $\left(\sqrt{a-b}\times\sqrt{a+b}\right)^{2^2}$ und Vereinfachung

Lösung:

Interpretation einer Mehrfachpotenz:

Was bedeutet a^{b^c} ?

$\text{judge}\left(a^{b^c}=a^{(b^c)}\right)$

TRUE

$\text{judge}\left(a^{b^c}=(a^b)^c\right)$

Undefined

konktet:

$\left(\sqrt{a-b}\times\sqrt{a+b}\right)^{2^2}$

$(a-b)^2\cdot(a+b)^2$

$Db=\left\{(a,b)\in R^2 \mid a-b\geq 0,\ a+b\geq 0\right\}$,

d.h. in der a-b-Ebene sind die Bereiche
$a-b<0$ **oder** $a+b<0$ ausgeschlossen:
also muss gelten $a\geq b$ und $a\geq -b$,
d.h. $\mathbf{a\geq max(b,-b)=|b|}\geq 0$

==
Beachten Sie die Verwendung der Worte **und** bzw.
oder in einer Aussage!
Komma in $Db=\left\{...\in R^2 \mid a-b\geq 0,\ a+b\geq 0\right\}$ bedeutet
Aufzählung, d.h. **und.**

Aussagenlogik: **A und B** negiert ergibt $\bar{A}$ **oder** $\bar{B}$.
==

Damit ist der Db der rechte Winkelraum zwischen
den Geraden a=b und a=-b.

Db in x-y-Ebene (x=a, y=b)	Y1:... Y2:...

Umrechnung: $a \geq b$ und $a \geq -b$ bedeutet $y \leq x$ und $y \geq -x$

$$\text{simplify}\left(\left(\sqrt{a-b} \times \sqrt{a+b}\right)^{2^2}\right)$$

$$(a+b)^2 \cdot (a-b)^2$$

expand(ans)

$$a^4+b^4-2 \cdot a^2 \cdot b^2$$

$$\left(a^2-b^2\right)^2$$

$$\left(a^2-b^2\right)^2$$

expand(ans)

$$a^4+b^4-2 \cdot a^2 \cdot b^2$$

Mögliche Vereinfachungen sind:

$(a-b)^2 \cdot (a+b)^2$ oder $\left(a^2-b^2\right)^2$

Aufg. 8

Vereinfachen: $\ln(1+2n+n^2)+1-2\ln(1+n)$, $n \in \mathbb{N}$.

Lösung:

$$\ln(1+2n+n^2)+1-2\ln(1+n)$$

$$\ln\left(n^2+2 \cdot n+1\right)-2 \cdot \ln(n+1)+1$$

simplify(ans)→Term

$$\ln\left((n+1)^2\right)-2 \cdot \ln(n+1)+1$$

Term|n=0

$$1$$

Term|n>0

$$1$$

simplify(Term|n>0)

$$1$$

$\text{simplify}\left(\dfrac{n^2+2\cdot n+1}{(n+1)^2}\right)$

$$1$$

$\ln(1)+1$

$$1$$

Aufg. 9

Auflösung nach n:

a) $x=\dfrac{n\cdot y}{n\cdot z+1}$ b) $a=3x^n$

Lösung:

a) Voraussetzung $x\cdot z-y\neq 0$:

$x=\dfrac{n\times y}{n\times z+1}$

$$x=\frac{n\cdot y}{n\cdot z+1}$$

solve(ans,n)

$$\left\{n=\frac{-x}{x\cdot z-y}\right\}$$

Spezialfall $x\cdot z=y$:

$x=\dfrac{n\times y}{n\times z+1}\,|y=x\cdot z$

$$x=\frac{n\cdot x\cdot z}{n\cdot z+1}$$

$\text{solve}\left(x=\dfrac{n\cdot x\cdot z}{n\cdot z+1},n\right)$

No Solution

keine Lösung für n im Fall $x\neq 0$: $x\cdot(n\cdot z+1)\neq n\cdot x\cdot z$

Im Fall $x=0$ ist n nicht eindeutig bestimmbar.

b) Voraussetzung $x\neq 1$ und $x>0$

$a=3x^n$

$$a=3\cdot x^n$$

solve(ans,n)

$$\left\{n=\frac{\ln(a)}{\ln(x)}-\frac{\ln(3)}{\ln(x)}\right\}$$

simplify(ans)

$$\left\{n=\frac{\ln\left(\frac{a}{3}\right)}{\ln(x)}\right\}$$

schrittweise:

$\frac{a}{3}=x^n$ |ln(...)

$\ln(\frac{a}{3})=\ln(x^n)=n\times\ln(x)$

$n = \ln(\frac{a}{3})/\ln(x)$

oder

$n = \log_x\left(\frac{a}{3}\right)$

judge($\ln(\frac{a}{3})/\ln(x)=\log_x\left(\frac{a}{3}\right)$)

TRUE

Spezialfall x=1 oder x=0 oder x<0:

Im Fall x=1 ist n nicht eindeutig bestimmbar (für a=3)
Im Fall x=0 (n>0) muss a=0 gelten.
Im Fall x<0 gibt es nur in Spezialfällen eine Lösung, z.B.
x=-3 und a=27 muss n=2 gelten:

$a=3x^n|x=-3$ and $a=27$

$$27=3\cdot(-3)^n$$

solve(ans,n)

$$\{n=2\}$$

Aufg. 10

$\left(\sum_{k=0}^{4}\left(k^2\right)\right)\times\prod_{m=1}^{3}\left(m^2\right)$ ist zu berechnen

Lösung:

$$\left(\sum_{k=0}^{4}\left(k^2\right)\right)\times\prod_{m=1}^{3}\left(m^2\right)$$

$$1080$$

schrittweise:

seq(k^2,k,0,4,1)

$$\{0,1,4,9,16\}$$

sum(ans)

$$30$$

seq(m^2,m,1,3,1)

$$\{1,4,9\}$$

prod(ans)

