Prof. Dr. L. Paditz, 06.11.2009

Lösung einer inhom. lin. Dgl. 3. Ordnung
==
mit konst. Koeff. (AWP)
=========================

Aufg. E 1.21c)
===============

geg. $y'''-y''+4y'-4y=x\times(x+\sin(x))$,

$y(0)=\frac{1}{18}$, $y'(0)=\frac{-1}{3}$, $y''(0)=\frac{-7}{9}$.

ges. $y=y(x)$

1. Lösungsweg mit dSolve-Befehl:
==================================

$$\text{dSolve}\left(y'''-y''+4y'-4y=x\times(x+\sin(x)),x,y,x=0,y=\frac{1}{18},x=\blacktriangleright\right.$$

$$\left\{y=\frac{7\cdot e^x}{18}-\frac{x^2}{4}-\frac{x\cdot\cos(x)}{6}-\frac{x\cdot\sin(x)}{6}-\frac{\cos(x)}{18}-\frac{\sin(x)}{9}-\frac{x}{2}\cdot\blacktriangleright\right.$$

collect(ans,cos(x))

$$\left\{y=\cos(x)\cdot\left(\frac{-x}{6}-\frac{1}{18}\right)+\frac{7\cdot e^x}{18}-\frac{x^2}{4}-\frac{x\cdot\sin(x)}{6}-\frac{\sin(x)}{9}-\frac{x}{2}+\blacktriangleright\right.$$

Endergebnis AWP: yihom=yhom+yp
(Die Zerlegung in yhom und yp ist hier nicht unmittelbar erkennbar)

$$\textbf{yhom}=\frac{7}{18}\cdot e^{x}+\frac{7}{72}\cdot\cos(2\cdot x)+\frac{1}{36}\cdot\sin(2\cdot x)$$

$$\textbf{yp}=\frac{-x^{2}}{4}-\frac{x}{2}-\frac{3}{8}+\left(\frac{-x}{6}-\frac{1}{18}\right)\times\cos(x)+\left(\frac{-x}{6}-\frac{1}{9}\right)\times\sin(x)$$

2. Lösungsweg in Einzelschritten mit VdK:
======================================

allg. Lös. der zugehörigen hom. Dgl.:

dSolve(y'''−y''+4y'−4y=0,x,y)

$\{y=e^{x}\cdot\text{const}(1)+\cos(2\cdot x)\cdot\text{const}(2)+\sin(2\cdot x)\cdot\text{const}(3$ ▸

Ergebnis: $y=C1\cdot e^{x}+C2\cdot\cos(2\cdot x)+C3\cdot\sin(2\cdot x)$

nun schrittweise über char. Gl.:
==============================

$\text{solve}\left(\lambda^{3}-\lambda^{2}+4\lambda-4=0,\lambda\right)$

$\{\lambda=1,\lambda=-2\cdot i,\lambda=2\cdot i\}$

$FS=\left\{e^{x},\cos(2\cdot x),\sin(2\cdot x)\right\}$

Ergebnis: $y=C1\cdot e^{x}+C2\cdot\cos(2\cdot x)+C3\cdot\sin(2\cdot x)$

partikuläre Lös. der inhom. Dgl.:
===============================

VdK:

yp=**C1(x)**$\cdot e^{x}$+**C2(x)**$\cdot$**cos**$(2\cdot x)$+**C3(x)**$\cdot$**sin**$(2\cdot x)$

$$\begin{bmatrix} e^{x} & \cos(2\cdot x) & \sin(2\cdot x) \\ \frac{d}{dx}\left(e^{x}\right) & \frac{d}{dx}(\cos(2\cdot x)) & \frac{d}{dx}(\sin(2\cdot x)) \\ \frac{d^2}{dx^2}\left(e^{x}\right) & \frac{d^2}{dx^2}(\cos(2\cdot x)) & \frac{d^2}{dx^2}(\sin(2\cdot x)) \end{bmatrix} \Rightarrow W$$

$$\begin{bmatrix} e^{x} & \cos(2\cdot x) & \sin(2\cdot x) \\ e^{x} & -2\cdot\sin(2\cdot x) & 2\cdot\cos(2\cdot x) \\ e^{x} & -4\cdot\cos(2\cdot x) & -4\cdot\sin(2\cdot x) \end{bmatrix}$$

