

Statistische Auswertungen

Teil 1: Kontinuierliche Merkmale

DIN

53804-1

ICS 03.120.30

Ersatz für
DIN 53804-1:1981-09

Statistical evaluation — Part 1: Continuous characteristics
Evaluation statistique — Partie 1: Caractères continus

Inhalt

	Seite		Seite
Vorwort	2	7.1 Vertrauensbereich für den Erwartungswert . . .	8
1 Anwendungsbereich	3	7.2 Vertrauensbereich für die Standardabweichung	8
2 Normative Verweisungen	3	7.3 Vertrauensbereich für die Differenz zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stich- proben	8
3 Begriffe	3	7.4 Vertrauensbereich für die Differenz zweier Erwartungswerte bei paarweise verbundenen Stichproben	9
4 Häufigkeitsverteilungen und ihre graphischen Darstellungen	3	8 Testen von Erwartungswerten und Varianzen bei Normalverteilung	9
4.1 Graphische Darstellung bei Einzelwerten	4	8.1 Vergleich eines Erwartungswertes mit einem vorgegebenen Wert	9
4.2 Graphische Darstellung bei Klasseneinteilung .	4	8.2 Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben	9
5 Kennwerte von Stichproben	6	8.3 Vergleich zweier Erwartungswerte bei paar- weise verbundenen Stichproben	10
5.1 Kennwerte zur Charakterisierung der mittleren Lage der Einzelwerte einer Stichprobe	6	8.4 Vergleich zweier Varianzen	10
5.1.1 Arithmetischer Mittelwert	6	9 Ausreißerverdächtige Einzelwerte und ihre Behandlung	10
5.1.2 Median	6	9.1 Ausreißertest nach Dixon	11
5.2 Kennwerte zur Charakterisierung der Streuung der Einzelwerte einer Stichprobe	6	9.2 Ausreißertest nach Grubbs	12
5.2.1 Varianz	6	Anhang A (normativ) Beispiele aus der Textiltechnik	13
5.2.2 Standardabweichung	6	Anhang B (normativ) Übersicht über die benutzten Formelzeichen	18
5.2.3 Variationskoeffizient	6	Anhang C (informativ) Literaturhinweise	19
5.2.4 Spannweite	7		
5.3 Berechnung von Mittelwert und Varianz aus Einzelwerten	7		
5.4 Berechnung von Mittelwert und Varianz bei Klasseneinteilung	7		
6 Testen auf Normalverteilung	7		
7 Vertrauensbereiche für Parameter der Normalverteilung	7		

Fortsetzung Seite 2 bis 19

Normenausschuss Qualitätsmanagement, Statistik und Zertifizierungsgrundlagen (NQSZ)
im DIN Deutsches Institut für Normung e. V.

Vorwort

Diese Norm enthält in logisch aufbauender Reihenfolge eine Zusammenstellung einfacher grundlegender statistischer Auswertungsverfahren. Sie sind in vielen Anwendungsbereichen (Technik, Landwirtschaft, Medizin u. a.) von Bedeutung, wenn mit Hilfe von Ergebnissen, die an einer Stichprobe aus einer Gesamtheit ermittelt werden, Aussagen über Merkmale der Gesamtheit selbst gemacht werden sollen.

Die Norm enthält im Anhang A eine exemplarische Anwendung der Verfahren aus dem Bereich der Textiltechnik.

Beispiele aus der chemischen Analytik finden sich in DIN 53804-1 Bbl. 1.

Die Vorgängernorm DIN 53804-1:1981-09 wurde als Folgeausgabe von DIN 53804:1961-01 gemeinsam vom Arbeitsausschuss NMP 544 „Statistische Fragen in der Textilprüfung“ und vom Ausschuss „Qualitätssicherung und Angewandte Statistik“ (AQS) im DIN erarbeitet.

Die Reihe DIN 53804 „Statistische Auswertungen“ besteht aus:

- Teil 1: Kontinuierliche Merkmale
- Teil 1 Bbl. 1: Messbare (kontinuierliche) Merkmale — Beispiele aus der chemischen Analytik
- Teil 2: Zählbare (diskrete) Merkmale
- Teil 3: Ordinalmerkmale
- Teil 4: Attributmerkmale
- Teil 13: Visuelle Beurteilung von Textilien durch Ordinalskalen

ANMERKUNG: Die in den Untertiteln von Teil 1 Bbl. 1, Teil 2 und Teil 4 noch enthaltenen nicht mehr empfohlenen Benennungen werden bei zukünftigen Überarbeitungen nach Maßgabe von DIN 55350-12 geändert.