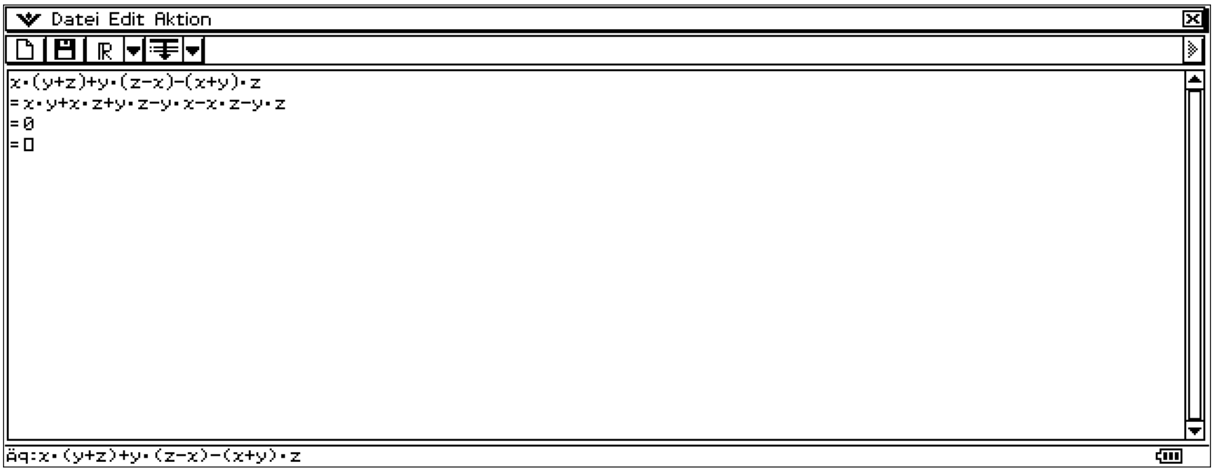
$$36$$

30×36

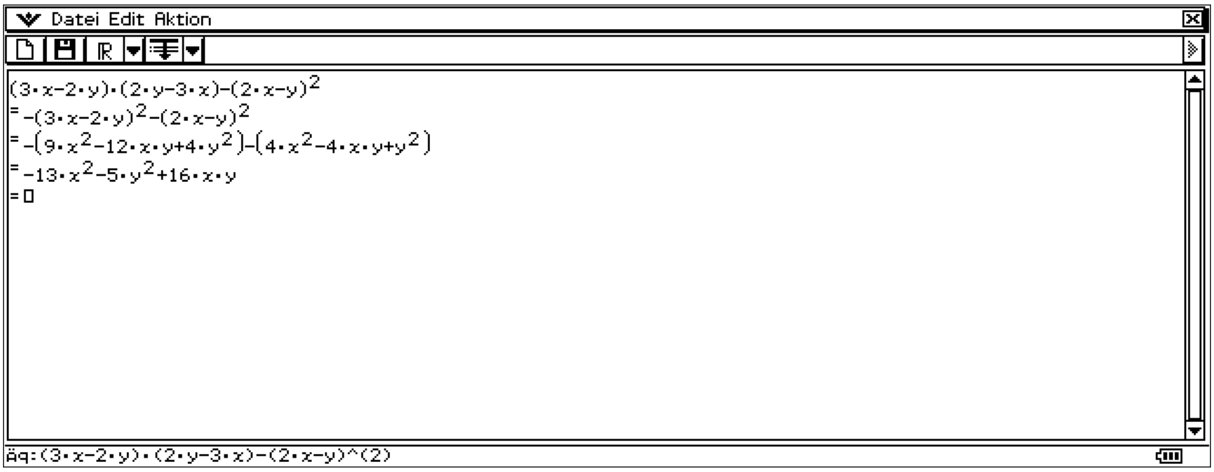
$$1080$$

□

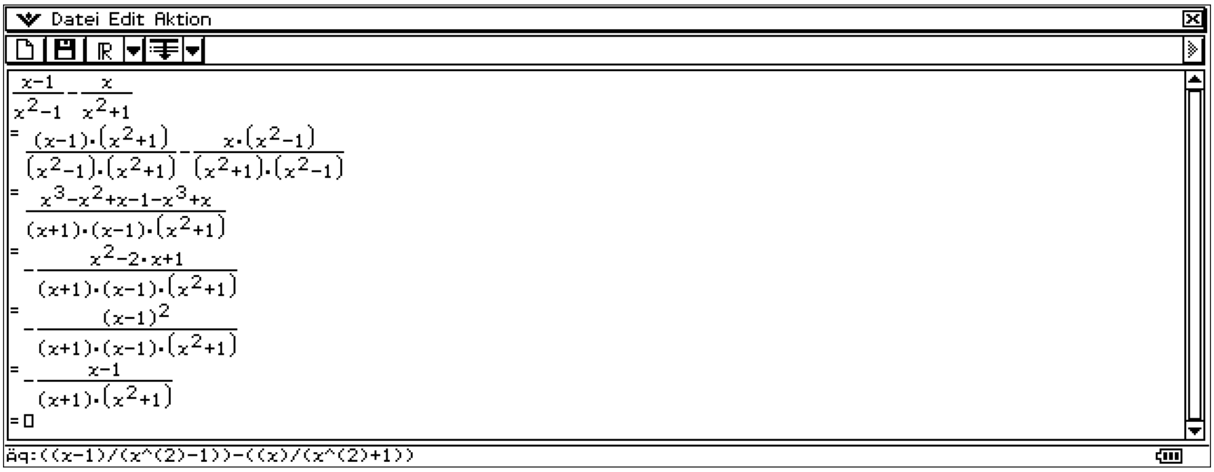
Aufg. 2



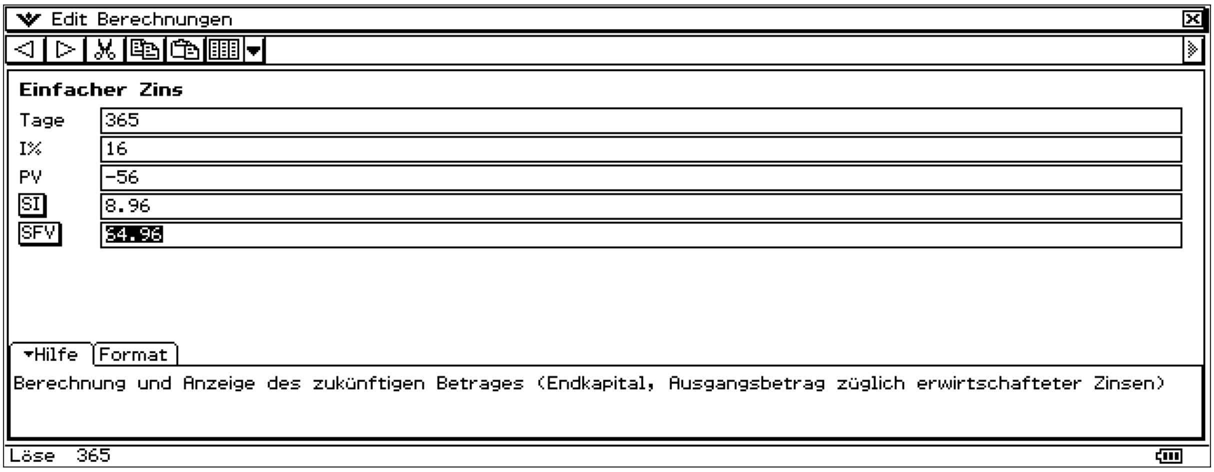
Aufg. 3



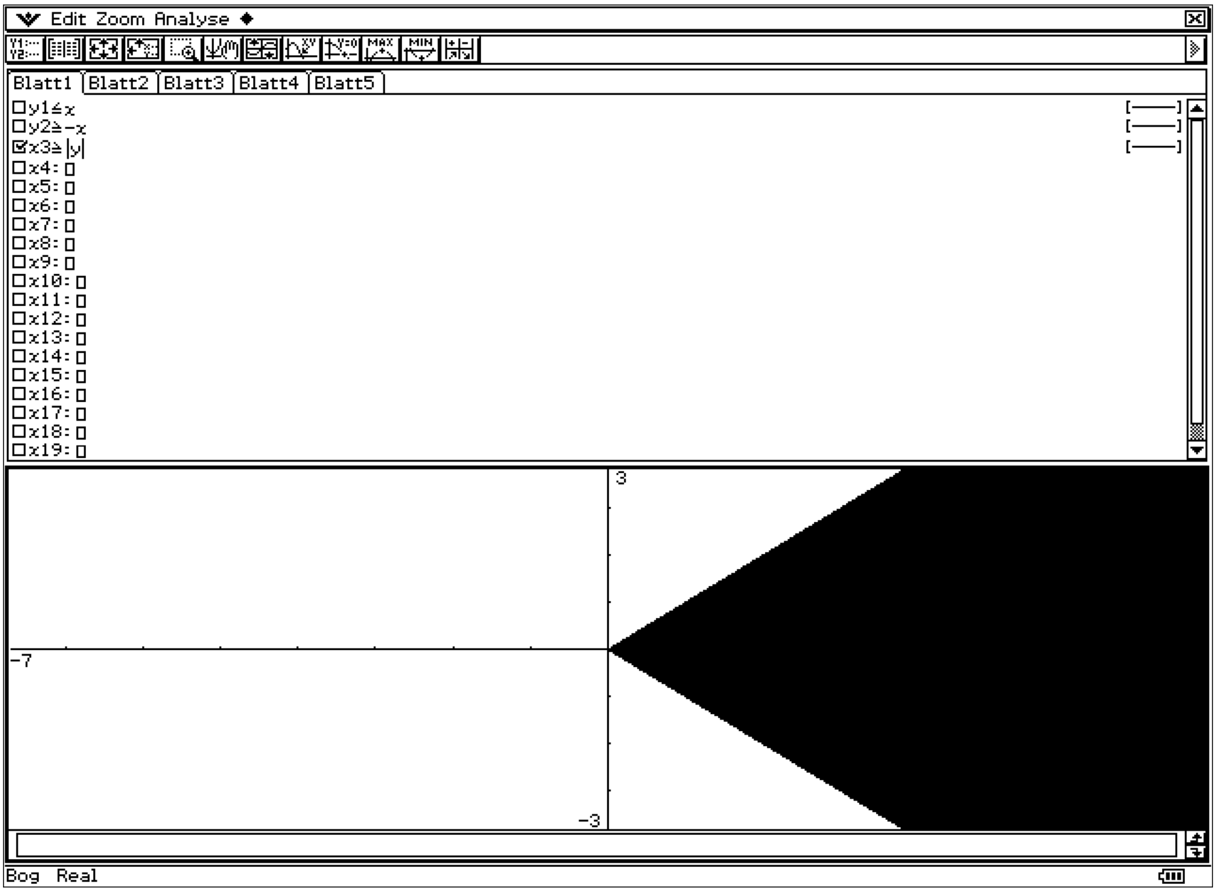
Aufg. 5



Aufg. 6


Edit Berechnungen
Einfacher Zins
Tage 365
I% 16
PV -56
SI 8.96
SFV 64.96
Hilfe
Format
Berechnung und Anzeige des zukünftigen Betrages (Endkapital, Ausgangsbetrag züglich erwirtschafteter Zinsen)
Löse 365

Aufg. 7


Edit Zoom Analyse
Blatt1 Blatt2 Blatt3 Blatt4 Blatt5
y1≤x
y2≥-x
x3≥|y|
x4:
x5:
x6:
x7:
x8:
x9:
x10:
x11:
x12:
x13:
x14:
x15:
x16:
x17:
x18:
x19:
3
-7
-3
Bog Real

Prof. Dr. Ludwig Paditz, Mathe-Intensivkurs 2013
Einführung in die CAS-Software (ClassPad)
Version 03.06.1000

TEST 2 (Prof. Preuß)
======================

Aufg. 1

Skalarprodukt im $\mathbf{R}^3$

$\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix} \Rightarrow e1$

$$\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix} \Rightarrow e2$

$$\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix} \Rightarrow e3$

$$\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$$

5e1-e2+4e3⇒a

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

4e1+2e2+3e3→b

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

dotP(a,b)

30

$$\frac{\text{dotP(a,b)}}{\text{norm(a)norm(b)}}$$

0.8596023826

$\cos^{-1}(\text{ans})$

30.72803229

Der Winkel beträgt 30,73°.

Hinweis: Taschenrechnersymbolik von arccos(...) ist $\cos^{-1}(...)$

Nicht verwechseln mit $\frac{1}{\cos(...)} = \cos^{-1}(...)$ in geschriebenen Form: $\frac{1}{\cos(...)} \neq \arccos(...)$ **!!!**

Aufgaben 2 bis 10: Lösungsmengen suchen:

Aufg. 2

$3(x-1)=-4(2x-1)$

$3\cdot(x-1)=-4\cdot(2\cdot x-1)$

solve(ans,x)

