Intensivkurs Mathematik 2013
Arbeit mit der CAS-Software - Prof.Dr.L.Paditz

Test 2 (Dr.Kohl)
================

Aufg. A1
=========
Lösung ohne Rechnung:
solve(3(x-1)=-4(2x-1),x)

$$\left\{x=\frac{7}{11}\right\}$$

in Teilschritten:

3(x-1)=-4(2x-1)

$$3\cdot(x-1)=-4\cdot(2\cdot x-1)$$

Eingabekontrolle

expand(ans)

$$3\cdot x-3=-8\cdot x+4$$

Ausmultiplizieren

ans+8x+3

$$11\cdot x=7$$

Umsortieren

ans/11

$$x=\frac{7}{11}$$

endgültig auflösen.

Lösungsmenge: $L=\{\frac{7}{11}\}$

Aufg. A2
=========
Lösung ohne Rechnung:

solve$(2x^2+3x+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}(3-2x+2x^2),x)$

$\{x=-4,x=0\}$

in Teilschritten:

$2x^2+3x+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}(3-2x+2x^2)$

$2\cdot x^2+3\cdot x+\frac{3}{2}=\frac{2\cdot x^2-2\cdot x+3}{2}$

Eingabekontrolle

expand(ans)

$2\cdot x^2+3\cdot x+\frac{3}{2}=x^2-x+\frac{3}{2}$

Ausmultiplizieren

$\text{ans}-x^2+x-\frac{3}{2}$

$x^2+4\cdot x=0$

Umsortieren

factor(ans)

$x\cdot(x+4)=0$

Lösung ablesen (ein Faktor muss Null sein)

Lösungsmenge: L={-4;0}

Aufg. A3
=========
Lösung ohne Rechnung:

solve($x^3+3x^2+2x-1=-2-x$,x)

$\{x=-1\}$

in Teilschritten:

$x^3+3x^2+2x-1=-2-x$

$x^3+3\cdot x^2+2\cdot x-1=-x-2$

Eingabekontrolle

ans+2+x

$x^3+3\cdot x^2+3\cdot x+1=0$

Umsortieren

factor(ans)

$(x+1)^3=0$

Binomische Formel erkennen oder x=-1 durch Probieren finden

Lösungsmenge: L={-1}

Aufg. A4

=========

Lösung ohne Rechnung:

solve($x^5+x^3-2x=0$,x)

$\{x=-1, x=0, x=1\}$

in Teilschritten:

$x^5+x^3-2x=0$

$x^5+x^3-2\cdot x=0$

Eingabekontrolle

factorOut(ans,x)

$x\cdot(x^4+x^2-2)=0$

factor(ans)

$x\cdot(x^2+2)\cdot(x+1)\cdot(x-1)=0$

durch Ausklammern Faktoren finden oder x=0 und x=±1 durch Probieren finden.

Lösungsmenge: L={-1;0;1}
(Bem.: es gibt zwei weitere nichtreelle Lösungen)

Aufg. A5
=========
Lösung ohne Rechnung:

solve($\frac{x-3}{x-5}=\frac{x-1}{x+1}$,x)

$\{x=2\}$

in Teilschritten: für x≠-1 und x≠5

$\frac{x-3}{x-5}=\frac{x-1}{x+1}$

$\frac{x-3}{x-5}=\frac{x-1}{x+1}$

Eingabekontrolle

ans*(x-5)*(x+1)

$(x+1)\cdot(x-3)=(x-1)\cdot(x-5)$

Umformen mit Hauptnenner

expand(ans)

$x^2-2\cdot x-3=x^2-6\cdot x+5$

Ausmultiplizieren

ans$-x^2$+6x+3

$4\cdot x=8$

Umsortieren

ans/4

$x=2$

endgültig auflösen.

Lösungsmenge: L={2}

Aufg. A6
=========
Lösung ohne Rechnung:

solve($\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x^2}=0$,x)

$\{x=-1\}$

in Teilschritten: für $-1\le x\le 1$

$\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x^2}=0$

$\sqrt{-x^2+1}+\sqrt{x+1}=0$

Eingabekontrolle

ans$-\sqrt{x+1}$

$\sqrt{-x^2+1}=-\sqrt{x+1}$

Erkennen, dass pos. und neg. Wurzel nur im Falle
Null gleich sind:
rechte Seite wird Null für x=-1
Das ist die einzige Lösung!

Lösungsmenge: L={-1}

Aufg. A7
=========
Lösung ohne Rechnung:
solve($|3x+1|=5,x$)

$$\left\{x=-2, x=\frac{4}{3}\right\}$$

in Teilschritten:

$|3x+1|=5$

$$|3\cdot x+1|=5$$

Eingabekontrolle

Betragsauflösung und Fallunterscheidung:
der Term 3x+1 ändert bei $x=-\frac{1}{3}$ sein Vorzeichen,
d.h.