Eine vollständige Neufassung war seinerzeit (1981) erforderlich, um die Entwicklungen der internationalen Normung zu berücksichtigen. Insbesondere wurde der frühere Begriff „Statistische Sicherheit $S = 1 - \alpha$ “ ersetzt durch die Begriffe „Vertrauensniveau $1 - \alpha$ “ bei Vertrauensbereichen bzw. „Signifikanzniveau α “ bei statistischen Tests. Der Begriff „Irrtumswahrscheinlichkeit“ sollte aus Gründen der Vereinheitlichung ebenfalls vermieden werden und ist deshalb in die vorliegende Norm nicht aufgenommen worden. Die Quantile der t - und F -Verteilung, die zur Abgrenzung von Vertrauensbereichen und bei Tests als kritische Werte zur Anwendung kommen, wurden früher als „Schwellenwerte“ bezeichnet. Dieser Begriff, der nicht mehr verwendet werden sollte, wird durch den Begriff „Tabellenwert“ ersetzt.

In der vorliegenden Norm sind keine Begriffsdefinitionen enthalten, weil diese in DIN 55350-21, DIN 55350-22, DIN 55350-23 und DIN 55350-24 sowie in DIN 13303-1 und DIN 13303-2 durch die Normenausschüsse „Qualitätsmanagement, Statistik und Zertifizierungsgrundlagen“ (NQSZ, früher AQS) sowie Technische Grundlagen (NATG) — Fachbereich A: „Einheiten und Formelgrößen“ (AEF) erarbeitet und zusammengestellt wurden. Diese Neuausgabe dient ausschließlich der in der Vorgängernorm angekündigten Anpassung an die genannten Begriffsnormen, und zwar ohne Inhaltsänderung.

Änderungen

Gegenüber DIN 53804-1:1981-09 wurden folgende Änderungen vorgenommen:

- a) Titel wurde geändert.
- b) Begriffe wurden angepasst.

Frühere Ausgaben

DIN DVM 3801-1: 1937-01, 1938-04
DIN DVM 3801-1 = DIN 53801-1: 1940-12
DIN 53804: 1955x-02, 1961-01
DIN 53804-1: 1981-09

1 Anwendungsbereich

Die Eigenschaften von Produkten oder Tätigkeiten werden durch Merkmale erfasst. Den Merkmalsausprägungen werden Werte einer jeweils geeigneten Skala zugeordnet. Die möglichen Skalenwerte sind

- bei kontinuierlichen Merkmalen in der Regel alle reellen Zahlen aus einem (endlichen oder unendlichen) Intervall (z. B. als Zahlenwerte von physikalischen Größen),
- bei diskreten Merkmalen einzelne, in der Regel gleichabständige Zahlen,
- bei Ordinalmerkmalen Merkmalskategorien, die einer Rangordnung folgen (z. B. glatt, etwas verknittert, stark verknittert),
- bei Nominalmerkmalen beliebig anordenbare Merkmalskategorien (z. B. rot, gelb, blau).

Kontinuierliche und diskrete Merkmale werden als quantitative, Ordinal- und Nominalmerkmale als qualitative Merkmale bezeichnet. Diese Merkmalsarten entsprechen den Grundbegriffen der Messtechnik: Messung, Zählen, Sortierung und Klassierung (siehe DIN 1319-1).

Da es im Allgemeinen nicht sinnvoll ist, Merkmalswerte an allen Einheiten einer Gesamtheit zu ermitteln, werden Stichproben gezogen und Kennwerte der Stichproben ermittelt.

Parameter der Wahrscheinlichkeitsverteilung, die das Verhalten des Merkmals in der Gesamtheit beschreiben, werden mit Hilfe von Kennwerten der Stichprobe geschätzt. Die Schätzung ist mit einer angebbaren Unsicherheit behaftet. Hypothesen über die durch eine Stichprobe untersuchte Gesamtheit können mittels statistischer Tests geprüft werden.

Diese Norm beschreibt statistische Verfahren, mit denen Merkmalswerte aufbereitet und Parameter der zugrundeliegenden Wahrscheinlichkeitsverteilung geschätzt oder getestet werden können.

Die statistischen Verfahren richten sich nach der benutzten Skalenart. Die Normreihe erscheint deshalb in 4 Teilen. DIN 53804-1 befasst sich mit kontinuierlichen Merkmalen. Diskrete Merkmale, Ordinalmerkmale und Nominalmerkmale sind in weiteren Teilen behandelt.

2 Normative Verweisungen

Diese Norm enthält durch datierte oder undatierte Verweisungen Festlegungen aus anderen Publikationen. Diese normativen Verweisungen sind an den jeweiligen Stellen im Text zitiert, und die Publikationen sind nachstehend aufgeführt. Bei datierten Verweisungen gehören spätere Änderungen oder Überarbeitungen dieser Publikationen nur zu dieser Norm, falls sie durch Änderung oder Überarbeitung eingearbeitet sind. Bei undatierten Verweisungen gilt die letzte Ausgabe der in Bezug genommenen Publikation.

