Prof. Dr. Ludwig Paditz, Mathe-Intensivkurs 2013
Einführung in die CAS-Software (ClassPad)
Version 03.06.1000

neu: Mengenlehre im CAS implementiert
(Stand Januar 2013)

vgl. auch Add-In-Anwendung (nur im
Taschenrechner oder als eigenes PC-Programm)

und Programme, s. library-Ordner

Mengenlehre, grafische Darstellungen
=====================================

Rechenoperationen der Mengenlehre,
z.B. A∪B oder A∩B,
kann der CAS-Rechner nicht ausführen!
(obwohl die Operationszeichen im Zeichensatz
vorhanden sind)
Derzeit können diese Symbole nur zur
Textverarbeitung genutzt werden.

Im Projektseminar für Informatikstudenten wurde die
Mengenlehre für den ClassPad programmiert:
- Mengenlehre für reelle Zahlen als Add-In
- Mengenlehre für endliche Mengen
  (Zahlen oder andere nichtnumerische Elemente)
  als Programm **Menge(...,...,...)**
  mit drei Eingabeparametern, s.u.

Hinweis: der Dummy-Befehl stop am Ende einer
Aufg. stoppt die weitere Abarbeitung (Fehler-
meldung), um schrittweise vorgehen zu können.

1. Symbole im CAS
Φ ... leere Menge
Ω ... Grundmenge (Universalmenge)
N ... Menge der natürlichen Zahlen
R ... Menge der reellen Zahlen

2. Darstellung von Mengen als Listen (endliche Listen können im CAS generiert werden)

A={1,2,3,5}
A kann im vorhandenen CAS generiert werden, jedoch kann mit der sogen. Listenarithmetik keine Mengenlehre betrieben werden:

seq(a,a,1,3,1)→A

{1,2,3}

augment(A,{5})→A

{1,2,3,5}

Augmentieren=Zusammenfügen
somit A={a|a∈**N** und 1≤a≤5 und a≠4}
==

B={b|b∈**N** und b ungerade}=**{1,3,5,...}**

B kann nicht im CAS generiert werden, da B keine endliche Menge ist.
==

C={c|c∈**N** und c^2∈{121,169}}={11,13}, denn
solve(c^2=121,c)|c>0

{c=11}

```
solve(c^2=169,c)|c>0
                                                  {c=13}
√{121,169} ⇒C
                                                 {11,13}
```

Listenarithmetik!
(Rechenoperationen mit Zahlenlisten im vorhandenen CAS möglich)
==

D={d|d ist Primzahl}={2,3,5,7,11,13,...}

D kann nicht im CAS generiert werden, da D keine endliche Menge ist.
==

E=**N**={0,1,2,3,4,...}
N kann nicht im CAS generiert werden, da **N** keine endliche Menge ist.
==
stop

3. neu: Mengenlehre mit dem ClassPad
Im letzten Projektseminar WS2012/2013 wurde das Programm **Menge** aktualisiert.
download Bedienungsanleitung:
http://www.htw-dresden.de/~paditz/
Bedienungsanleitung_Menge_Version_0_9_12.pdf

Mengenlehre mit dem Programm
Menge(...,...,...),
drei Parameter, jeweils direkt als Zeichenkette einzugeben:

A:="{1,2,3,5}"

"{1,2,3,5}"

C:="{11,13}"

"{11,13}"

Menge("{1,2,3,5}","∪","{11,13}")

done

Ergebnisvariable ist Ergebnis

Ergebnis

"{1,2,3,5,11,13}"

Das Programm Menge führt Rechenoperationen der Mengenlehre aus und kann Teilmengenbeziehungen testen.

Alternative Eingabe (Mengen als Zeichenkette definiert):

Menge(A,"∪",C)

done

Ergebnisvariable ist Ergebnis

Ergebnis

"{1,2,3,5,11,13}"

Menge(A,"∩",C)

done

Ergebnis

"∅"

Menge(A,"⊂",C)

done

Ergebnis

"false"

Auch das Operationszeichen (bzw. Relationszeichen) kann zuvor als Zeichenkette vereinbart werden:

Op:="⊂"

"⊂"

Menge(A,Op,C)

done

Ergebnis

"false"

stop

4. Hausaufgabe H1:

===================

seq(a,a,1,8,1)→Ω

{1,2,3,4,5,6,7,8}

Ω:="{1,2,3,4,5,6,7,8}"

"{1,2,3,4,5,6,7,8}"

A:="{1,3,4,5,7}"

"{1,3,4,5,7}"

B:="{1,2,6,7,8}"

"{1,2,6,7,8}"

C:="{5,7,8}"

"{5,7,8}"

H1 (a) und (c):

=====================

Menge(A,"∩",B)

done

Ergebnis→AnB

"{1,7}"

Mehrfachoperation in Teilschritten unter Nutzung des Zwischenergebnisses (gespeichert auf Ergebnis bzw. AnB (Name aus drei Buchstaben gebildet)):

Menge(AnB,"∩",C)

done

Ergebnis

"{7}"

H1 (b) und (f):

=====================

Menge(A,"∪",B)

done

Ergebnis⇒AuB

"{1,2,3,4,5,6,7,8}"

Menge(C,"∪",AuB)

done

Ergebnis

"{1,2,3,4,5,6,7,8}"

Feststellung: A∪B=A∪B∪C=Ω

H1 (d) und (e):
=====================

Teilaufg. mit Negation in Ω bzw. Differenz werden stets als Differenz berechnet:
z.B. $\bar{A}$ = Ω\A, $\bar{B}$ = Ω\B usw.
Hinw.: das Operationszeichen \ muss als - eingegeben werden, da \ nur als Sonderzeichen in der Dateiablage (Ordner, Unterordner, ...) benutzt wird:

Menge(Ω,"-",C)

done

Ergebnis⇒negC

"{1,2,3,4,6}"

Menge(A,"∪",negC)

done

Ergebnis

"{1,2,3,4,5,6,7}"

Menge(B,"∩",negC)

done

Ergebnis

"{1,2,6}"

stop

H1 (g) und (h):
=====================

Menge(B,"-",C)

done

Ergebnis→BmC

"{1,2,6}"

Menge(C,"-",B)

done

Ergebnis

"{5}"

stop

H1 (i) und (l):

=====================

Mehrfachoperationen schrittweise ausführen

Menge (Ω,"-",AuB)

done

Ergebnis→negAuB

"ø"

Bem.: der Name negAuB besteht aus 6 Buchstaben.

Menge(negAuB,"∩",C)

done

Ergebnis

"ø"

Menge(AuB,"-",C)

done

Ergebnis

"{1,2,3,4,6}"

Menge(BmC,"∩",A)

done

Ergebnis

"{1}"

Menge(A,"-",C)

done

Ergebnis→AmC

"{1,3,4}"

Menge(A,"n",AmC)

done

Ergebnis

"{1,3,4}"

Alle Ergebnisse sind auch gut in einem
Venn-Diagramm zu erkennen.
stop

alternativ:
Mengenlehre mit dem Programm
SetUnion(...,...), zwei Parameter,
Elemente direkt als Zeichenkette einzugeben:

A:="1,3,4,5,7"

"1,3,4,5,7"

B:="1,2,6,7,8"

"1,2,6,7,8"

SetUnion(A,B)

done

Ergebnisvariable ist Result
Result

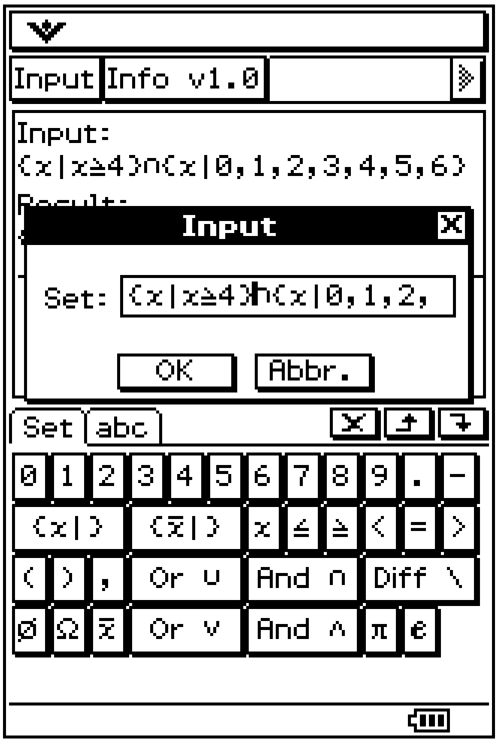
"{1,2,3,4,5,6,7,8}"

Für jede Operation gibt es auch einen individuellen
Befehl, vgl. Bedienungsanleitung zum Programm
Menge
stop
==