$\left\{x=\frac{7}{11}\right\}$

Aufg. 3

$2\cdot x^2+3\cdot x+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}\cdot\left(3-2x+2x^2\right)$

$$2\cdot x^2+3\cdot x+\frac{3}{2}=\frac{2\cdot x^2-2\cdot x+3}{2}$$

solve(ans,x)

$$\{x=-4,x=0\}$$

Aufg. 4

$x^3-3x^2+2x+1=2-x$

$$x^3-3\cdot x^2+2\cdot x+1=-x+2$$

solve(ans,x)

$$\{x=1\}$$

$x^3-3x^2+2x+1-2+x=0$

$$x^3-3\cdot x^2+3\cdot x-1=0$$

factor(ans)

$$(x-1)^3=0$$

Aufg. 5

$x^4+x^2-2=0$

$$x^4+x^2-2=0$$

solve(ans,x)

$$\{x=-1,x=1\}$$

factor($x^4+x^2-2=0$)

$$\left(x^2+2\right)\cdot(x+1)\cdot(x-1)=0$$

Aufg. 6

$\frac{x-3}{x-5}=\frac{x-1}{x+1}$

$$\frac{x-3}{x-5}=\frac{x-1}{x+1}$$

$x\neq 5$ und $x\neq -1$

solve(ans,x)

$$\{x=2\}$$

(x-3)(x+1)=(x-1)(x-5)

$$(x+1)\cdot(x-3)=(x-1)\cdot(x-5)$$

expand(ans)

$$x^2-2\cdot x-3=x^2-6\cdot x+5$$

ans-x^2

$$-2\cdot x-3=-6\cdot x+5$$

Die lineare Gl. hat eine eindeutige Lösung.

Aufg. 7

$\sqrt{x+1}+\sqrt{x^2-1}=0$

$$\sqrt{x^2-1}+\sqrt{x+1}=0$$

Summe zweier pos. Wurzeln ist Null, d.h. jede Wurzel ist Null: x=-1.

solve(ans,x)

$$\{x=-1\}$$

umständlicher Lösungsweg:

$\sqrt{x+1}+\sqrt{x^2-1}=0$⇛Equation

$$\sqrt{x^2-1}+\sqrt{x+1}=0$$

Equation^2

$$\left(\sqrt{x^2-1}+\sqrt{x+1}\right)^2=0$$

expand(ans)

$$x^2+2\cdot\sqrt{x^2-1}\cdot\sqrt{x+1}+x=0$$

ans-x^2-x

$$2\cdot\sqrt{x^2-1}\cdot\sqrt{x+1}=-x^2-x$$

ans^2

$$4\cdot\left(x^2-1\right)\cdot(x+1)=\left(x^2+x\right)^2$$

solve(ans,x)

$$\{x=-1,x=2\}$$

factor$(4\cdot\left(x^2-1\right)\cdot(x+1)-\left(x^2+x\right)^2=0)$

$$-(x+1)^2\cdot(x-2)^2=0$$

x=2 ist eine Scheinlösung!

Aufg. 8

$|3x+1|=5$

$$|3\cdot x+1|=5$$

solve(ans,x)

$$\left\{x=-2,x=\frac{4}{3}\right\}$$

solve(3x+1=5,x)

$$\left\{x=\frac{4}{3}\right\}$$

solve(3x+1=-5,x)

$$\{x=-2\}$$

Aufg. 9

$2^{9x-3}=8^{2x+1}$

$$2^{9\cdot x-3}=8^{2\cdot x+1}$$

$8^{2x+1}=\left(2^3\right)^{2x+1}=2^{3(2x+1)}$

Exponentenvergleich:

$9x-3=3(2x+1)$

$$9\cdot x-3=3\cdot(2\cdot x+1)$$

solve(ans,x)

$$\{x=2\}$$

solve($2^{9x-3}=8^{2x+1}$,x)

$$\{x=2\}$$

Aufg. 10

$\frac{1}{x+1}\geq 3$

$$\frac{1}{x+1}\geq 3$$

solve(ans,x)

$$\left\{-1<x\leq -\frac{2}{3}\right\}$$

schrittweise: $x\neq -1$

$1\geq 3(x+1)$ für $x+1>0$, hieraus ergibt sich keine Lösung!

$1\leq 3(x+1)$ für $x+1<0$, hieraus: $x\leq -\frac{2}{3}$ und $x>-1$ aus der Fallunterscheidung!

Prof. Dr. Ludwig Paditz, Mathe-Intensivkurs 2013
Einführung in die CAS-Software (ClassPad)
Version 03.06.1000

TEST 3 (Prof. Preuß)
======================

Aufg. 1 (nichtlineares Gleichungssystem)

$$\begin{cases} x^2-y=4 \\ 2x-y=1 \end{cases}\Bigg|_{x,y}$$

$$\{\{x=-1,y=-3\},\{x=3,y=5\}\}$$

schrittweise:

solve(2x-y=1,y)

$$\{y=2\cdot x-1\}$$

$x^2-y=4|\text{ans}$

$$x^2-2\cdot x+1=4$$

solve(ans,x)

$$\{x=-1,x=3\}$$

$2\cdot\{-1,3\}-1$

$$\{-3,5\}$$

Es gibt also zwei Lösungspaare (x,y)=(-1,3) und (x,y)=(3,5).

Aufg. 2 (lineares Gleichungssystem)

$$\begin{cases} x-2y-3z=-5 \\ 3x+3y+z=6 \\ 2x+y-z=0 \end{cases}\Bigg|_{x,y,z}$$

$$\{x=2,y=-1,z=3\}$$

in Matrixform:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -5 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow b$$

$$\begin{bmatrix} -5 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Erweiterte Matrix (augmentierte Matrix):
augment(A,b)⇒Ab

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 & -5 \\ 3 & 3 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Nutzung des rref-Befehls
(**Diagonalisierung** der Erweiterten Matrix):

rref(Ab)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Die Lösung steht in der letzten Spalte: $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$.

Anderer Weg, sofern die **inverse Matrix** $\mathbf{A^{-1}}$
existiert:

Lösung der Matrixgleichung $\mathbf{A}\times\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=\mathbf{b}$ ist $\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=\mathbf{A}^{-1}\times\mathbf{b}$:

$A^{-1}\times b$

$$\begin{bmatrix}2\\-1\\3\end{bmatrix}$$

in Vektorform:

$x\cdot\begin{bmatrix}1\\3\\2\end{bmatrix}+y\cdot\begin{bmatrix}-2\\3\\1\end{bmatrix}+z\cdot\begin{bmatrix}-3\\1\\-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5\\6\\0\end{bmatrix}$, d.h. die rechte Seite **b**

ist eine Linearkombination der in **A** stehenden Spaltenvektoren. Die Vektorgleichung ist lösbar, wenn **b** von den links vorkommenden Vektoren linear abhängig ist. Das ist hier der Fall:

$$\begin{bmatrix}-5\\6\\0\end{bmatrix}=2\cdot\begin{bmatrix}1\\3\\2\end{bmatrix}+(-1)\cdot\begin{bmatrix}-2\\3\\1\end{bmatrix}+3\cdot\begin{bmatrix}-3\\1\\-1\end{bmatrix}$$