DIN 1313
Größen

DIN 1319-1
Grundlagen der Messtechnik — Teil 1: Grundbegriffe

DIN 13303-1
Stochastik — Wahrscheinlichkeitstheorie, Gemeinsame Grundbegriffe der mathematischen und beschreibenden Statistik — Begriffe und Zeichen

DIN 13303-2
Stochastik — Mathematische Statistik — Begriffe und Zeichen

DIN 55303-2

Statistische Auswertung von Daten — Testverfahren und Vertrauensbereiche für Erwartungswerte und Varianzen

DIN 55350-12

Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik — Merkmalsbezogene Begriffe

DIN 55350-21

Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik — Begriffe der Statistik — Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen

DIN 55350-22

Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik — Begriffe der Statistik — Spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen

DIN 55350-23

Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik — Begriffe der Statistik — Beschreibende Statistik

DIN 55350-24

Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik — Begriffe der Statistik — Schließende Statistik

3 Begriffe

Die in der vorliegenden Norm benutzten statistischen Begriffe sind den Normen DIN 13303-1 und DIN 13303-2 sowie DIN 55350-12 und DIN 55350-21, DIN 55350-22, DIN 55350-23 und DIN 55350-24 zu entnehmen.

4 Häufigkeitsverteilungen und ihre graphischen Darstellungen

Ein Einzelwert ist ein bei einer einzelnen Ermittlung (z. B. einer Messung) gefundener Merkmalswert. Bei den in der vorliegenden Norm behandelten kontinuierlichen Merkmalen werden die Merkmalswerte auf einer kontinuierlichen Skala gemessen; jeder Zwischenwert zwischen zwei Merkmalswerten ist wiederum Merkmalswert.

ANMERKUNG: Bei physikalischen Größen nach DIN 1313 sind die Merkmalswerte Größenwerte. Jeder Größenwert ist ein Produkt aus Zahlenwert und Einheit. In dieser Norm werden bei den Berechnungen die Einzelwerte als Zahlenwerte behandelt, denen im Ergebnis die Einheit zugefügt wird.

Der Stichprobenumfang n ist die Anzahl der Einzelwerte x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) einer Stichprobe. Anstelle des Symbols x kann das im Fachgebiet gebräuchliche Zeichen verwendet werden.

Die Einzelwerte sind in der Reihenfolge, in der sie anfallen (Urliste), oft unübersichtlich. Werden sie nach aufsteigender Größe geordnet (Rangierung), entsteht eine Folge $x_{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, n$). Die Klammer des Index weist darauf hin, dass es sich um die nach aufsteigender Größe geordneten Einzelwerte handelt. Die zum Einzelwert x_i gehörende Nummer in der geordneten Folge ist seine Rangzahl.

Die Rangierung ist eindeutig, wenn alle Einzelwerte verschieden sind. Kommt ein Wert k -mal vor, können die zugehörigen k Rangzahlen z. B. in der Reihenfolge des Ermitteln dieses Wertes angeordnet werden. Bei der Rangierung wird also deutlich, wie häufig die einzelnen Merkmalswerte vorkommen (absolute Häufigkeit). Der Zusammenhang zwischen den Merkmalswerten und ihren Häufigkeiten wird als Verteilung der absoluten Häufigkeiten oder Häufigkeitsverteilung bezeichnet. Werden die

absoluten Häufigkeiten durch die Gesamtanzahl der Einzelwerte geteilt, ergeben sich die relativen Häufigkeiten.

Häufigkeitsverteilungen werden durch graphische Darstellungen anschaulich wiedergegeben.

4.1 Graphische Darstellung bei Einzelwerten

Werden die Einzelwerte als Punkte (oder mit anderen graphischen Zeichen) über einer geeignet geteilten Merkmalsachse dargestellt, so entsteht ein Punktdiagramm, z. B. in Bild 1 für die Einzelwerte (in einer beliebigen Einheit) 430, 405, 408, 437, 416, 426, 411, 416, 421, 408 mit den zugehörigen Rangzahlen 9, 1, 2, 10, 5, 8, 4, 6, 7, 3.

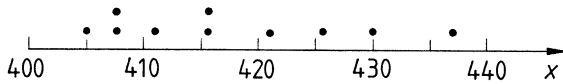


Bild 1: Punktdiagramm für Einzelwerte

Anschaulicher ist die Summentreppe, deren Sprünge bei den Einzelwerten liegen und deren Sprunghöhen gleich den Häufigkeiten (relativ oder absolut) der betreffenden Einzelwerte sind (siehe Bild 2). Die Summentreppe zeigt, wie viele oder wieviel Prozent der Einzelwerte kleiner als ein gewählter Wert oder ihm gleich sind. In Bild 2 sind z. B. 40 % der Werte kleiner oder gleich 411.

4.2 Graphische Darstellung bei Klasseneinteilung

Bei größerem Stichprobenumfang ($n > 30$) ist ein Zusammenfassen von Einzelwerten in Klassen (Intervallen) sinnvoll.