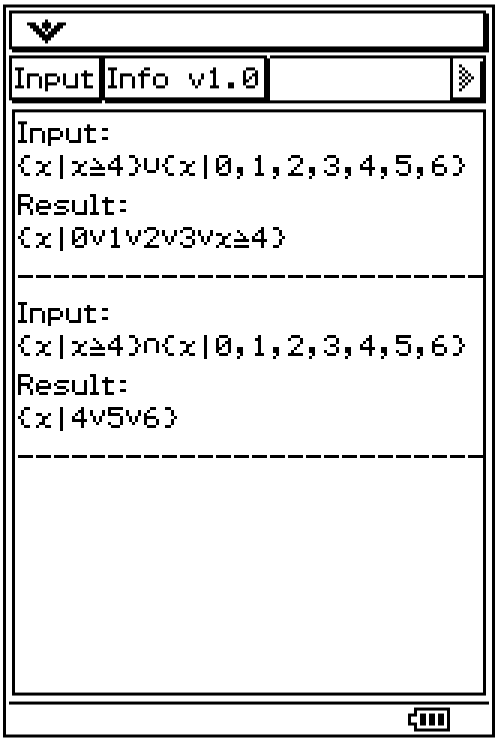
Die Hausaufgaben H2 und H3 können mit dem AddIn
Real Sets gelöst werden.
Die Intervallsymbolik [a,b] oder (a,b)=]a,b[usw.
kann im CAS nicht verarbeitet werden (nur als
Textverarbeitung)

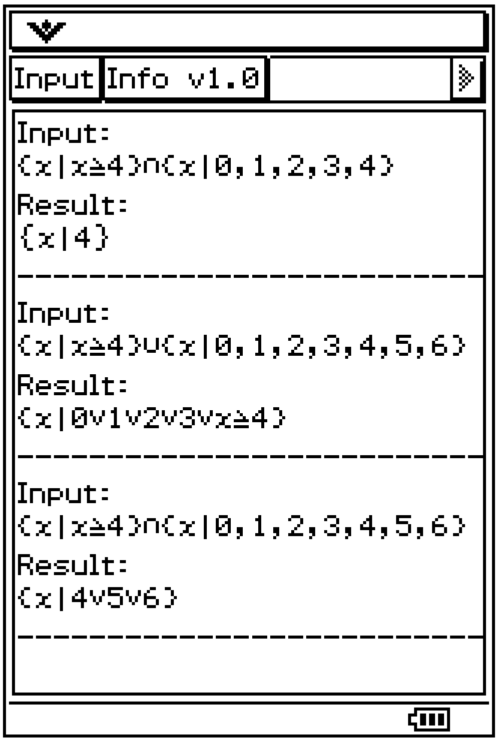
Lösung der Hausaufgaben H2 mithilfe des AddIn Real Sets