Lit.-Hinweis:
http://www.htw-dresden.de/~paditz/images/
ClassPad_01.pdf

Quelle:
http://www.casio-europe.com/de/calc/sgr/
lehrerschule/unterrichtsmaterial/literaturclasspad/
paditz/

Titel-Nachweis (HTW-Bibl.!):
http://www2.htw-dresden.de/~paditz/images/

Casio4.jpg

http://swb.bsz-bw.de/DB=2.1/PPNSET?PPN=
113615949

Weiterführend:
http://www2.htw-dresden.de/~paditz/
LinEqSys_AVRank_eActivity.Main.pdf

vcp-file:
http://www.htw-dresden.de/~paditz/
Austauschverfahren1.vcp

http://www.htw-dresden.de/~paditz/
Austauschverfahren2.vcp

Aufg. 3
geg: Nutzung des griech. Großbuchstaben Zeta, da
Z1, Z2, ... als Systemvariable gesperrt ist.

$\sqrt{3}+\mathbf{j} \Rightarrow Z1$

$$\sqrt{3}+\mathbf{j}$$

$1-2\mathbf{j} \Rightarrow Z2$

$$1-2\cdot\mathbf{j}$$

Z1+Z2

$$\sqrt{3}+1-\mathbf{j}$$

Z1−Z2

$$\sqrt{3}-1+3\cdot\mathbf{j}$$

Z1×Z2

$$(1-2\cdot\mathbf{j})\cdot\left(\sqrt{3}+\mathbf{j}\right)$$

cExpand(ans)

$$\sqrt{3}+2-\left(2\cdot\sqrt{3}-1\right)\cdot j$$

$\frac{Z1}{Z2}$

$$\left(\frac{1}{5}+\frac{2\cdot j}{5}\right)\cdot\left(\sqrt{3}+j\right)$$

cExpand(ans)

$$\frac{\sqrt{3}}{5}-\frac{2}{5}+\left(\frac{2\cdot\sqrt{3}}{5}+\frac{1}{5}\right)\cdot j$$

conjg(Z1)

$$\sqrt{3}-j$$

conjg(Z2)

$$1+2\cdot j$$

abs(Z1)

$$2$$

abs(Z2)

$$\sqrt{5}$$

Lit.-Hinweis:
http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/images/Casio1.jpg
http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/images/Casio11.jpg

Nachweis: (HTW-Bibl.!)
http://swb.bsz-bw.de/DB=2.1/PPNSET?PPN=093868359

Aufg. 4

Db von $f(x)=\frac{\ln(x+4)}{(x-1)(x+3)}$

Db={$x\in\mathbf{R}$|$x>-4$ und $x\neq 1$ und $x\neq -3$}, d.h.

Db=$(-4,-3)\cup(-3,1)\cup(1,\infty)$

Die Funktion hat damit drei Kurvenäste (und zwei Definitionslücken bei $x=-3$ und $x=1$)

Schaubild der Funktion

$$\text{Define } f(x)=\frac{\ln(x+4)}{(x-1)(x+3)}$$

done

$$\lim_{x\to -3^-}(f(x))$$

$$-\frac{1}{4}$$

$$\lim_{x\to -3^+}(f(x))$$

$$-\frac{1}{4}$$

$$\lim_{x\to -3}(f(x))$$

$$-\frac{1}{4}$$

$$\lim_{x\to 1^-}(f(x))$$

$$-\infty$$

$$\lim_{x\to 1^+}(f(x))$$

$$\infty$$

$$\lim_{x\to 1}(f(x))$$

Undefined

einseitige Grenzwerte in den Definitionslücken.

Aufg. 5

Nullstellen $f(x)=e^{x}-e^{-x}$

Define $f(x)=e^{x}-e^{-x}$

done

f(x)

$e^{x}-e^{-x}$

judge(f(x)=2×sinh(x))

TRUE

Zusammenhang zum Sinus Hyperbolicus:
f(x)=2×sinh(x)

solve(f(x)=0,x)

{x=0}

solve(f(x)=0,x)

{x=0,x=π·**j**}

Im Bereich der komplexen Zahlen gibt es weitere Lösungen**!**
z.B. x=π·**j** (**!**Periodizität der e-Funktion in **C** ergibt zusätzliche Lösungen)

Lit.-Hinweis:
http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/images/Casio1.jpg
http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/images/Casio11.jpg

Nachweis: (HTW-Bibl.**!**)
http://swb.bsz-bw.de/DB=2.1/PPNSET?PPN=093868359

Aufg. 6

Define $f(x)=\frac{2x+3}{x+2}$

done

D={$x\in\mathbf{R}$|$x\neq-2$}, d.h. zwei Kurvenäste und eine Definitionslücke bei $x=-2$.

expand(f(x),x)

$$\frac{-1}{x+2}+2$$

$$\lim_{x\to-2^-}(f(x))$$

$$\infty$$

$$\lim_{x\to-2^+}(f(x))$$

$$-\infty$$

W={$x\in\mathbf{R}$|$x\neq2$}, da der echt gebrochene Anteil nicht Null wird.

Null**stelle**: $x=-3/2$:
solve(f(x)=0,x)

$$\left\{x=-\frac{3}{2}\right\}$$

Schnitt**punkt** mit y-Achse: P(0,3/2):
f(0)

$$\frac{3}{2}$$

Polstelle $x=-2$, einseitige Grenzwerte s.o.

Asymptote y=2 (waagerechte Gerade)

Schaubild zu y=f(x)

Aufg. 7

sin(2x)-sin(x)cos(x)=0→Equation

$$-\cos(x)\cdot\sin(x)+\sin(2\cdot x)=0$$

solve(Equation,x)

$$\left\{x=\pi\cdot \text{constn}(1), x=\pi\cdot \text{constn}(2)+\frac{\pi}{2}\right\}$$

solve(Equation,x,0,0,2π)

{x=0,x=1.570796327,x=3.141592654,x=4.71238898,x▸

Es gibt fünf Lösungen im Intervall [0,2π]:

$0,\ \frac{\pi}{2},\ \pi,\ \frac{3\pi}{2},\ 2\pi.$

schrittweise Lösung mittels Therorem:
sin(2x)=2sin(x)cos(x), d.h.
2sin(x)cos(x)-sin(x)cos(x)=sin(x)cos(x)=0

Die Lösungen sind die Nullstellen von sin(x) bzw. cos(x) im betrachteten Intervall.