In dieser Norm wird nur der Fall behandelt, dass alle Klassen die gleiche Klassenweite haben.

Dabei sind die Klassengrenzen so festzulegen, dass jeder Einzelwert eindeutig zu einer Klasse gehört. Es wird emp-

fohlen, die Klassenweite w und damit die Anzahl der Klassen in Abhängigkeit von der Anzahl n der Einzelwerte und der Spannweite¹⁾ R_n nach

$$w \approx \frac{R_n}{\sqrt{n}} \quad \text{bei } 30 < n \leq 400 \quad (1)$$

und

$$w \approx \frac{R_n}{20} \quad \text{bei } n > 400 \quad (2)$$

zu wählen. Dabei sind die Klassengrenzen und die Rundung der Einzelwerte so aufeinander abzustimmen, dass möglichst wenige Einzelwerte auf die Klassengrenzen fallen.

Die Klassen werden in der vorliegenden Norm so festgelegt, dass die untere Klassengrenze zur Klasse gehört, die obere nicht; auch eine andere Festlegung kann zweckmäßig sein. Bei Übernahme fertiger Rechnerprogramme ist zu klären, wie die Klasseneinteilung erfolgt.

Die Anzahl n_j der in die Klasse j ($j = 1, 2, \dots, k$) fallenden Einzelwerte ist die absolute Häufigkeit in der betreffenden Klasse. Statt dieser kann die relative Häufigkeit

$$h_j = \frac{n_j}{n} \quad (3)$$

verwendet werden, die sich auch in % angeben lässt. Dabei ist die Gesamtanzahl n der Einzelwerte auszuweisen.

Werden über den Klassen Rechtecke mit den absoluten Häufigkeiten n_j oder den relativen Häufigkeiten h_j als Höhen aufgetragen, entsteht ein Histogramm (graphische Darstellung der Häufigkeitsverteilung). Das Histogramm liefert anschauliche Hinweise auf die Form der Verteilung (Symmetrie, Ausreißer usw.).

In Bild 3 sind die klassierten Einzelwerte der Tabelle 1 als Histogramm dargestellt. Die Gesamtanzahl n der Messwerte ist stets anzugeben.

1) siehe 5.2.4

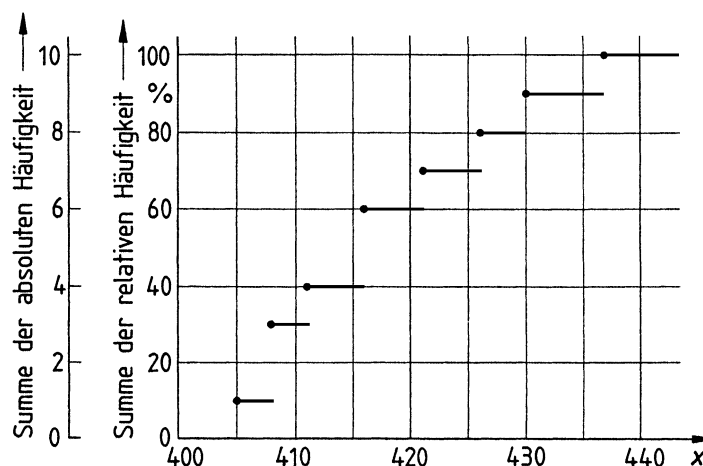


Bild 2: Summentreppe für Einzelwerte

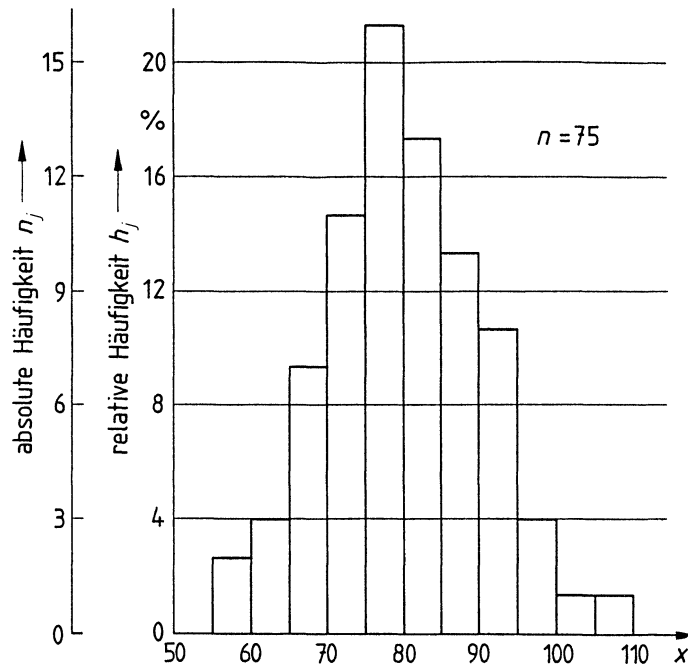


Bild 3: Histogramm für die klassierten Einzelwerte der Tabelle 1

Tabelle 1: Zahlenbeispiel für klassierte Einzelwerte (siehe auch Anhang A, A.2 und Tabelle A.2)

