19.12.2018: Beispiel - Prof.Dr.-Ing.V.Ilberg

CAS - Prof.Dr.L.Paditz

Aufgabe: Wiener Würstchen in "Luft" im Backofen (Ober- und Unterhitze). Beispiel mit zwei verschiedenen (möglichen) Wegen, mit Blockkapazität

Ausgangspunkt:

Temperaturverlauf bei instationärer Wärmeleitung:

$$T(t)=T(\infty)+(T_0-T(\infty))\cdot e^{-Bi\cdot F_0},$$

d.h.

$$\Theta=\frac{T(t)-T(\infty)}{T_0-T(\infty)}=e^{-Bi\cdot F_0}$$

1.Weg:

Berechnung **Biotzahl** nach Definition Lc für

Blockkapazität

$$Lc=\frac{V}{A}$$

und mit **"allgemeiner"** Formel für Θ:

$$\Theta=e^{-Bi\cdot F_0}$$

Weiter:

$$Lc=\frac{V}{A}=\frac{R}{2}$$

$$Bi=\frac{\alpha\cdot Lc}{\lambda}=\frac{\alpha\cdot R}{\lambda\cdot 2}$$

Stoffdaten für beide Berechnungen identisch:

$$R=0.011m$$

$$\alpha=11\frac{W}{m^2\cdot k}$$

$$\lambda=0.64\frac{W}{m\cdot k}$$

$$Bi:=\frac{11\cdot 0.011\cdot W\cdot m\cdot m\cdot k}{0.64\cdot 2\cdot W\cdot m^2\cdot k}$$

$$\frac{121}{1280}$$

approx(ans)⇒Bi

$$0.09453125$$

$$\Theta=\frac{T-T(\infty)}{T_0-T(\infty)}$$

$$\Theta:=\frac{(80-94)°C}{(10-94)°C}$$

$$\frac{1}{6}$$

approx(ans)$\Rightarrow\Theta$

$$0.1666666667$$

Weiter:

$$\Theta=e^{-Bi\cdot F_0}$$

$$\frac{1}{6}=e^{\frac{-121\cdot F_0}{1280}}$$

solve(ans, F_0)

$$\left\{F_0=\frac{1280\cdot\ln(3)}{121}+\frac{1280\cdot\ln(2)}{121}\right\}$$

approx$\left(\frac{1280\cdot\ln(3)}{121}+\frac{1280\cdot\ln(2)}{121}\right)\Rightarrow F_0$

$$18.95414976$$

Weiter:

$F_0=\frac{a\cdot t}{Lc^2}\,|\,Lc=\frac{R}{2}$ and $R=0.011m$ and $a=2.27\cdot10^{-7}\frac{m^2}{s}$

$$\frac{18639871}{983419}=\frac{227\cdot t}{30250\cdot s}$$

solve(ans, t)

$$\left\{t=\frac{563856097750\cdot s}{223236113}\right\}$$

approx(ans)

$$\{t=2525.828327\cdot s\}$$

$t\approx2525.8s$

stop

2. Weg:

Berechnung der Biotzahl nach "normaler" Definiton Lc, dann aber "spezielle" Formel für Θ:

$\Theta=e^{-(n+1)\cdot Bi\cdot F_0}$ mit **n=1 (Zylinder)**

Lc=R

$Bi=\frac{\alpha\cdot Lc}{\lambda}=\frac{\alpha\cdot R}{\lambda}$

$\alpha=11\frac{W}{m^2\cdot k}$

$\lambda=0.64\frac{W}{m\cdot k}$

$a=2.27\cdot 10^{-7}\frac{m^2}{s}$

R_Wiener=0.011m

$Bi:=\frac{11\cdot 0.011\cdot W\cdot m\cdot m\cdot k}{0.64\cdot W\cdot m^2\cdot k}$

$$\frac{121}{640}$$

approx(ans)→Bi

0.1890625

DelVar F_0

done

$\Theta=e^{-(1+1)\cdot Bi\cdot F_0}$

$$\frac{1}{6}=e^{\frac{-121\cdot F_0}{320}}$$

solve(ans, F_0)

$$\left\{F_0=\frac{320\cdot\ln(3)}{121}+\frac{320\cdot\ln(2)}{121}\right\}$$

$$\text{approx}\left(\frac{320\cdot\ln(3)}{121}+\frac{320\cdot\ln(2)}{121}\right)\Rightarrow F_0$$

$$4.738537439$$

$$F_0=\frac{a\cdot t}{Lc^2}\,|\,Lc=R \text{ and } R=0.011m \text{ and } a=2.27\cdot10^{-7}\frac{m^2}{s}$$

$$\frac{28861209}{6090742}=\frac{227\cdot t}{121000\cdot s}$$

solve(ans, t)

$$\left\{t=\frac{1746103144500\cdot s}{691299217}\right\}$$

approx(ans)

$$\{t=2525.828327\cdot s\}$$

t≈2525.8s

Fazit:

identisches Ergebnis

aber:

unterschiedliche **Biotzahl** wegen unterschiedlicher Lc

und unterschiedlicher **Fourierzahl F_0**

Daher jetzt entscheiden, welches Lc gewählt wird

und anschließend konsequent weiterrechnen.