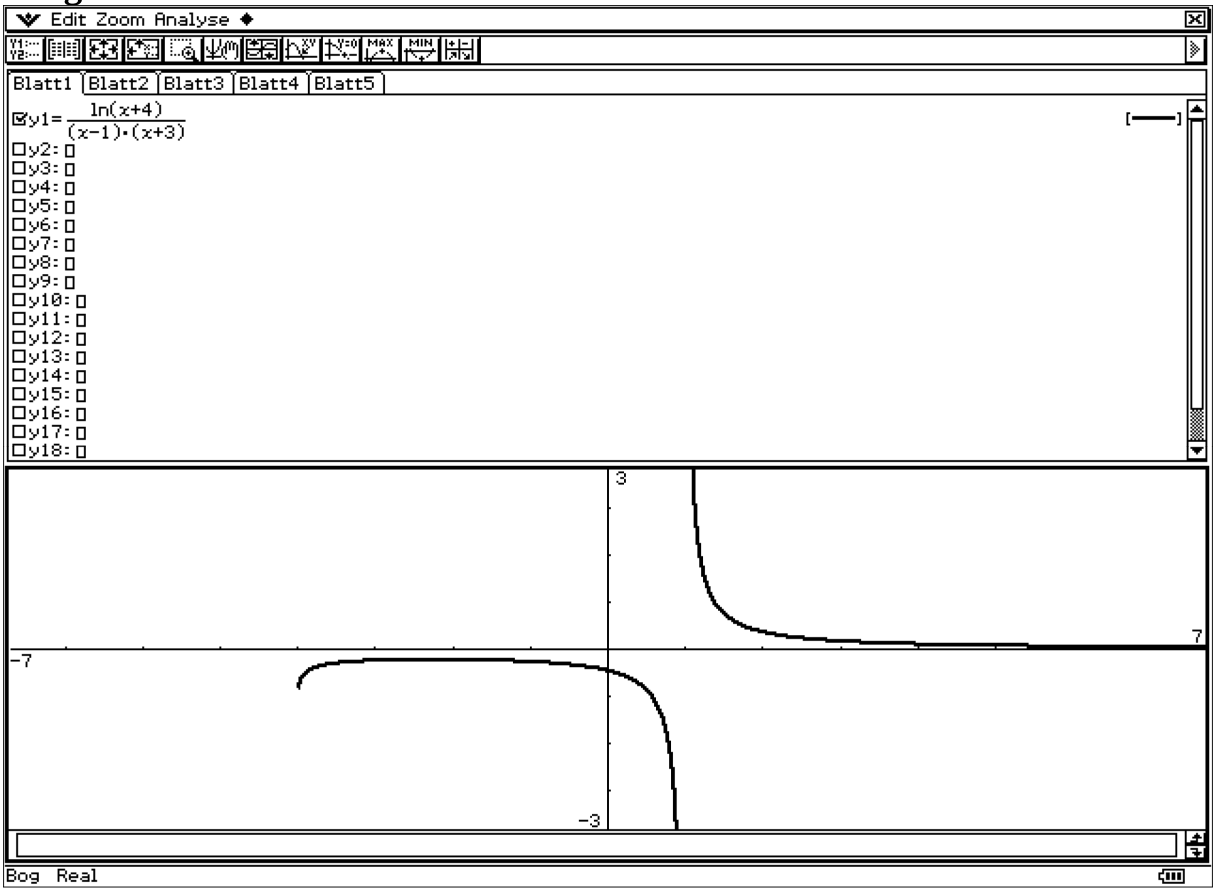
Hinweis zur Arbeit im Main-Menü:
================================

Die wichtigsten Befehle und Funktionen sind über die Kopfzeile unter **Aktion** bzw. **Interaktiv** zu erreichen. Damit muss man die Befehle/Funktionen nicht über das virtuelle Keyboard oder buchstabenweise eingeben. Im **Interaktiv**-Menü erhält man zusätzliche Eingabefenster und muss somit nicht die genaue Syntax der Befehlseingabe kennen und kann auf das Suchen der Syntax im Bedienhandbuch verzichten.

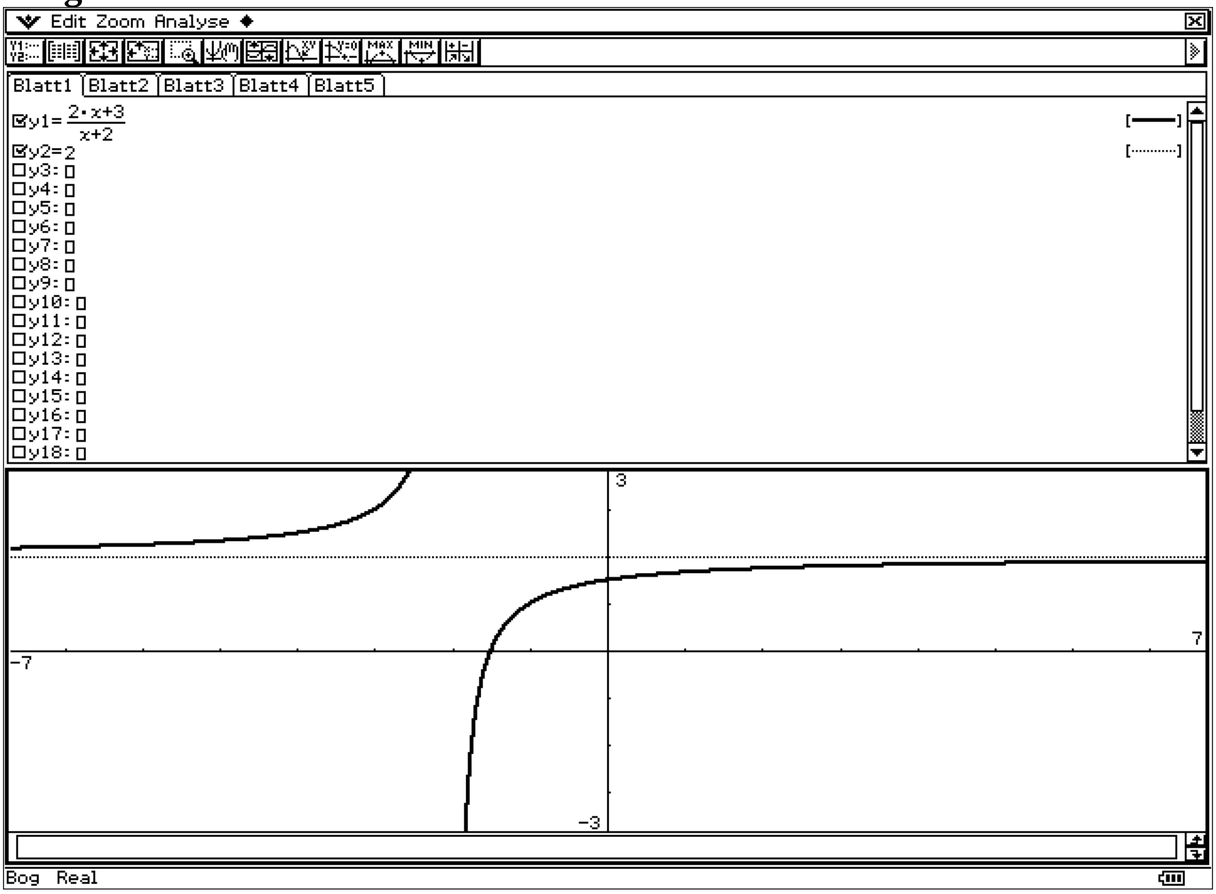
z.B. Syntax von solve(...) in **Aufg. 7**:
solve(Equation,x,0,0,2π) hat die Syntax
solve(Equation,ges. Größe,Startwert,a,b),
wobei [a,b] das Suchintervall ist.