Klasse Nr. j	Klasse (Merkmal) (Einheit)	Obere Klassengrenze x_j	absolute Häufigkeit n_j	relative Häufigkeit h_j %	Summe der	
					absoluten Häufigkeit $G_j = \sum_{i=1}^j n_i$	relativen Häufigkeit $F_j = \sum_{i=1}^j \frac{n_i}{n}$ %
1	55 bis unter 60	60	2	2,67	2	2,67
2	60 bis unter 65	65	3	4,00	5	6,67
3	65 bis unter 70	70	7	9,33	12	16,00
4	70 bis unter 75	75	11	14,67	23	30,67
5	75 bis unter 80	80	16	21,33	39	52,00
6	80 bis unter 85	85	13	17,33	52	69,33
7	85 bis unter 90	90	10	13,33	62	82,67
8	90 bis unter 95	95	8	10,67	70	93,33
9	95 bis unter 100	100	3	4,00	73	97,33
10	100 bis unter 105	105	1	1,33	74	98,67
11	105 bis unter 110	110	1	1,33	75	100,00
	Summe		$n = 75$	100		

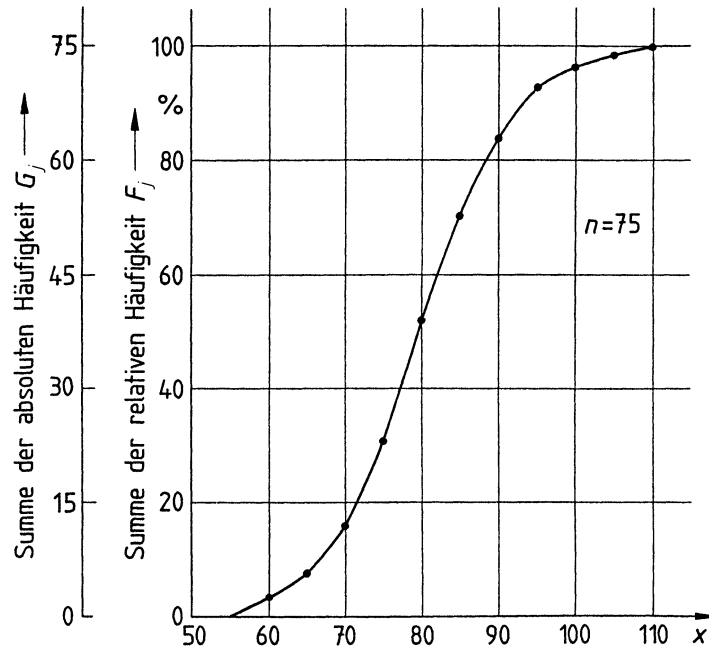


Bild 4: Summenlinie für die klassierten Einzelwerte der Tabelle 1

Die Summenlinie ist eine andere graphische Darstellung. Sie entsteht, wenn die Summen der Häufigkeiten (relativ F_j oder absolut G_j) über den oberen Klassengrenzen x_j aufgetragen und die Punkte durch Strecken verbunden werden (siehe Bild 4).

An der Summenlinie kann (relativ oder absolut) abgelesen werden, wie viele Einzelwerte kleiner oder gleich einem vorgegebenen Wert sind.

5 Kennwerte von Stichproben

Ein Kennwert der Stichprobe ist ein aus allen oder einigen Einzelwerten ermittelter Wert, der die Stichprobe charakterisiert.

Außer dem Stichprobenumfang n sind zwei Arten von Kennwerten gebräuchlich: die eine beschreibt die mittlere Lage, die andere die Streuung der Einzelwerte der Stichprobe.

5.1 Kennwerte zur Charakterisierung der mittleren Lage der Einzelwerte einer Stichprobe

5.1.1 Arithmetischer Mittelwert

Der arithmetische Mittelwert \bar{x} (kurz: Mittelwert) ist die Summe der Einzelwerte x_i der Stichprobe geteilt durch ihre Anzahl n .

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (4)$$

5.1.2 Median²⁾

Der Median \tilde{x} einer Stichprobe ist bei einer ungeraden Anzahl von Einzelwerten der Wert in der Mitte der Rangfolge:

$$\tilde{x} = x_{((n+1)/2)}; \quad n \text{ ungerade} \quad (5)$$

Bei einer geraden Anzahl n von Einzelwerten eines kontinuierlichen Merkmals wird der Median \tilde{x} durch das arithmetische Mittel der beiden Werte in der Mitte der Rangfolge definiert:

$$\tilde{x} = \frac{1}{2} (x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)}); \quad n \text{ gerade} \quad (6)$$

ANMERKUNG: Im Gegensatz zum arithmetischen Mittelwert hängt der Median von den Extremwerten der Stichprobe nicht ab.