$$W^{-1} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ x\times(x+\sin(x)) \end{bmatrix} \Rightarrow Cstrich$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{x\cdot(\sin(x)+x)\cdot\left(2\cdot(\cos(2\cdot x))^2+2\cdot(\sin(2\cdot x))^2\right)}{10\cdot(\cos(2\cdot x))^2\cdot e^{x}+10\cdot(\sin(2\cdot x))^2\cdot e^{x}} \\ \dfrac{-x\cdot(\sin(x)+x)\cdot\left(2\cdot\cos(2\cdot x)\cdot e^{x}-\sin(2\cdot x)\cdot e^{x}\right)}{10\cdot(\cos(2\cdot x))^2\cdot e^{x}+10\cdot(\sin(2\cdot x))^2\cdot e^{x}} \\ \dfrac{-x\cdot(\sin(x)+x)\cdot\left(\cos(2\cdot x)\cdot e^{x}+2\cdot\sin(2\cdot x)\cdot e^{x}\right)}{10\cdot(\cos(2\cdot x))^2\cdot e^{x}+10\cdot(\sin(2\cdot x))^2\cdot e^{x}} \end{bmatrix}$$

simplify(ans)

$$\begin{bmatrix} \dfrac{x\cdot(\sin(x)+x)\cdot e^{-x}}{5} \\ \dfrac{-x\cdot(\sin(x)+x)\cdot(2\cdot\cos(2\cdot x)-\sin(2\cdot x))}{10} \\ \dfrac{-x\cdot(\sin(x)+x)\cdot(\cos(2\cdot x)+2\cdot\sin(2\cdot x))}{10} \end{bmatrix}$$

Integration der Ableitungen C1'(x), C2'(x), C3'(x):

$$\begin{bmatrix} \displaystyle\int_{\square}^{\square} \frac{x\cdot(\sin(x)+x)\cdot e^{-x}}{5}\,dx \\ \displaystyle\int_{\square}^{\square} \frac{-x\cdot(\sin(x)+x)\cdot(2\cdot\cos(2\cdot x)-\sin(2\cdot x))}{10}\,dx \\ \displaystyle\int_{\square}^{\square} \frac{-x\cdot(\sin(x)+x)\cdot(\cos(2\cdot x)+2\cdot\sin(2\cdot x))}{10}\,dx \end{bmatrix} \Rightarrow Cvector$$

$$\left[\begin{array}{l} \dfrac{-\left(2\cdot x^2+x\cdot\cos(x)+x\cdot\sin(x)+\cos(x)+4\cdot x+4\right)\cdot e^{-x}}{10} \\ \dfrac{-\left(18\cdot x^2\cdot\cos(2\cdot x)+36\cdot x^2\cdot\sin(2\cdot x)+36\cdot x\cdot\cos(x)-18\cdot\right.}{} \blacktriangleright \\ \dfrac{36\cdot x^2\cdot\cos(2\cdot x)-18\cdot x^2\cdot\sin(2\cdot x)-18\cdot x\cdot\cos(x)-36\cdot x\cdot}{} \end{array} \right.$$

Die variierten Konstanten sind zu große unübersichtliche Terme **C1(x), C2(x), C3(x).**

Ausweg:
=======

Bestimmung von yp=yp1+yp2 in zwei Schritten (für jedes Störglied separat):

$$W^{-1}\times\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ x^2 \end{bmatrix} \Rightarrow Cstrich1$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{x^2\cdot\left(2\cdot(\cos(2\cdot x))^2+2\cdot(\sin(2\cdot x))^2\right)}{10\cdot(\cos(2\cdot x))^2\cdot e^x+10\cdot(\sin(2\cdot x))^2\cdot e^x} \\ \dfrac{-x^2\cdot\left(2\cdot\cos(2\cdot x)\cdot e^x-\sin(2\cdot x)\cdot e^x\right)}{10\cdot(\cos(2\cdot x))^2\cdot e^x+10\cdot(\sin(2\cdot x))^2\cdot e^x} \\ \dfrac{-x^2\cdot\left(\cos(2\cdot x)\cdot e^x+2\cdot\sin(2\cdot x)\cdot e^x\right)}{10\cdot(\cos(2\cdot x))^2\cdot e^x+10\cdot(\sin(2\cdot x))^2\cdot e^x} \end{bmatrix}$$