H2: A∩B

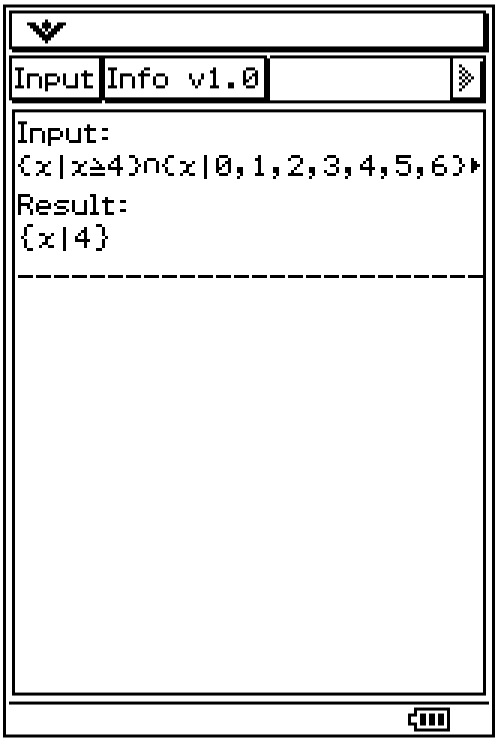


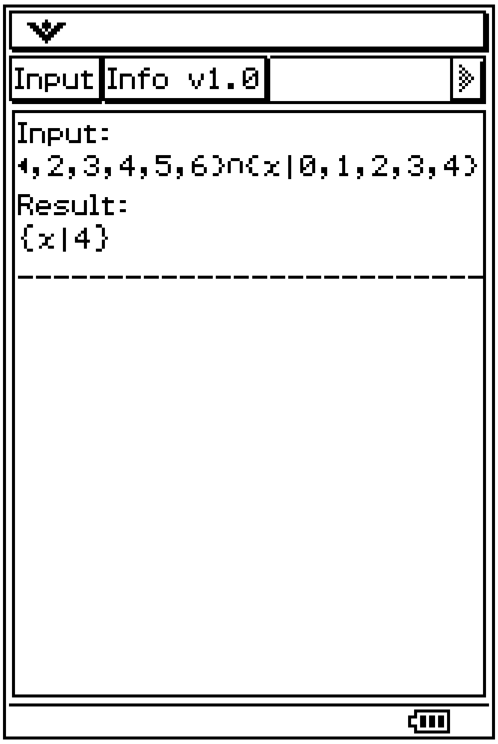
H2: A∪B, A∩C



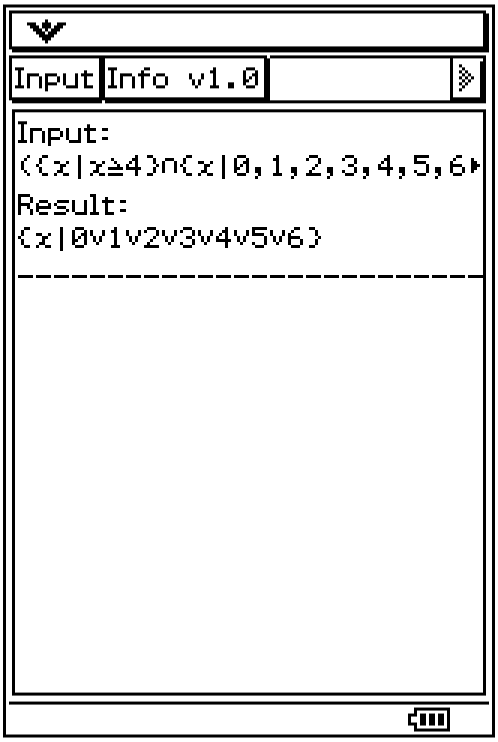


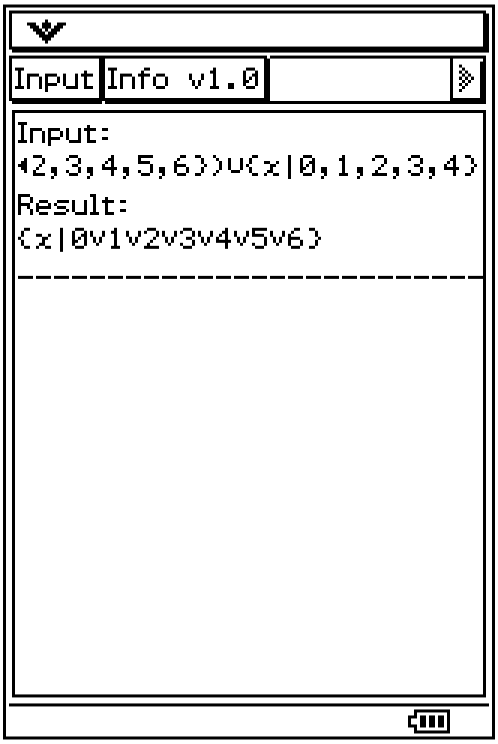
H2: Mehrfachoperatione A∩B∩C





H2: Mehrfachoperatione (A∩B) ∪C

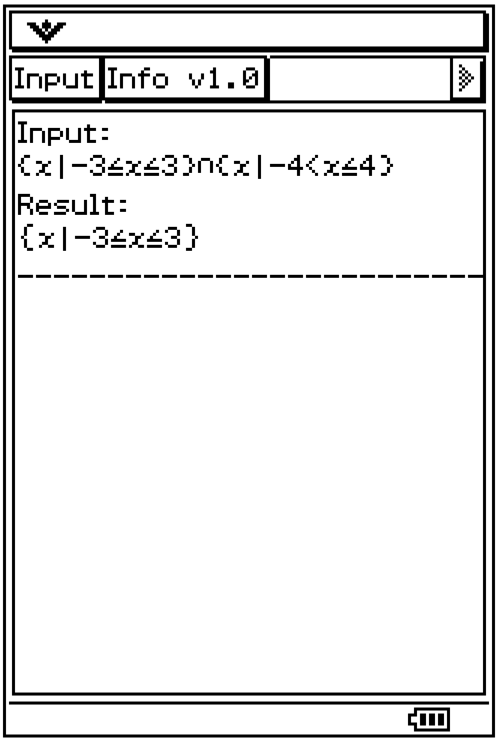


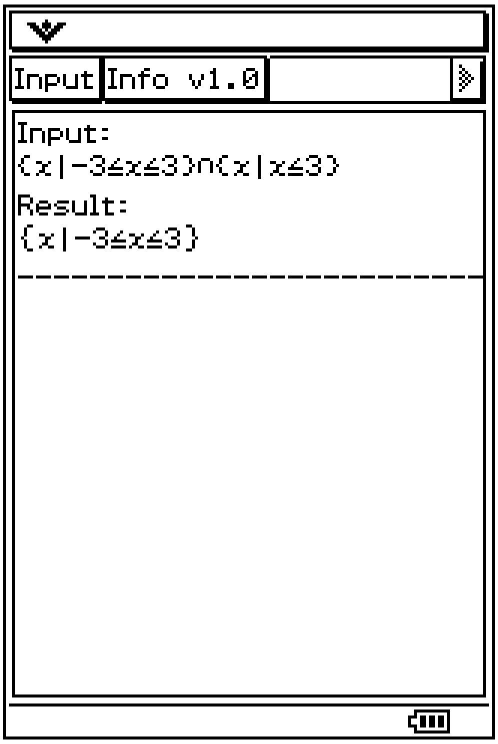


Hinw.: Die runden Klammern nicht vergessen!

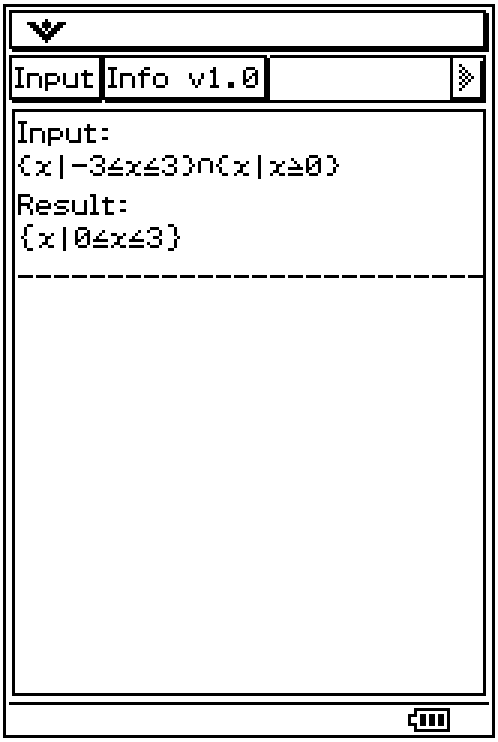
Lösung der Hausaufgaben H3 mithilfe des AddIn Real Sets

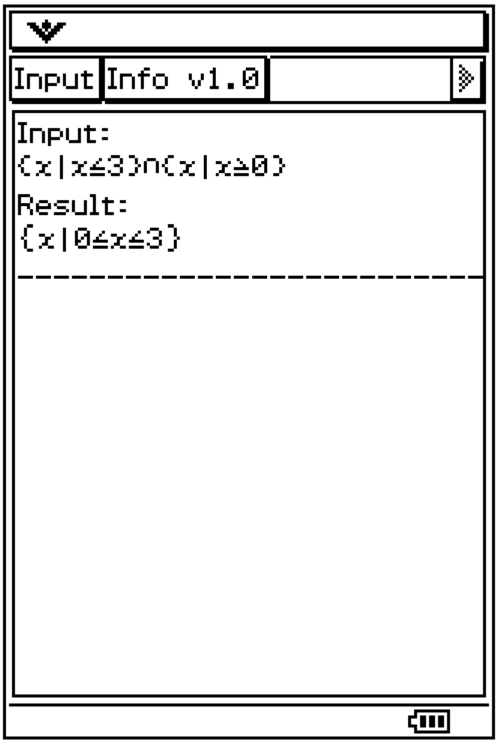
H3: $I_1 \cap I_2$, $I_1 \cap I_3$



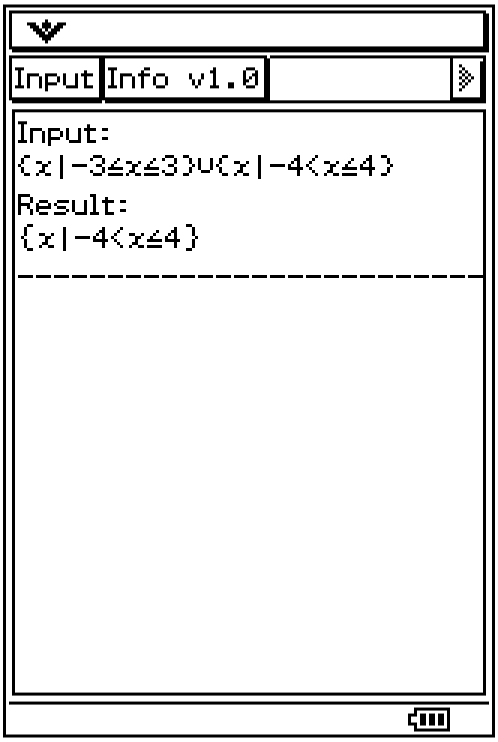


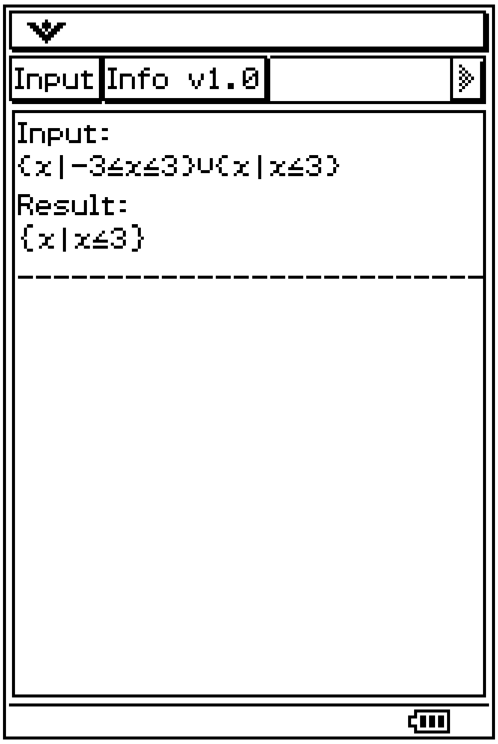
H3: $I_1 \cap I_4$, $I_3 \cap I_4$



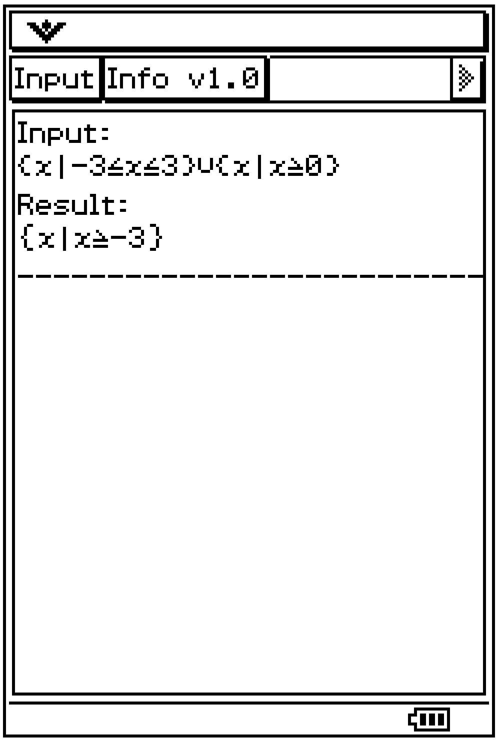


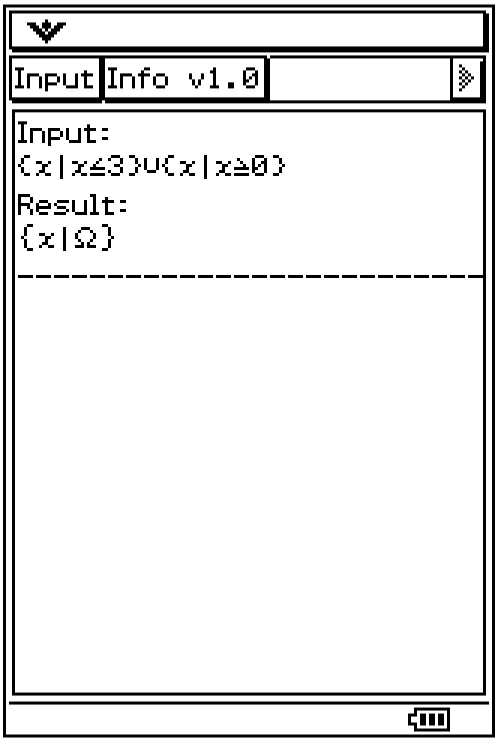
H3: $I_1 \cup I_2$ **,** $I_1 \cup I_3$





H3: $I_1 \cup I_4$ **,** $I_3 \cup I_4$ **(Ω bezeichnet ℝ)**





Download:
http://www.htw-dresden.de/~paditz/Mengenlehre-Add-In-Real-Sets.zip

Hausaufgabe H4:
Mengen von Zahlenpaaren in der x-y-Ebene darstellen (2D-Grafik)