5.2 Kennwerte zur Charakterisierung der Streuung der Einzelwerte einer Stichprobe

5.2.1 Varianz

Die Varianz s^2 einer Stichprobe ist die Summe der Quadrate der Abweichungen der Einzelwerte vom arithmetischen Mittelwert geteilt durch die Zahl der Freiheitsgrade $f = n - 1$.

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (7)$$

5.2.2 Standardabweichung

Die Standardabweichung s der Stichprobe ist die positive Wurzel aus der Varianz:

$$s = \sqrt{s^2} \quad (8)$$

Sie ist ein Maß für die Streuung der Einzelwerte x_i um den Mittelwert \bar{x} . Die Standardabweichung hat die Maßeinheit der Einzelwerte.

5.2.3 Variationskoeffizient

Unter der Voraussetzung, dass alle Einzelwerte der Stichprobe positiv sind, ist der Variationskoeffizient der Stichprobe der Quotient aus der Standardabweichung s und dem Mittelwert \bar{x} :

$$v = \frac{s}{\bar{x}} \quad (9)$$

Häufig wird der Variationskoeffizient in % angegeben.

ANMERKUNG: Bei zentrierten Zufallsgrößen (siehe DIN 55350-21) ist der Variationskoeffizient sinnlos.

2) Früher auch als Zentralwert bezeichnet.

5.2.4 Spannweite

Die Spannweite ist die Differenz zwischen dem größten und dem kleinsten Einzelwert der Stichprobe

$$R_n = x_{\max} - x_{\min} = x_{(n)} - x_{(1)} \quad (10)$$

ANMERKUNG: Da die Spannweite von den Extremwerten abhängt, werden mitunter die Quasispannweiten verwendet.

Die erste Quasispannweite ist gegeben durch $x_{(n-1)} - x_{(2)}$, die zweite Quasispannweite durch $x_{(n-2)} - x_{(3)}$ usw.

5.3 Berechnung von Mittelwert und Varianz aus Einzelwerten

Es ist empfehlenswert, den Mittelwert nach Formel (4) und die Varianz nach der Formel

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right] \quad (11)$$

zu berechnen oder mittels einer Transformation

$$y_i = c(x_i - a) \quad (12)$$

mit zweckmäßig gewählten Hilfswerten a und c nach

$$\bar{x} = a + \frac{1}{cn} \sum_{i=1}^n y_i \quad (13)$$

und

$$s^2 = \frac{1}{c^2(n-1)} \left[\sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right] \quad (14)$$

Die Standardabweichung ergibt sich nach Formel (8) (siehe auch A.1).

Um Fehler zu vermeiden, dürfen die verwendeten Summen nicht gerundet werden. Bei Übernahme fertiger Rechnerprogramme ist Vorsicht geboten.

5.4 Berechnung von Mittelwert und Varianz bei Klasseneinteilung

Zur Berechnung von Mittelwert und Varianz bzw. Standardabweichung kann eine etwa in der Mitte der Häufigkeitsverteilung gelegene Klasse mit ihrer Klassenmitte (untere Klassengrenze plus halbe Klassenweite) als Hilfswert a gewählt und dieser Klasse die Nummer 0 gegeben werden.

Von dort ausgehend werden die Klassen (nach kleiner werdenden Einzelwerten hin negativ, nach größer werdenden hin positiv) mit ganzen Zahlen z_j beziffert und \bar{x} und s^2 nach den Formeln

$$\bar{x} = a + \frac{w}{n} \sum_{j=1}^k z_j n_j \quad (15)$$

und

$$s^2 = \frac{w^2}{(n-1)} \left[\sum_{j=1}^k z_j^2 n_j - \frac{1}{n} \left(\sum_{j=1}^k z_j n_j \right)^2 \right] \quad (16)$$

berechnet (siehe auch A.2).

6 Testen auf Normalverteilung

Für das Berechnen von Vertrauensbereichen und Testen von Hypothesen wird in diesem Teil der vorliegenden Norm vorausgesetzt, dass die Einzelwerte der betrachteten Gesamtheit normalverteilt sind. Bei kontinuierlichen Merkmalen wird diese Annahme in vielen Fällen — mindestens näherungsweise — erfüllt sein. Statistische Tests auf Vorliegen einer Normalverteilung sind in der Literatur beschrieben.

Einfach und anschaulich kann die Voraussetzung der Normalverteilung durch die graphische Darstellung der Summenlinie im Wahrscheinlichkeitsnetz geprüft werden. Dieses Netz hat eine verzerrte Ordinatenenteilung derart, dass die Summenlinie eines normalverteilten Merkmals eine Gerade ergibt. Ergeben die Summen der Häufigkeiten, im Wahrscheinlichkeitsnetz aufgetragen, näherungsweise eine Gerade, so ist das ein Indiz dafür, dass die empirische Verteilung durch eine Normalverteilung beschrieben werden kann. Die Kennwerte der Stichprobe lassen sich in diesem Fall dem Wahrscheinlichkeitsnetz leicht entnehmen [2]. Siehe Beispiel von Tabelle 1 im Bild 5.