simplify(ans)

$$\begin{bmatrix} \dfrac{x^2\cdot e^{-x}}{5} \\ \dfrac{-x^2\cdot(2\cdot\cos(2\cdot x)-\sin(2\cdot x))}{10} \\ \dfrac{-x^2\cdot(\cos(2\cdot x)+2\cdot\sin(2\cdot x))}{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \displaystyle\int_{\square}^{\square} \frac{x^2\cdot e^{-x}}{5}\,dx \\ \displaystyle\int_{\square}^{\square} \frac{-x^2\cdot(2\cdot\cos(2\cdot x)-\sin(2\cdot x))}{10}\,dx \\ \displaystyle\int_{\square}^{\square} \frac{-x^2\cdot(\cos(2\cdot x)+2\cdot\sin(2\cdot x))}{10}\,dx \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{-\left(x^2+2\cdot x+2\right)\cdot e^{-x}}{5} \\ \dfrac{-\left(2\cdot x^2\cdot\cos(2\cdot x)+4\cdot x^2\cdot\sin(2\cdot x)+4\cdot x\cdot\cos(2\cdot x)-2\cdot x\cdot\right.}{40} \\ \dfrac{4\cdot x^2\cdot\cos(2\cdot x)-2\cdot x^2\cdot\sin(2\cdot x)-2\cdot x\cdot\cos(2\cdot x)-4\cdot x\cdot\text{sir}}{40} \end{bmatrix}$$

simplify(ans)⇒Cvector1

$$\begin{bmatrix} \frac{-(x^2+2\cdot x+2)\cdot e^{-x}}{5} \\ \frac{-(2\cdot x^2\cdot \cos(2\cdot x)+(4\cdot x^2-2\cdot x-2)\cdot \sin(2\cdot x)+4\cdot x\cdot \cos(2}{40} \\ \frac{4\cdot x^2\cdot \cos(2\cdot x)-(2\cdot x^2+4\cdot x-1)\cdot \sin(2\cdot x)-2\cdot x\cdot \cos(2\cdot x}{40} \end{bmatrix}$$

Die variierten Konstanten sind übersichtliche
Terme **C1(x), C2(x), C3(x).**

Define yp11(x)=Cvector1[1,1]×e^x

done

Define yp12(x)=Cvector1[2,1]×cos(2x)

done

Define yp13(x)=Cvector1[3,1]×sin(2x)

done

Define yp1(x)=yp11(x)+yp12(x)+yp13(x)

done

expand(simplify(yp1(x)))

$$\frac{-x^2}{4}-\frac{x}{2}-\frac{3}{8}$$

Define yp1(x)=$\frac{-x^2}{4}-\frac{x}{2}-\frac{3}{8}$

done

Für die Störfunktion f1=x^2 ergibt sich

der Lösungsanteil yp1=$\frac{-x^2}{4}-\frac{x}{2}-\frac{3}{8}$**.**

$W^{-1}\times\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ x\times\sin(x) \end{bmatrix}$⇒Cstrich2

$$\begin{bmatrix} \dfrac{x\cdot\sin(x)\cdot\left(2\cdot(\cos(2\cdot x))^2+2\cdot(\sin(2\cdot x))^2\right)}{10\cdot(\cos(2\cdot x))^2\cdot e^{x}+10\cdot(\sin(2\cdot x))^2\cdot e^{x}} \\ \dfrac{-x\cdot\sin(x)\cdot\left(2\cdot\cos(2\cdot x)\cdot e^{x}-\sin(2\cdot x)\cdot e^{x}\right)}{10\cdot(\cos(2\cdot x))^2\cdot e^{x}+10\cdot(\sin(2\cdot x))^2\cdot e^{x}} \\ \dfrac{-x\cdot\sin(x)\cdot\left(\cos(2\cdot x)\cdot e^{x}+2\cdot\sin(2\cdot x)\cdot e^{x}\right)}{10\cdot(\cos(2\cdot x))^2\cdot e^{x}+10\cdot(\sin(2\cdot x))^2\cdot e^{x}} \end{bmatrix}$$