Die Eingabe von Startwert,a,b ist optional.

Aufg. 4


Edit Zoom Analyse
Blatt1 Blatt2 Blatt3 Blatt4 Blatt5
y1= ln(x+4) / ((x-1)·(x+3))
y2: y3: y4: y5: y6: y7: y8: y9: y10: y11: y12: y13: y14: y15: y16: y17: y18:
3
-7
7
-3
Bog Real

Aufg. 6


Edit Zoom Analyse
Blatt1 Blatt2 Blatt3 Blatt4 Blatt5
y1= (2·x+3) / (x+2)
y2=2
y3: y4: y5: y6: y7: y8: y9: y10: y11: y12: y13: y14: y15: y16: y17: y18:
3
-7
7
-3
Bog Real

Prof. Dr. Ludwig Paditz, Mathe-Intensivkurs 2013
Einführung in die CAS-Software (ClassPad)
Version 03.06.1000

TEST 4 (Prof. Preuß)
======================

Aufg. 1 - 4: (Ableitungen)

Aufg. 1: (Summenregel)

Define $f(x)=5x^2+3\sqrt{x}-7\ln(x)+2e^x-2\sin(x)-\cos(x)$

done

f(x)

$$2\cdot e^x+5\cdot x^2-\cos(x)-2\cdot\sin(x)-7\cdot\ln(x)+3\cdot\sqrt{x}$$

$\frac{d}{dx}(f(x))$

$$\frac{4\cdot x^{\frac{3}{2}}\cdot e^x+20\cdot x^{\frac{5}{2}}-4\cdot x^{\frac{3}{2}}\cdot\cos(x)+2\cdot x^{\frac{3}{2}}\cdot\sin(x)+3\cdot x-14}{2\cdot x^{\frac{3}{2}}}$$

expand(ans)

$$2\cdot e^x-2\cdot\cos(x)+\sin(x)+10\cdot x+\frac{3}{2\cdot\sqrt{x}}-\frac{7}{x}$$

diff(f(x),x)

$$\frac{4\cdot x^{\frac{3}{2}}\cdot e^x+20\cdot x^{\frac{5}{2}}-4\cdot x^{\frac{3}{2}}\cdot\cos(x)+2\cdot x^{\frac{3}{2}}\cdot\sin(x)+3\cdot x-14}{2\cdot x^{\frac{3}{2}}}$$

expand(ans)

$$2\cdot e^x-2\cdot\cos(x)+\sin(x)+10\cdot x+\frac{3}{2\cdot\sqrt{x}}-\frac{7}{x}$$

Es gibt also 2 Möglichkeiten zur Differenziation:
diff-Befehl oder d/dx-Eingabemaske
Es wird summandenweise differenziert!

Aufg. 2: (Produktenregel)

Define $g(t)=t^2\ln(t)\tan(t)$

done

g(t)

$t^2\cdot\tan(t)\cdot\ln(t)$

$\frac{d}{dt}(g(t))$

$t^2\cdot(\tan(t))^2\cdot\ln(t)+t^2\cdot\ln(t)+2\cdot t\cdot\tan(t)\cdot\ln(t)+t\cdot\tan(\cdot$ ▸

simplify(ans)

$t\cdot\left(t\cdot\left((\tan(t))^2\cdot\ln(t)+\ln(t)\right)+2\cdot\tan(t)\cdot\ln(t)+\tan(t)\right)$

Hier findet die Produktenregel Anwendung.
(uXvXw)' = (uXv)'Xw + (uXv)Xw'
usw.

Aufg. 3: (Quotientenregel)

Define $h(x)=\frac{\sin(x)}{x^2+1}$

done

h(x)

$\frac{\sin(x)}{x^2+1}$

$\frac{d}{dx}(h(x))$

$\frac{x^2\cdot\cos(x)-2\cdot x\cdot\sin(x)+\cos(x)}{\left(x^2+1\right)^2}$

expand(ans)

$$\frac{x^2 \cdot \cos(x)}{x^4+2\cdot x^2+1}-\frac{2\cdot x\cdot \sin(x)}{x^4+2\cdot x^2+1}+\frac{\cos(x)}{x^4+2\cdot x^2+1}$$

Aufg. 4: (Kettenregel)

Define $f(x)=\sin\left(e^{x}+x\right)$

done

$f(x)$

$$\sin\left(e^{x}+x\right)$$

$\frac{d}{dx}(f(x))$

$$\cos\left(e^{x}+x\right)\cdot\left(e^{x}+1\right)$$

Aufg. 5: (Kurvendiskussion)

Define $f(x)=x^2 e^{-x}$

done

$f(x)$

$$x^2\cdot e^{-x}$$

$\frac{d}{dx}(f(x))=0$

$$-\left(x^2-2\cdot x\right)\cdot e^{-x}=0$$

solve(ans,x)

$$\{x=0, x=2\}$$

$\frac{d^2}{dx^2}(f(x))|x=0$

$$2$$

$\frac{d^2}{dx^2}(f(x))|x=2$

$$-2\cdot e^{-2}$$

Damit ist x=0 Min.-stelle und x=2 Max.-stelle.

y=0 ist Min.-wert, $y=4\cdot e^{-2}$ ist Max.-wert.

fMin(f(x),x)

$$\{MinValue=0, x=0, x=\infty\}$$

fMin(f(x),x,-100,100)

$$\{MinValue=0, x=0\}$$

fMax(f(x),x)

$$\{MaxValue=\infty, x=-\infty\}$$

fMax(f(x),x,0,10)

$$\left\{MaxValue=4\cdot e^{-2}, x=2\right\}$$

Define y1(x)=f(x)

done

Im Schaubild sind die Extrema gut erkennbar.