Bei kleinen Stichproben kann die Summenlinie nach dem Verfahren von Henning/Wartmann ermittelt werden, das statt der Summen der relativen Häufigkeiten die der Größe nach geordneten Einzelwerte verwendet [2], [3].

Bei Abweichung von der Normalverteilung sind die Auswertungsregeln der Abschnitte 8 und 9 oft noch brauchbar, wenn die Einzelwerte passend transformiert werden, d. h. wenn nicht die Einzelwerte selbst, sondern z. B. ihre Wurzeln, Kehrwerte oder Logarithmen benutzt werden und diese näherungsweise einer Normalverteilung folgen.

7 Vertrauensbereiche für Parameter der Normalverteilung

Die Kennwerte \bar{x} , s^2 , s , v der Stichprobe vom Umfang n dienen als Schätzwerte für die entsprechenden Parameter, Erwartungswert μ , Varianz σ^2 , Standardabweichung σ , Variationskoeffizient der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Merkmals in der Gesamtheit, also in dieser Norm der Normalverteilung des Merkmals.

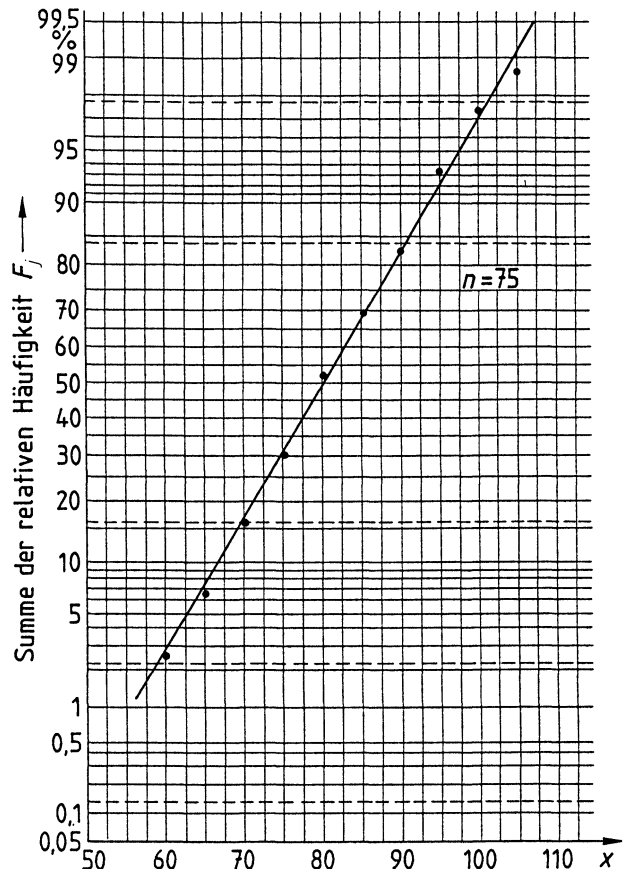


Bild 5: Summen der relativen Häufigkeiten und Näherungsgerade

Da ein Schätzwert im allgemeinen von dem zu schätzenden Parameter mehr oder weniger abweicht, wird außer dem Schätzwert noch ein Vertrauensbereich für den Parameter angegeben, der mit Hilfe von Kennwerten der Stichprobe berechnet wird. Dieser Bereich einschließlich seiner Grenzen, der oberen und der unteren Vertrauensgrenze, schließt den unbekannt Parameter mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit ein, dem Vertrauensniveau $1 - \alpha$. Das bedeutet: Wird der Vertrauensbereich für einen Parameter sehr oft unter denselben Voraussetzungen ermittelt, so wird mit dem Anteil $1 - \alpha$ der Fälle eine zutreffende Aussage gemacht: Beim Anteil α der Fälle schließt der Vertrauensbereich den Parameter nicht ein. Das Vertrauensniveau ist nach technischen und wirtschaftlichen Gesichtspunkten vor Beginn der Untersuchung festzulegen. Gebräuchlich sind Werte $1 - \alpha = 0,95$ und $1 - \alpha = 0,99$.