simplify(ans)

$$\begin{bmatrix} \dfrac{x\cdot\sin(x)\cdot e^{-x}}{5} \\ \dfrac{-x\cdot\sin(x)\cdot(2\cdot\cos(2\cdot x)-\sin(2\cdot x))}{10} \\ \dfrac{-x\cdot\sin(x)\cdot(\cos(2\cdot x)+2\cdot\sin(2\cdot x))}{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \displaystyle\int_{\square}^{\square} \frac{x\cdot\sin(x)\cdot e^{-x}}{5}\,dx \\ \displaystyle\int_{\square}^{\square} \frac{-x\cdot\sin(x)\cdot(2\cdot\cos(2\cdot x)-\sin(2\cdot x))}{10}\,dx \\ \displaystyle\int_{\square}^{\square} \frac{-x\cdot\sin(x)\cdot(\cos(2\cdot x)+2\cdot\sin(2\cdot x))}{10}\,dx \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{-(x\cdot\cos(x)+x\cdot\sin(x)+\cos(x))\cdot e^{-x}}{10} \\ \dfrac{-(18\cdot x\cdot\cos(x)-9\cdot x\cdot\sin(x)-6\cdot x\cdot\cos(3\cdot x)+3\cdot x\cdot\sin(3\cdot x}{180} \\ \dfrac{-(9\cdot x\cdot\cos(x)+18\cdot x\cdot\sin(x)-3\cdot x\cdot\cos(3\cdot x)-6\cdot x\cdot\sin(3\cdot x}{180} \end{bmatrix}$$

simplify(ans)⇒Cvector2

$$\begin{bmatrix} \frac{-(x\cdot(\cos(x)+\sin(x))+\cos(x))\cdot e^{-x}}{10} \\ \frac{-(18\cdot x\cdot\cos(x)-9\cdot x\cdot\sin(x)+(3\cdot x+2)\cdot\sin(3\cdot x)-6\cdot x\cdot\cos}{180} \\ \frac{-(9\cdot x\cdot\cos(x)+18\cdot x\cdot\sin(x)-(6\cdot x-1)\cdot\sin(3\cdot x)-3\cdot x\cdot\cos}{180} \end{bmatrix}$$

Die variierten Konstanten sind
übersichtliche Terme **C1(x), C2(x), C3(x).**

Define yp21(x)=Cvector2[1,1]×e^{x}

done

Define yp22(x)=Cvector2[2,1]×cos(2x)

done

Define yp23(x)=Cvector2[3,1]×sin(2x)

done

Define yp2(x)=yp21(x)+yp22(x)+yp23(x)

done

expand(simplify(yp2(x)))

$$\frac{-x\cdot\cos(x)}{6}-\frac{x\cdot\sin(x)}{6}-\frac{\cos(x)}{18}-\frac{\sin(x)}{9}$$

Define yp2(x)=$\frac{-x\cdot\cos(x)}{6}-\frac{x\cdot\sin(x)}{6}-\frac{\cos(x)}{18}-\frac{\sin(x)}{9}$

done

Für die Störfunktion f2=x×sin(x) ergibt sich der
Lösungsanteil
yp2=$\left(\frac{-x}{6}-\frac{1}{18}\right)$**×cos(x)+**$\left(\frac{-x}{6}-\frac{1}{9}\right)$**×sin(x).**

Endergebnis: yihom=yhom+yp

yhom=$C1\cdot e^{x}+C2\cdot\cos(2\cdot x)+C3\cdot\sin(2\cdot x)$

yp= $\frac{-x^2}{4}-\frac{x}{2}-\frac{3}{8}+\left(\frac{-x}{6}-\frac{1}{18}\right)\times\cos(x)+\left(\frac{-x}{6}-\frac{1}{9}\right)\times\sin(x)$

nächster Schritt: Lösung des AWP:

$y(0)=\frac{1}{18},\ y'(0)=\frac{-1}{3},\ y''(0)=\frac{-7}{9}$

Define $y(x)=C1\cdot e^{x}+C2\cdot\cos(2\cdot x)+C3\cdot\sin(2\cdot x)-\frac{x^2}{4}-\frac{x}{2}-$ ▸

done

$$\text{solve}\left(\begin{cases} y(x)=\frac{1}{18}\,|\,x=0 \\ \text{diff}(y(x),x,1)=\frac{-1}{3}\,|\,x=0 \\ \text{diff}(y(x),x,2)=\frac{-7}{9}\,|\,x=0 \end{cases}\right|_{C1,C2,C3}$$

$$\left\{C1=\frac{7}{18},C2=\frac{7}{72},C3=\frac{1}{36}\right\}$$

Endergebnis AWP: yihom=yhom+yp

yhom=$\frac{7}{18}\cdot e^{x}+\frac{7}{72}\cdot\cos(2\cdot x)+\frac{1}{36}\cdot\sin(2\cdot x)$

yp= $\frac{-x^2}{4}-\frac{x}{2}-\frac{3}{8}+\left(\frac{-x}{6}-\frac{1}{18}\right)\times\cos(x)+\left(\frac{-x}{6}-\frac{1}{9}\right)\times\sin(x)$

3. Lösungsweg in Einzelschritten mit
===================================
speziellem Ansatz für yp:

=========================

allg. Lös. der zugehörigen hom. Dgl.:

dSolve(y'''−y''+4y'−4y=0,x,y)

$\{y=e^{x}\cdot\text{const}(1)+\cos(2\cdot x)\cdot\text{const}(2)+\sin(2\cdot x)\cdot\text{const}(3$ ▸

Ergebnis: $y=C1\cdot e^{x}+C2\cdot\cos(2\cdot x)+C3\cdot\sin(2\cdot x)$

nun schrittweise über char. Gl.:
================================

$\text{solve}\left(\lambda^{3}-\lambda^{2}+4\lambda-4=0,\lambda\right)$

$\{\lambda=1\}$

$FS=\left\{e^{x},\cos(2\cdot x),\sin(2\cdot x)\right\}$

Ergebnis: $y=C1\cdot e^{x}+C2\cdot\cos(2\cdot x)+C3\cdot\sin(2\cdot x)$

partikuläre Lös. der inhom. Dgl.:
=================================

Ansatz:
$yp=a\times x^{2}+b\times x+c+(A\times x+B)\times\cos(x)+(C\times x+D)\times\sin(x)$ (kein Resonanzfall!)

Define $yp(x)=a\times x^{2}+b\times x+c+(A\times x+B)\times\cos(x)+(C\times x+D)\times s$ ▸

done

yp(x)

$a\cdot x^{2}+\cos(x)\cdot(A\cdot x+B)+\sin(x)\cdot(C\cdot x+D)+b\cdot x+c$

$$\frac{d^3}{dx^3}(yp(x))-\frac{d^2}{dx^2}(yp(x))+4\frac{d}{dx}(yp(x))-4\times yp(x)=x^2+x\times$$

$$-4\cdot\left(a\cdot x^2+\cos(x)\cdot(A\cdot x+B)+\sin(x)\cdot(C\cdot x+D)+b\cdot x+c\right)+4\cdot($$

collect(Dgl,cos(x))

$$\cos(x)\cdot(-3\cdot A\cdot x+3\cdot C\cdot x+A-3\cdot B-2\cdot C+3\cdot D)-4\cdot a\cdot x^2-3\cdot A\cdot$$

collect(Dgl,sin(x))

$$\sin(x)\cdot(-3\cdot A\cdot x-3\cdot C\cdot x+2\cdot A-3\cdot B+C-3\cdot D)-4\cdot a\cdot x^2-3\cdot A\cdot x$$

Dgl|{A=0,B=0,C=0,D=0}

$$-4\cdot\left(a\cdot x^2+b\cdot x+c\right)+4\cdot(2\cdot a\cdot x+b)-2\cdot a=x^2+x\cdot\sin(x)$$

Koeffizientenvergleich zu cos(x):