Schaubild der Funktion	Y1:… Y2:…

Aufg. 6-9 (Integrale)

Aufg. 6 (unbest. Integral, Summenregel)

$$\int_{\square}^{\square} 3\cos(x)-5x^2+4e^x dx +C$$

$$\frac{12\cdot e^x-5\cdot x^3+9\cdot \sin(x)}{3}+C$$

expand(ans)

$$4\cdot e^x-\frac{5\cdot x^3}{3}+3\cdot \sin(x)+C$$

dSolve(y'=3cos(x)-5x²+4e^x,x,y)

$$\left\{y=4\cdot e^x-\frac{5\cdot x^3}{3}+3\cdot \sin(x)+const(1)\right\}$$

Beachten Sie die Integrationskonstante C=const(1), wobei C per Hand und die Systemgröße const(1) automatisch eingefügt wird.

Aufg. 7 (echt gebr. rat. Funktion)

$$\int_{\square}^{\square} \frac{x^3+1}{x^4+4x}\,dx + C$$

$$\frac{\ln\left(\left|x^4+4\cdot x\right|\right)}{4}+C$$

Integraltyp $\int_{\square}^{\square} \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx$ beachten:

$$\frac{x^3+1}{x^4+4x} = \frac{1}{4}\times\frac{4x^3+4}{x^4+4x}$$

oder Substitution $t=x^4+4x$, $dt=\left(4x^3+4\right)dx$ nutzen.

Aufg. 8 (bestimmtes Integral)

$$\int_{0}^{\pi} \sin(t)\,dt$$

$$2$$

$$\int_{\square}^{\square} \sin(t)\,dt$$

-cos(t)

Define F(t)=-cos(t)

done

F(π)-F(0)

2

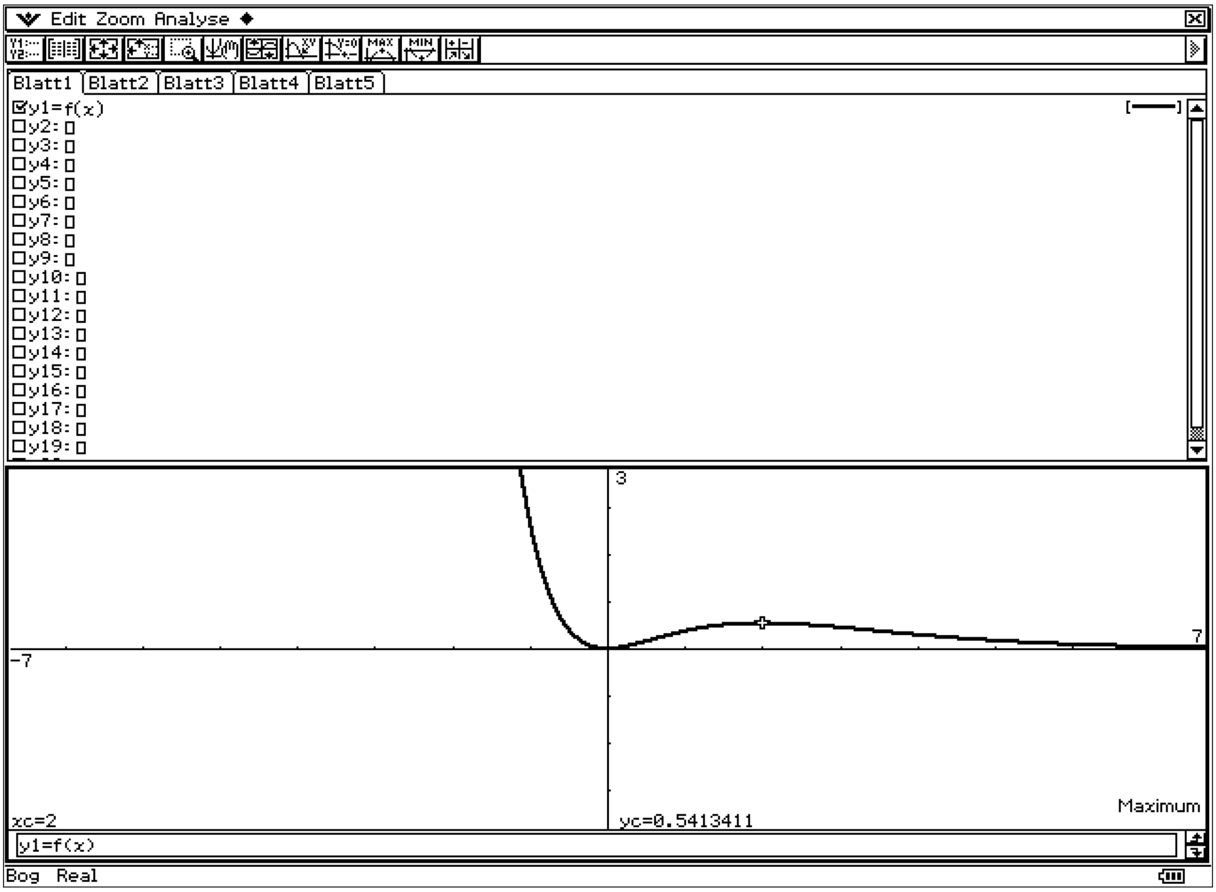
Aufg. 9 (vorzeichenbehaftete Flächenanteile)

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(t)dt$$

0

Download dieses Dokuments (alle Tests):
http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/Mathe-Intensiv2013DocPT.pdf

Aufg. 5



Edit Zoom Analyse
Blatt1 Blatt2 Blatt3 Blatt4 Blatt5
y1=f(x)
y2:
y3:
y4:
y5:
y6:
y7:
y8:
y9:
y10:
y11:
y12:
y13:
y14:
y15:
y16:
y17:
y18:
y19:
3
-7
7
Maximum
xc=2
yc=0.5413411
y1=f(x)
Bog Real