$A=\{(x,y)\mid(x,y)\in\mathbf{R}^2,\ x^2+y^2=1\}$ ... Kreislinie (Einheitskreis)

2D-Grafik für A	Y1:… Y2:…

$B=\{(x,y)\mid(x,y)\in\mathbf{R}^2,\ x^2+y^2\leq 1\}$ ... Kreisfläche (Einheitskreis) mit Rand

2D-Grafik für B	Y1:… Y2:…

$C=\{(x,y)\mid(x,y)\in\mathbf{R}^2,\ y=x\}$ ... Gerade (Winkelhalbierende)

2D-Grafik für C	Y1:… Y2:…

$D=\{(x,y)\mid(x,y)\in\mathbf{R}^2,\ y\geq x\}$ ... Halbebene (oberhalb der Winkelhalbierenden) mit Rand

2D-Grafik für D	Y1:… Y2:…

Im Kopf rechnen: $A\cap B=A$, $A\subset B$ (offensichtlich)

solve($\{x^2+y^2=1, y=x\}, \{x,y\}$)

$$\left\{\left\{x=\frac{-\sqrt{2}}{2}, y=\frac{-\sqrt{2}}{2}\right\}, \left\{x=\frac{\sqrt{2}}{2}, y=\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}\right\}$$

Somit ist
$A\cap C=\{(x,y)\mid x=y=\sqrt{2}/2 \text{ oder } x=y=-\sqrt{2}/2\}$
(gemeinsame Punkte von Kreis und Gerade)

A∩D ergibt die Kreislinie in der Halbebene mit Endpunkten.

B∩C ergibt den Durchmesser (mit Endpunkten), vgl. Skizze.

B∩D ergibt den Halbkreis mit Rand in der Halbebene, vgl. Skizze.

2D-Ungleichungsgrafik (elementare Syntax mit ≤-Symbol, ≥-Symbol)

Hinweis: Betrachtungsfenstereinstellung vornehmen, Grafikzeichenstil einstellen, Zoom: quadratisch

2D-Grafik B∩C	Y1:... Y2:...

2D-Grafik B∩D	Y1:... Y2:...

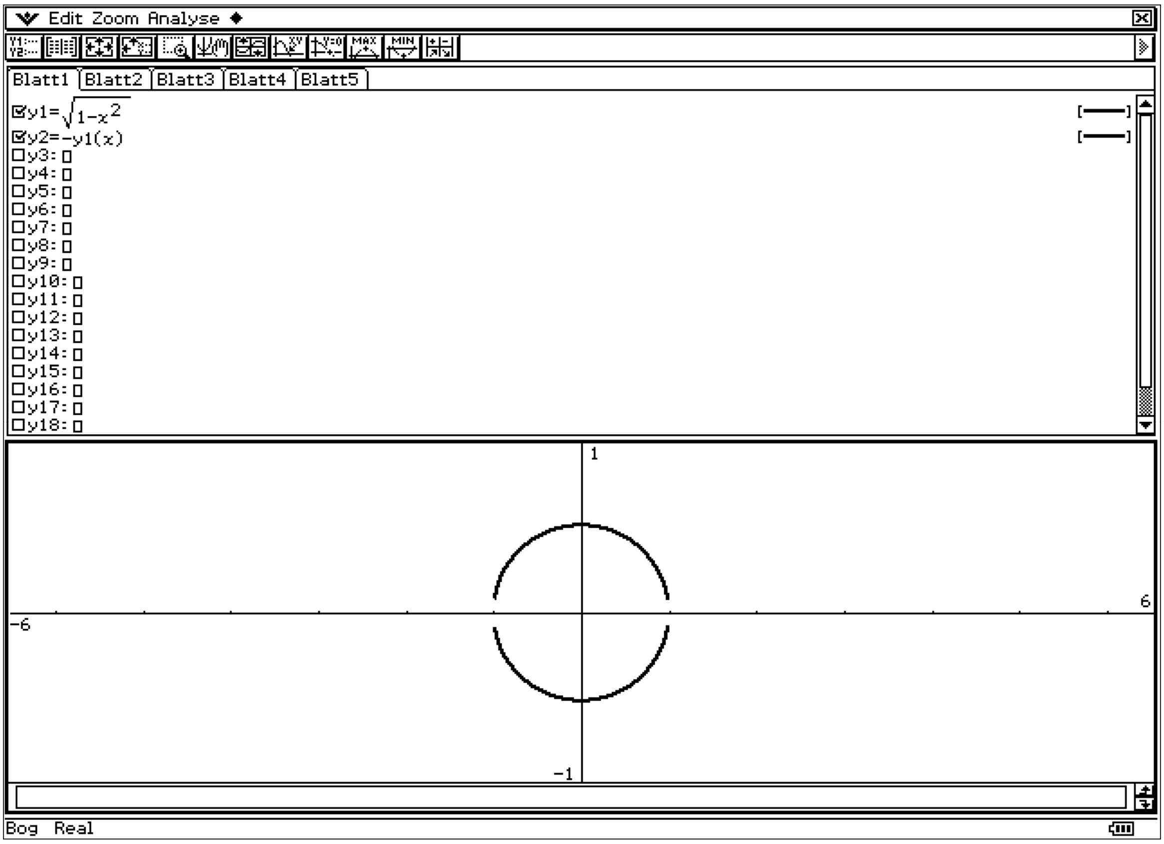
Die untere Funktion wird stückweise definiert (piecewise-Befehl, spezielle Eingabemaske)

2D-Ungleichungsgrafik (komprimierte Syntax mit ◆-Symbol)

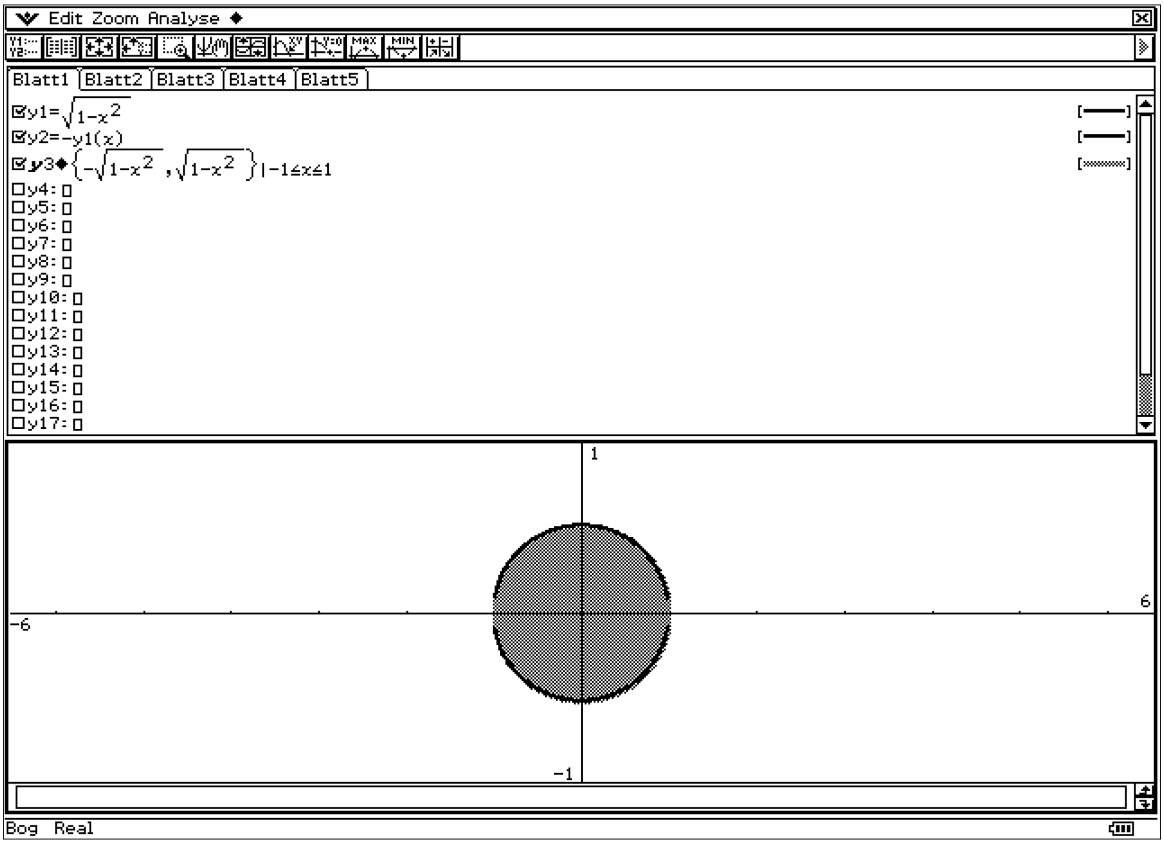
Hinweis: Betrachtungsfenstereinstellung vornehmen, Grafikzeichenstil einstellen, Zoom: quadratisch
====================================

Der Mengendurchschnitt "∩" erfasst nur diejenigen Zahlenpaare (x,y), die beide Bedingungen gleichzeitig erfüllen.
Die Mengenvereinigung "∪" erfasst alle diejenigen Zahlenpaare (x,y), die mindestens eine Bedingung erfüllen.