$-3\cdot A\cdot x+3\cdot C\cdot x+A-3\cdot B-2\cdot C+3\cdot D=0 \Rightarrow Gl1$

$$-3\cdot A\cdot x+3\cdot C\cdot x+A-3\cdot B-2\cdot C+3\cdot D=0$$

Koeffizientenvergleich zu sin(x):

$-3\cdot A\cdot x-3\cdot C\cdot x+2\cdot A-3\cdot B+C-3\cdot D=x \Rightarrow Gl2$

$$-3\cdot A\cdot x-3\cdot C\cdot x+2\cdot A-3\cdot B+C-3\cdot D=x$$

Koeffizientenvergleich zu x^2:

$-4\cdot\left(a\cdot x^2+b\cdot x+c\right)+4\cdot(2\cdot a\cdot x+b)-2\cdot a=x^2 \Rightarrow Gl3$

$$-4\cdot\left(a\cdot x^2+b\cdot x+c\right)+4\cdot(2\cdot a\cdot x+b)-2\cdot a=x^2$$

$$\left\{\begin{array}{l} Gl1|x=0 \\ Gl1|x=1 \\ Gl2|x=0 \\ Gl2|x=1 \\ Gl3|x=0 \\ Gl3|x=1 \\ Gl3|x=-1 \end{array}\right|_{a,b,c,A,B,C,D}$$

$$\left\{a=-\frac{1}{4}, b=-\frac{1}{2}, c=-\frac{3}{8}, A=-\frac{1}{6}, B=-\frac{1}{18}, C=-\frac{1}{6}, D=-\frac{1}{9}\right\}$$

Damit ergibt sich:

Define yp(x)=a×x^2+b×x+c+(A×x+B)×cos(x)+(C×x+D)×s▸

done

yp(x)

$$\frac{-x^2}{4}-\cos(x)\cdot\left(\frac{x}{6}+\frac{1}{18}\right)-\sin(x)\cdot\left(\frac{x}{6}+\frac{1}{9}\right)-\frac{x}{2}-\frac{3}{8}$$

nächster Schritt: Lösung des AWP:

$y(0)=\frac{1}{18}$, $y'(0)=\frac{-1}{3}$, $y''(0)=\frac{-7}{9}$

Define $y(x)=C1\cdot e^x+C2\cdot\cos(2\cdot x)+C3\cdot\sin(2\cdot x)-\frac{x^2}{4}-\frac{x}{2}-$▸

done

$$\left\{\begin{array}{l} y(x)=\frac{1}{18}\,|x=0 \\ \mathrm{diff}(y(x),x,1)=\frac{-1}{3}\,|x=0 \\ \mathrm{diff}(y(x),x,2)=\frac{-7}{9}\,|x=0 \end{array}\right|_{C1,C2,C3}$$

$$\left\{C1=\frac{7}{18}, C2=\frac{7}{72}, C3=\frac{1}{36}\right\}$$

Endergebnis AWP: yihom=yhom+yp

$$\mathbf{yhom}=\frac{7}{18}\cdot e^x+\frac{7}{72}\cdot\cos(2\cdot x)+\frac{1}{36}\cdot\sin(2\cdot x)$$

$$\mathbf{yp}=\frac{-x^2}{4}-\frac{x}{2}-\frac{3}{8}+\left(\frac{-x}{6}-\frac{1}{18}\right)\times\cos(x)+\left(\frac{-x}{6}-\frac{1}{9}\right)\times\sin(x)$$

4. Lösungsweg über Laplace-Transformation:
==

Eintrag y über Variablenmanager löschen!