Fall 1: $x<-\frac{1}{3}$ ergibt $-(3x+1)=5$
Lösung im Fall 1: $3x+1=-5$, d.h. $3x=-6$ und $x=-2$

Fall 2: $x\geq-\frac{1}{3}$ ergibt $3x+1=5$
Lösung im Fall 2: $3x=4$, d.h. $x=\frac{4}{3}$

Lösungsmenge: $L=\{-2;\frac{4}{3}\}$

Aufg. A8
=========
Lösung ohne Rechnung:
solve($2^{9x-3}=4^3 8^{2x-1},x$)

$\{x=2\}$

in Teilschritten:

$2^{9x-3}=4^3 8^{2x-1}$

$$2^{9\cdot x-3}=64\cdot 8^{2\cdot x-1}$$

Eingabekontrolle

ln(ans)

$$(9\cdot x-3)\cdot \ln(2)=3\cdot(2\cdot x-1)\cdot \ln(2)+6\cdot \ln(2)$$

Logarithmieren

expand(ans)

$$9\cdot x\cdot \ln(2)-3\cdot \ln(2)=6\cdot x\cdot \ln(2)+3\cdot \ln(2)$$

Ausmultiplizieren

ans-6x*ln(2)+3ln(2)

$$3\cdot x\cdot \ln(2)=6\cdot \ln(2)$$

Umsortieren

ans/(3ln(2))

$$x=2$$

endgültig auflösen.

Lösungsmenge: L={2}

========================

Fehlerquellen:

beim Umsortieren statt ans-6**xln**(2)+3ln(2)
nur ans-6**x*ln**(2)+3ln(2) anweisen:

expand(ln($2^{9x-3}=4^3 8^{2x-1}$))

$$9\cdot x\cdot \ln(2)-3\cdot \ln(2)=6\cdot x\cdot \ln(2)+3\cdot \ln(2)$$

ans-6xln(2)+3ln(2)

$-6\cdot x\ln(2)+9\cdot x\cdot \ln(2)=-6\cdot x\ln(2)+6\cdot x\cdot \ln(2)+6\cdot \ln(2)$

die dreibuchstabige Funktion xln(2) ist nicht gemeint**!!!**

beim Dividieren Klammern setzen: ans/(3ln(2)) statt ans/3ln(2), da ansonsten ln(2) multipliziert wird:

expand(ln($2^{9x-3}=4^3 8^{2x-1}$))-6x*ln(2)+3ln(2)

$3\cdot x\cdot \ln(2)=6\cdot \ln(2)$

ans/3ln(2)

$x\cdot (\ln(2))^2=2\cdot (\ln(2))^2$

es sollte durch ln(2) dividiert werden**!!!**

Beim Arbeiten mit CAS-Software ist stets auf die korrekte Eingabe zu achten, um Fehler zu vermeiden.

Aufg. A9

=========

Lösung ohne Rechnung:

solve(ln(x^2-25)=2+ln(x+5),x)

$\{x=e^2+5\}$

in Teilschritten: Voraussetzung $x>5$ andernfalls ist die Aufg. im Reellen nicht definiert.

ln(x^2-25)=2+ln(x+5)

$\ln\left(x^2-25\right)=\ln(x+5)+2$

Eingabekontrolle

e^{ans}

$$x^2-25=(x+5)\cdot e^2$$

Umformung mit der e-Funktion

expand(ans)

$$x^2-25=x\cdot e^2+5\cdot e^2$$

Ausmultiplizieren

$ans-x\cdot e^2-5\cdot e^2$

$$x^2-x\cdot e^2-5\cdot e^2-25=0$$

nun p-q-Formel anwenden:

$p:=-e^2$

$$-e^2$$

$q:=-5\cdot e^2-25$

$$-5\cdot e^2-25$$

$x^2+p*x+q=0$

$$x^2-x\cdot e^2-5\cdot e^2-25=0$$

$x_1=-\frac{p}{2}+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$

$$x_1=\frac{e^2}{2}+\frac{e^2+10}{2}$$

simplify(ans)

$$x_1=e^2+5$$

$x_2=-\frac{p}{2}-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$

$$x_2=\frac{e^2}{2}-\frac{e^2+10}{2}$$

simplify(ans)

$$x_2=-5$$

Scheinlösung, s.o. Voraussetzung zur Aufgabe.

Lösungsmenge: L={e^2+5}

Aufg. A10
=========
Lösung ohne Rechnung:
solve($\frac{1}{x+1}\geq 3$,x)

$$\left\{-1<x\leq -\frac{2}{3}\right\}$$

in Teilschritten: Voraussetzung x>-1, damit links ein pos. Term auftritt.

$\frac{1}{x+1}\geq 3$

$$\frac{1}{x+1}\geq 3$$

Eingabekontrolle

1/ans

$$x+1\leq \frac{1}{3}$$

Kehrwertbildung **positiver** Größen (x>-1 beachten)

ans-1

$$x\leq -\frac{2}{3}$$

Lösungsmenge:
$L=\{x|-1<x\leq -\frac{2}{3}\} = (-1;-\frac{2}{3}] =]-1;-\frac{2}{3}]$
Darstellung in Intervallschreibweise

Download:

http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/
Mathe-Intensiv2013-Kohl.vcp

http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/
Mathe-Intensiv2013DocKT2.pdf