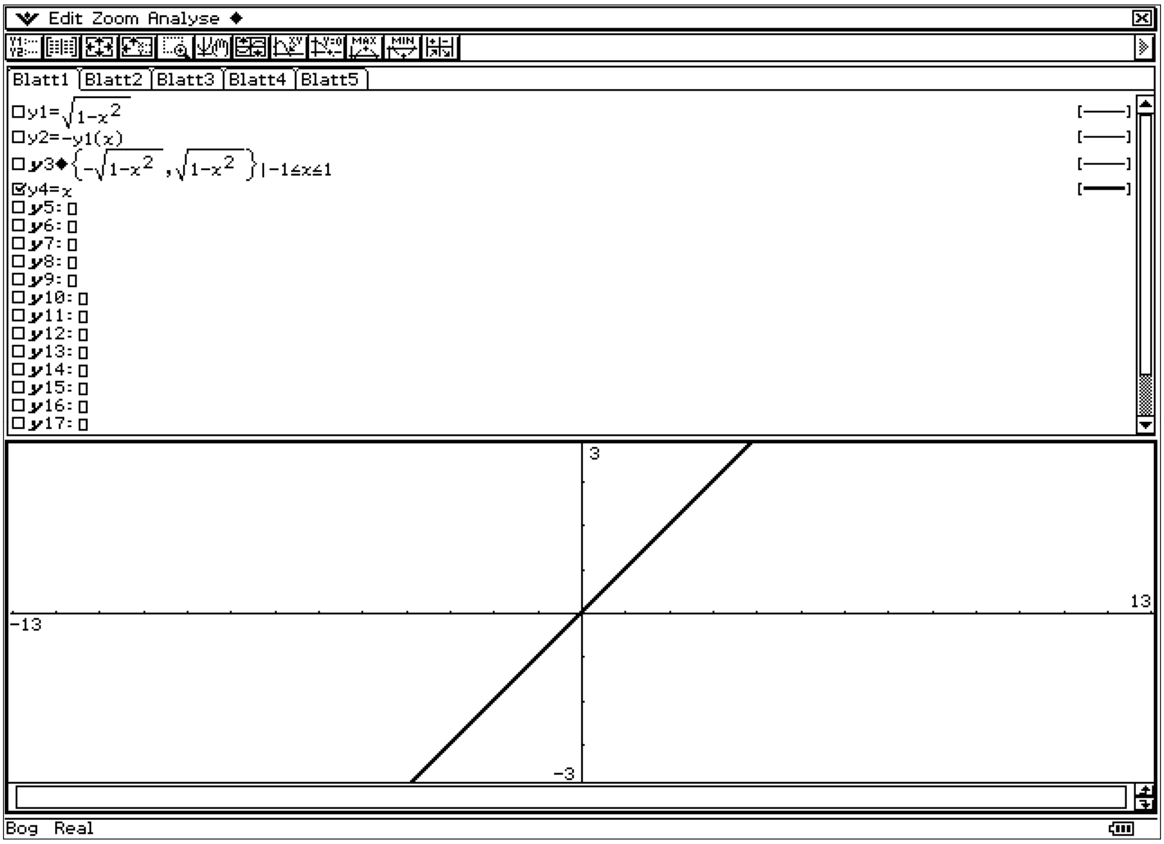
Kreislinie:



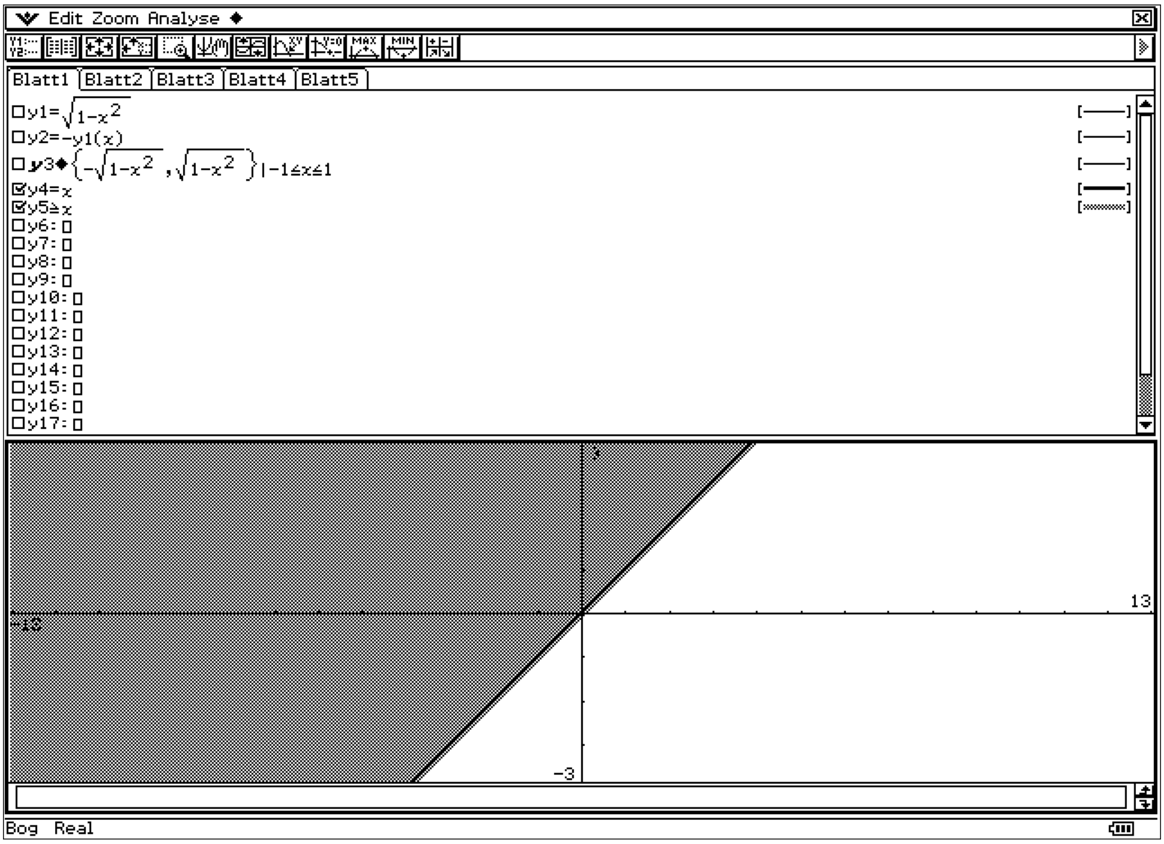
Kreisfläche mit Rand:



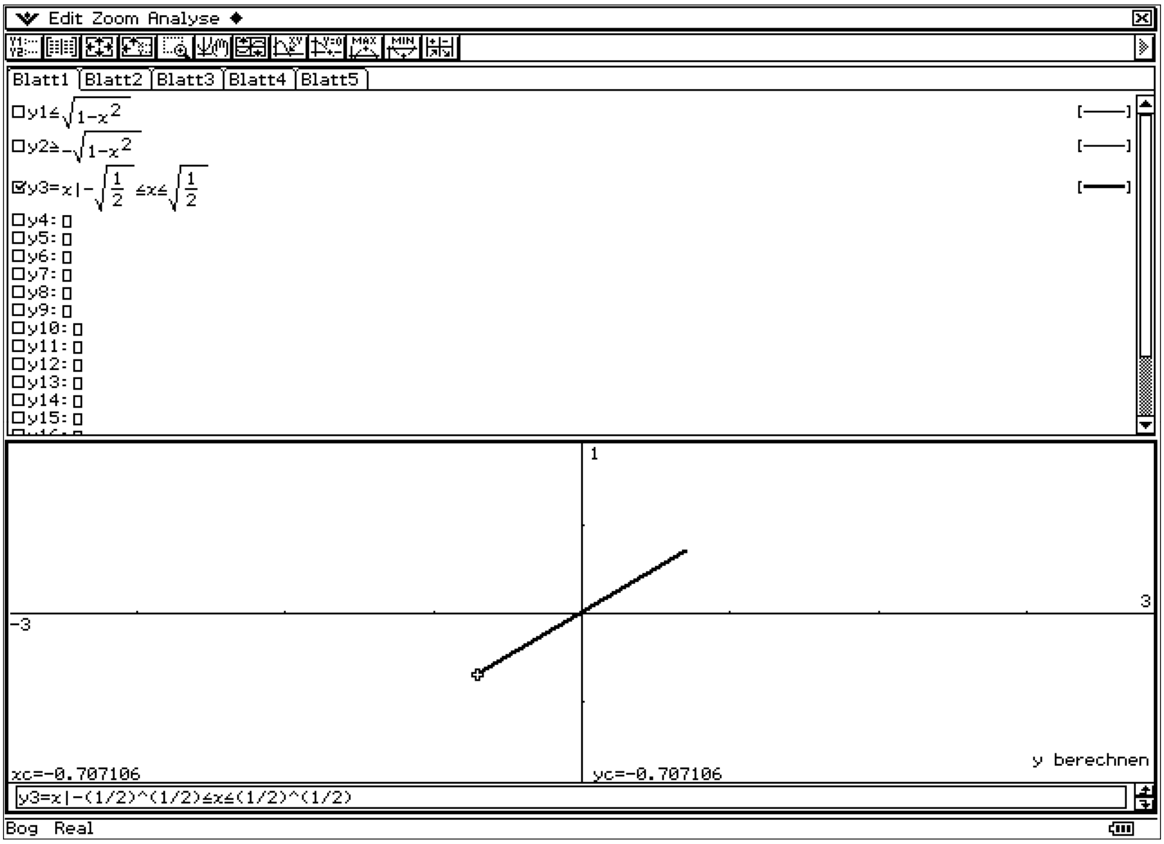
Gerade (Winkelhalbierende)



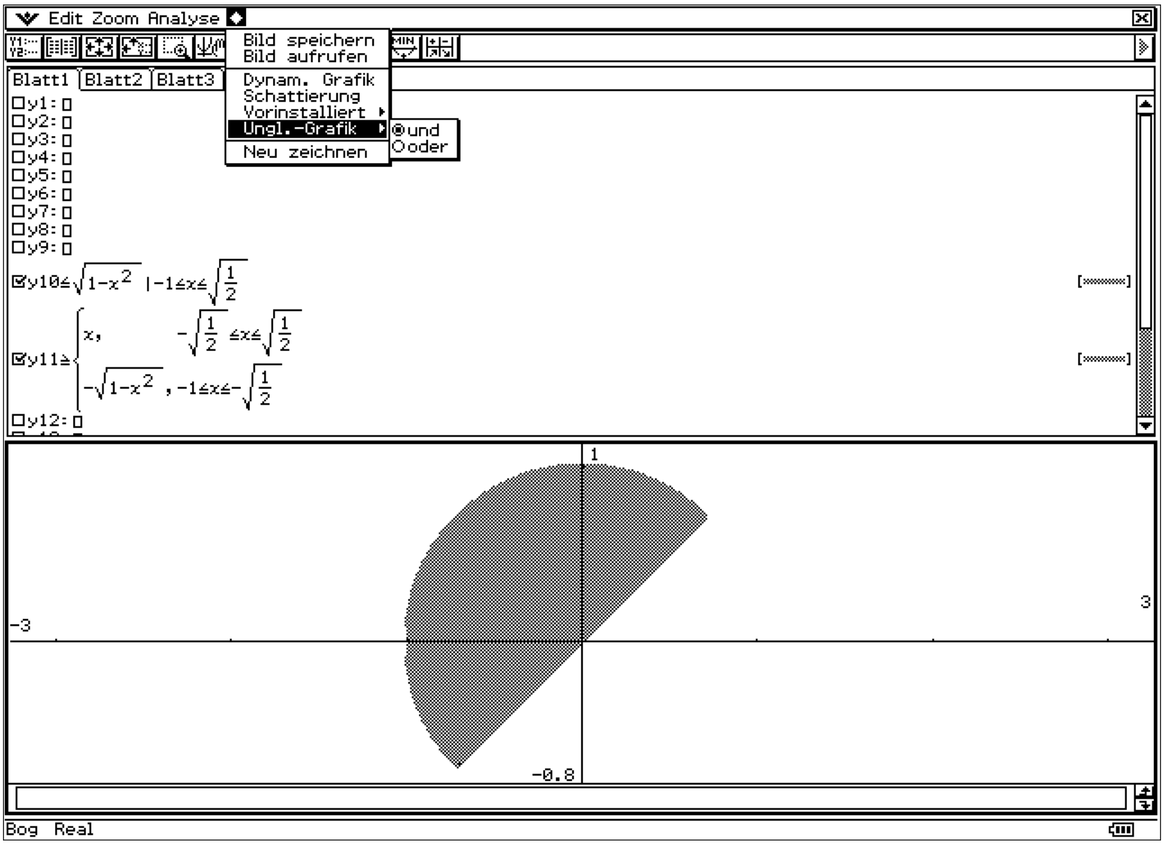
obere Halbebene (mit Rand)



Durchmesser mit Endpunkten



Mengenoperationen in der 2D-Grafik: B∩D



Prof. Dr. Ludwig Paditz, Mathe-Intensivkurs 2013
Einführung in die CAS-Software (ClassPad)
Version 03.06.1000

Grundlegende Rechenregeln
mit reellen Variablen:
==============================

Nutzung von CAS-Befehlen:
Grundformat: "Anordnung fallend" einstellen

ü1 (a)

simplify$(x^2+2x\cdot(3y-(5x+3y))-9x\cdot y)$

$$-9\cdot x\cdot(x+y)$$

judge$\left(x^2+2x\cdot(3y-(5x+3y))-9x\cdot y=-9\cdot x^2-9\cdot x\cdot y\right)$

TRUE

schrittweise Umformen in einem extra Fenster:

schrittweise Umformen	f(x)=

Hinw.:
"Malpunkt" eingeben, damit kein Syntaxfehler entsteht!
nur runde Klammern (...) eingeben, da {...} und [...] im CAS eine andere Bedeutung hat:
Listennotation bzw. Vektor-/Matrixnotation

geschweifte Klammern für Listen, z.B.

$\{1,2,3,4,5\}\Rightarrow$Liste1

$$\{1,2,3,4,5\}$$

eckige Klammern für Vektoren und Matrizen, z.B.

$\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}$⇛Vektor1

$$\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}$⇛Matrix1

$$\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}$$

ü2

factor($12a^2-20a\cdot b$)

$$4\cdot a\cdot(3\cdot a-5\cdot b)$$

factor($8a\cdot b\cdot c-12a^2\cdot b+36a\cdot c^2$)

$$4\cdot a\cdot\left(9\cdot c^2-3\cdot a\cdot b+2\cdot b\cdot c\right)$$

factor(a×h−b×h+k×a−b×k)

$$(a-b)\cdot(h+k)$$

factor($d\times e+2d\times f+3e^2+6e\times f$)

$$(d+3\cdot e)\cdot(e+2\cdot f)$$

ü3

simplify($(2a+b)^2+(2a-b)(2a+b)$)

$$4\cdot a\cdot(2\cdot a+b)$$

expand(ans)

$$8\cdot a^2+4\cdot a\cdot b$$

schrittweise	f(x)=

simplify((a+b+c)(a−b+c))

$$(a+b+c)\cdot(a-b+c)$$

expand(ans)

$$a^2-b^2+c^2+2\cdot a\cdot c$$

ü4

```
factor(16x^2-9y^2)
```
$$(4\cdot x+3\cdot y)\cdot(4\cdot x-3\cdot y)$$
```
factor(9x^2+12xy+4y^2)
```
$$(3\cdot x+2\cdot y)^2$$

Die zweibuchstabige Variable xy wird nicht als Produkt $x\cdot y$ interpretiert.
Die Systemvariablen ***x*** und ***y*** sind einbuchstabig und nicht für Zeichenketten zugelassen, d.h. ***xy***=***x***·***y***