$$\mathcal{L}_x\left(\frac{d^3}{dx^3}(y(x))-\frac{d^2}{dx^2}(y(x))+4\frac{d^1}{dx^1}(y(x))-4y(x)=x\times(x+\text{:}\blacktriangleright\right.$$

$$\int_0^\infty \frac{d^3}{dx^3}(y(x))\cdot e^{-p\cdot x}dx-\int_0^\infty \frac{d^2}{dx^2}(y(x))\cdot e^{-p\cdot x}dx+4\cdot\int_0^\infty \frac{d}{dx}(\blacktriangleright$$

laplace(y'''-y''+4y'-4y=x×(x+sin(x)),x,y,p)→BildGl

$$-p^2\cdot y(0)-p\cdot y'(0)-y''(0)+Lp\cdot p^3+p\cdot y(0)+y'(0)-Lp\cdot p^2-4\blacktriangleright$$

$$BildGl|\left\{y(0)=\frac{1}{18},\ y'(0)=\frac{-1}{3},\ y''(0)=\frac{-7}{9}\right\}\rightarrow BildAWP$$

$$Lp\cdot p^3-Lp\cdot p^2-\frac{p^2}{18}+4\cdot\left(Lp\cdot p-\frac{1}{18}\right)-4\cdot Lp+\frac{7\cdot p}{18}+\frac{4}{9}=\frac{2\cdot p}{\left(p^2+1\right.}\blacktriangleright$$

solve(BildAWP,Lp)

$$\left\{Lp=\frac{p^9-7\cdot p^8-2\cdot p^7-14\cdot p^6-7\cdot p^5+65\cdot p^4-4\cdot p^3+72\cdot p^2}{18\cdot p^3\cdot\left(p^3-p^2+4\cdot p-4\right)\cdot\left(p^2+1\right)^2}\blacktriangleright\right.$$

expand(getRight(ans),p)

$$\left\{\frac{7\cdot p+4}{72\cdot\left(p^2+4\right)}-\frac{2\cdot(p-1)}{3\cdot\left(p^2+1\right)}+\frac{11\cdot p-17}{18\cdot\left(p^2+1\right)}+\frac{7}{18\cdot(p-1)}-\frac{3}{8\cdot p}-\blacktriangleright\right.$$

$$\mathcal{L}'_p(ans[1])[x]$$

$$\frac{-\left(18\cdot x^2+12\cdot x\cdot\cos(x)+12\cdot x\cdot\sin(x)-28\cdot\cosh(x)-28\cdot\sin\blacktriangleright\right.}{}$$

expand(ans)

$$\frac{-x^2}{4}-\frac{x\cdot\cos(x)}{6}-\frac{x\cdot\sin(x)}{6}+\frac{7\cdot\cosh(x)}{18}+\frac{7\cdot\sinh(x)}{18}-\frac{\cos(}{18}\blacktriangleright$$

Define $y(x)=\frac{-x^2}{4}-\frac{x\cdot\cos(x)}{6}-\frac{x\cdot\sin(x)}{6}+\frac{7\cdot\cosh(x)}{18}+\frac{7\cdot:}{}\blacktriangleright$

done

collect(y(x),cos(x))

$$\cos(x)\cdot\left(\frac{-x}{6}-\frac{1}{18}\right)-\frac{x^2}{4}-\frac{x\cdot\sin(x)}{6}+\frac{7\cdot\cosh(x)}{18}+\frac{7\cdot\sinh(x)}{18}\blacktriangleright$$

collect(y(x),sin(x))

$$\sin(x)\cdot\left(\frac{-x}{6}-\frac{1}{9}\right)-\frac{x^2}{4}-\frac{x\cdot\cos(x)}{6}+\frac{7\cdot\cosh(x)}{18}+\frac{7\cdot\sinh(x)}{18}-\blacktriangleright$$

simplify$\left(\frac{7\cdot\cosh(x)}{18}+\frac{7\cdot\sinh(x)}{18}\right)$

$$\frac{7\cdot e^x}{18}$$

Endergebnis AWP: yihom=yhom+yp

yhom$=\frac{7}{18}\cdot e^x+\frac{7}{72}\cdot\mathbf{cos}(2\cdot x)+\frac{1}{36}\cdot\mathbf{sin}(2\cdot x)$

yp$=\frac{-x^2}{4}-\frac{x}{2}-\frac{3}{8}+\left(\frac{-x}{6}-\frac{1}{18}\right)\times\mathbf{cos(x)}+\left(\frac{-x}{6}-\frac{1}{9}\right)\times\mathbf{sin(x)}$

Download dieser eActivity:

http://www.informatik.htw-dresden.de/
~paditz/HeftE-1-21c.vcp