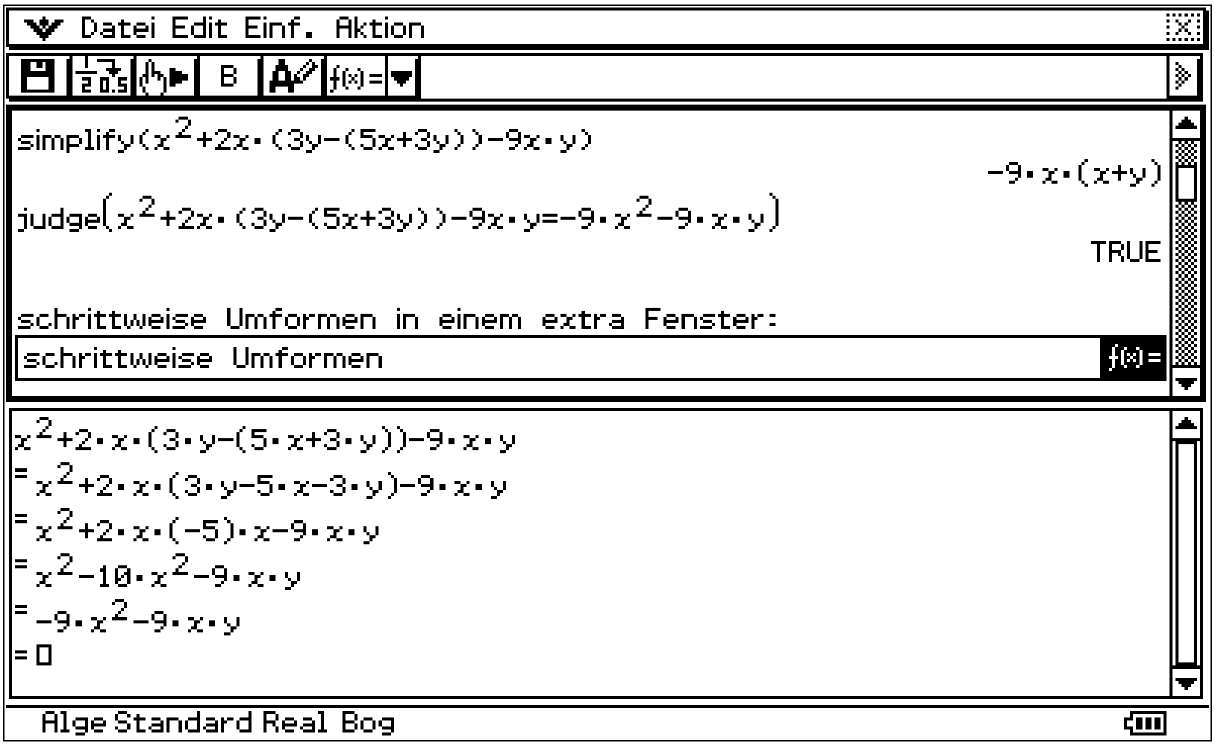
ü5 quadratische Ergänzung

```
judge(x^2-4x+15=x^2-2×2×x+2^2+15-2^2)
```
TRUE
```
factor(x^2-2×2×x+2^2)+15-2^2
```
$$(x-2)^2+11$$
```
x^2-4x+15=(x-2)^2+11
```
$$x^2-4\cdot x+15=(x-2)^2+11$$
```
judge(ans)
```
TRUE
```
stop
```

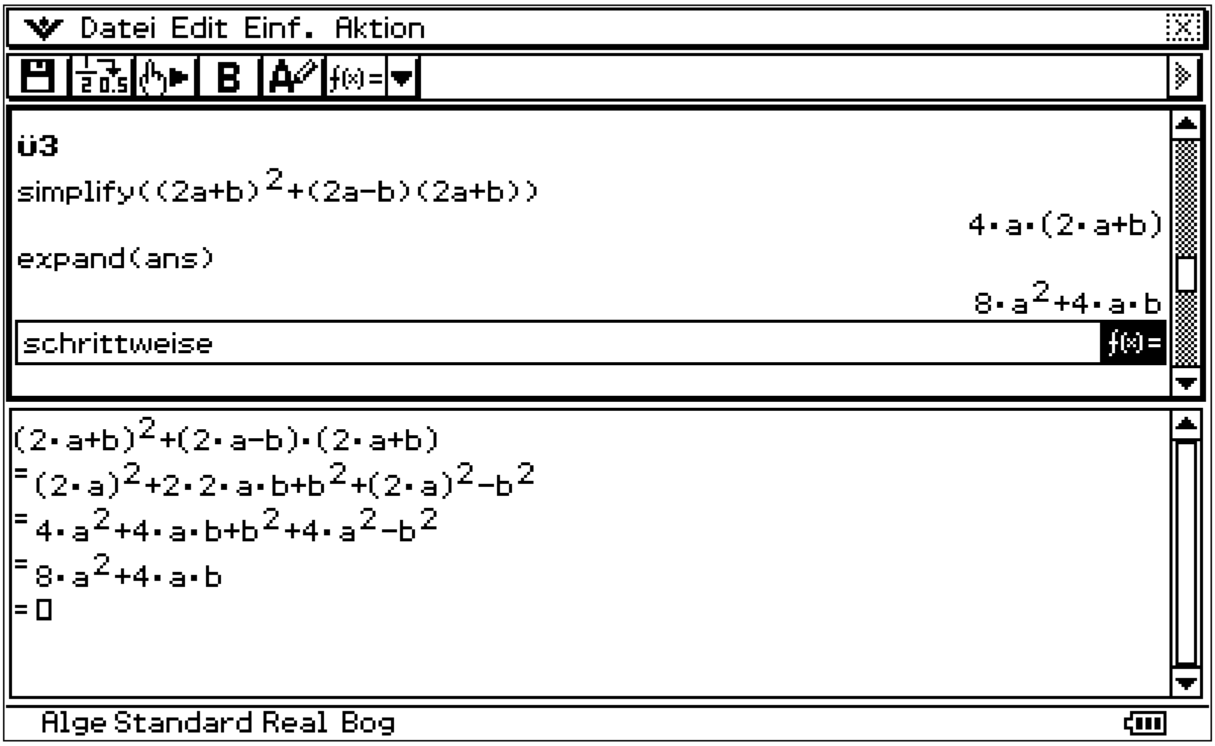
Hinw.: Kontrolle der handschriftlichen Lösungen mit CAS (judge-Befehl oder expand-Befehl)

Schrittweises Umformen und Rechenkontrolle im CAS

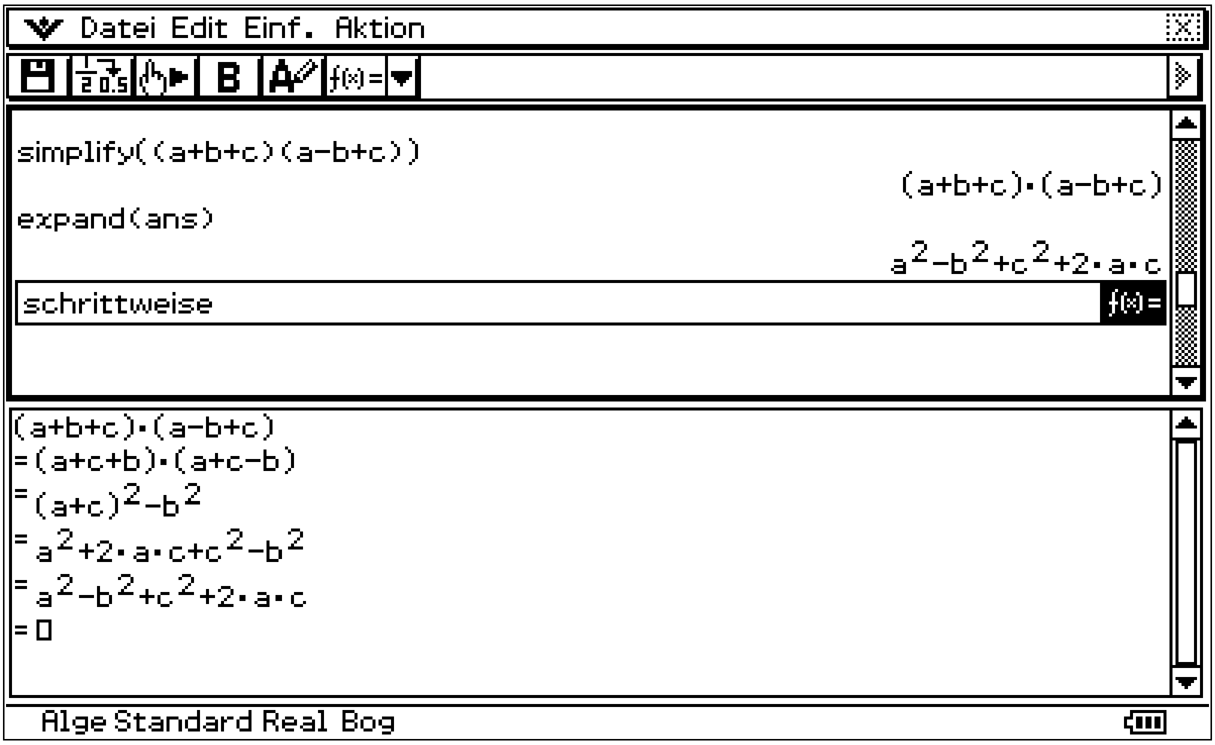
Ü1 (a)



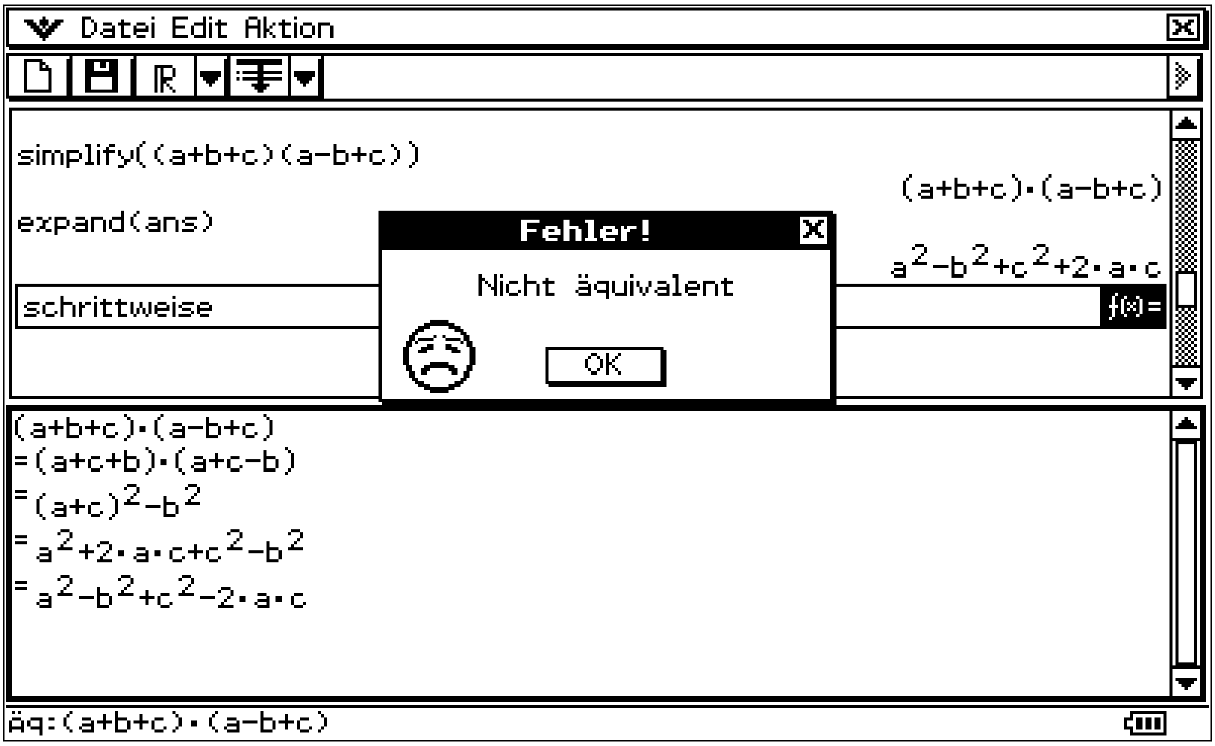
Ü3 (a)



Ü3 (b)



Das gleiche Beispiel mit einem Fehler (Vorzeichenfehler)



Prof. Dr. Ludwig Paditz, Mathe-Intensivkurs 2013
Einführung in die CAS-Software (ClassPad)
Version 03.06.1000

Bruchrechnung:
=================

ü1 (g) und (f)

$7\times\frac{3}{5}$

$$\frac{21}{5}$$

$7\frac{3}{5}$

$$\frac{21}{5}$$

$7+\frac{3}{5}$

$$\frac{38}{5}$$

Hinweis:

gemischte Größen, z.B. $7\frac{3}{5}$, müssen als $7+\frac{3}{5}$ eingegeben werden, andernfalls interpretiert der Rechner die Eingabe als Produkt.

Tipp: Gemischte Zahlen möglichst vermeiden (**vgl. Kemnitz S. 14**)

Weitere Beispiele:

$\frac{17}{3}/5$

$$\frac{17}{15}$$

$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5}$

$$\frac{3}{20}$$

$\frac{3}{4} \frac{1}{5}$

$$\frac{3}{20}$$

Feststellung: ein fehlendes Operationszeichen wird als Multiplikationszeichen interpretiert!

$\frac{3}{4} / \frac{1}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{1}$

$$\frac{15}{4} = \frac{15}{4}$$

$\frac{3}{5} + \frac{4}{5}$

$$\frac{7}{5}$$

alle Ergebnisse werden jetzt als Zeilenvektor
((a) bis (f) ohne (c), (g) bis (l))
bzw. als Liste ((m) bis (o)) generiert:

Eingabe in eckigen Klammern, Zahlen durch Komma getrennt:

$[\frac{3}{5}+\frac{4}{5}, \frac{3}{5}-\frac{4}{5}, \frac{2}{3}+\frac{5}{6}, \frac{7}{3}+\frac{1}{4}-\frac{5}{6}, 7+\frac{3}{5}]$

$$\begin{bmatrix} \frac{7}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{3}{2} & \frac{7}{4} & \frac{38}{5} \end{bmatrix}$$

Eingabe mit 2D-Eingabemaske: $[\square\ \square\ \square\ \square\ \square\ \square]$

$$\left[7\times\frac{3}{5}\quad \frac{44}{3}\,\frac{1}{10}\,\frac{45}{11}\quad \frac{3}{4}/\frac{1}{5}\quad \frac{\frac{3}{2}}{\frac{18}{5}}\quad \frac{\frac{15}{13}}{5}\quad \frac{40}{\frac{5}{3}}\right]$$

$$\left[\frac{21}{5}\quad 6\quad \frac{15}{4}\quad \frac{5}{12}\quad \frac{3}{13}\quad 24\right]$$

$$\left\{\frac{3}{2\times\frac{4}{5}},\frac{\frac{3}{7}-\frac{1}{2}}{8\times\frac{2}{15}+\frac{1}{3}},\frac{\frac{3}{10}+\frac{9}{25}}{6-\frac{6}{5}}\right\}$$

$$\left\{\frac{15}{8},-\frac{5}{98},\frac{11}{80}\right\}$$

Die 2D-Eingabemasken gestatten die Eingabe so, wie sie in gedruckter Form vorliegt.
Die Eingabemasken findet man im **virtuellen Keyboard.**

ü2

$$\text{simplify}\left(\frac{22932}{1386}\right)$$

$$\frac{182}{11}$$

$$\text{simplify}\left(\frac{4554}{14076}\right)$$

$$\frac{11}{34}$$

$$\text{simplify}\left(\frac{\sqrt{32}-4}{-2+\sqrt{8}}\right)$$

$$2$$

Sei jetzt $x^2 \neq 1$, damit der Bruch definiert (sinnvoll) ist:

$$\text{simplify}\left(\frac{1-2x+x^2}{2x^2-2}\right)$$

$$\frac{x-1}{2\cdot(x+1)}$$

Sei jetzt $x \notin \{0,-a\}$, damit der Bruch definiert (sinnvoll) ist:

$$\text{simplify}\left(\frac{x^2-a^2}{2x\times(x+a)}\right)$$

$$\frac{x-a}{2\cdot x}$$

Sei jetzt $x \notin \{-1,1\}$, damit der Bruch definiert (sinnvoll) ist:

$$\text{simplify}\left(\frac{(x^2-1)(6y+9)}{(3x+3)(5x-5)}\right)$$

$$\frac{2\cdot y}{5}+\frac{3}{5}$$

factor(ans)

$$\frac{2\cdot y+3}{5}$$

Download:

http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/
Mathe-Intensiv2013-Kohl.vcp

bzw.
http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/
Mathe-Intensiv2013DocK.pdf

ClassPad Manager Professional Edition, vgl.
http://www.casio-schulrechner.de/de/produkte/
software/classpadmanager30/

zugehöriger CAS-Grafiktaschenrechner:
http://www.casio-schulrechner.de/de/produkte/
casgrafikrechner/classpad330/

CASIO Worldwide Educational Website:
http://edu.casio.com/

Neu 2013:
ClassPad330 und älter
Update auf Version 03.**06.**2000
http://www.htw-dresden.de/~paditz/
cp_update_3062_2.zip

ClassPad330**Plus** auf Version 03.**10.**2000
http://www.htw-dresden.de/~paditz/
cp_update_3062_2.zip