7.1 Vertrauensbereich für den Erwartungswert

Der Vertrauensbereich für den Erwartungswert μ wird bei unbekannter Standardabweichung σ aus Mittelwert und Standardabweichung s einer Stichprobe vom Umfang n berechnet. Bei zweiseitiger Abgrenzung gilt auf dem Vertrauensniveau $1 - \alpha$:

$$\bar{x} - W \leq \mu \leq \bar{x} + W, \quad (17)$$

wobei

$$W = t_{f; 1 - \alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (18)$$

der Abstand der Vertrauensgrenzen vom Mittelwert der Stichprobe ist. Der Vertrauensbereich hat demnach die Weite $2W$. Der Zahlenfaktor $t_{f; 1 - \alpha/2}$ ist für das Vertrauensniveau $1 - \alpha = 0,95$ in Tabelle 2, zweiseitige Abgrenzung, in Abhängigkeit von der Zahl der Freiheitsgrade $f = n - 1$ aufgeführt (siehe auch A.3).

Bei einseitiger Abgrenzung (z. B. $\mu \leq \bar{x} + W$) und oder bei bekannter Standardabweichung σ wird der Vertrauensbereich nach anderen Formeln berechnet, vergleiche z. B. [3]. Ausführliche Tabellen der Zahlenwerte für $t_{f; 1 - \alpha/2}$ bzw. $t_{f; 1 - \alpha}$ — auch für andere Vertrauensniveaus — sind in DIN 55303-2 und in der Fachliteratur zu finden, z. B. [3].

7.2 Vertrauensbereich für die Standardabweichung

Mit der Standardabweichung s einer Stichprobe von n Einzelwerten lassen sich Vertrauensgrenzen angeben, die die Standardabweichung σ auf vorgegebenem Vertrauensniveau $1 - \alpha$ einschließen:

$$x_u \cdot s \leq \sigma \leq x_o \cdot s \quad (19)$$

Für das Vertrauensniveau $1 - \alpha = 0,95$, zweiseitige Abgrenzung, stehen die Faktoren x_u und x_o in der Tabelle 3 (siehe auch A.4).

Ausführliche Tabellen für x_u und x_o — auch für andere Vertrauensniveaus — sind in der Fachliteratur zu finden.

7.3 Vertrauensbereich für die Differenz zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben

Unter der Voraussetzung, dass die Varianzen σ_1^2 und σ_2^2 von zwei Normalverteilungen unbekannt, aber gleich sind, ergibt sich aus zwei unabhängigen Stichproben mit den Kennwerten n_1, \bar{x}_1, s_1^2 und n_2, \bar{x}_2, s_2^2 der Vertrauensbereich für die unbekannte Differenz $\mu_1 - \mu_2$ der Erwartungswerte der beiden Normalverteilungen auf dem Vertrauensniveau $1 - \alpha$ zu

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{f; 1 - \alpha/2} \cdot s^* \leq \mu_1 - \mu_2 \leq (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{f; 1 - \alpha/2} \cdot s^* \quad (20)$$

mit

$$s^* = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)} \quad (21)$$

Tabelle 2: Tabellenwerte der t -Verteilung für das Vertrauensniveau $1 - \alpha = 0,95$ oder das Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$

f	zweiseitige Abgrenzung	einseitige Abgrenzung
	$t_{f; 0,975}$	$t_{f; 0,95}$
2	4,30	2,92
3	3,18	2,35
4	2,78	2,13
5	2,57	2,02
6	2,45	1,94
7	2,36	1,89
8	2,31	1,86
9	2,26	1,83
10	2,23	1,81
12	2,18	1,78
14	2,14	1,76
16	2,12	1,75
18	2,10	1,73
20	2,09	1,72
25	2,06	1,71
30	2,04	1,70
50	2,01	1,68
100	1,98	1,66
≥ 500	1,96	1,65

Tabelle 3: x -Faktoren zu Formel (19) für das Vertrauensniveau $1 - \alpha = 0,95$ oder das Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$

n	x_u	x_o
3	0,52	6,28
4	0,57	3,73
5	0,60	2,87
6	0,62	2,45
8	0,66	2,04
10	0,69	1,83
12	0,71	1,70
15	0,73	1,58
20	0,76	1,46
30	0,80	1,34
50	0,84	1,25
100	0,88	1,16
200	0,91	1,11
500	0,94	1,07
1 000	0,96	1,05
5 000	0,98	1,02

Für das Vertrauensniveau $1 - \alpha = 0,95$ kann der Wert $t_{f; 1 - \alpha/2}$ mit $f = n_1 + n_2 - 2$ der Tabelle 2, zweiseitige Abgrenzung, entnommen werden (siehe auch A.5).

7.4 Vertrauensbereich für die Differenz zweier Erwartungswerte bei paarweise verbundenen Stichproben

Sind die Einzelwerte zweier Stichproben einander paarweise zugeordnet, wird der Vertrauensbereich der unbekanntes Differenz $\mu_1 - \mu_2$ der Erwartungswerte mittels der n Einzeldifferenzen

$$d_i = x_{1i} - x_{2i} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (22)$$

berechnet. Er wird bei unbekannter Standardabweichung σ_d der Differenzen auf dem Vertrauensniveau $1 - \alpha$ wiedergegeben durch

$$\bar{d} - t_{f; 1 - \alpha/2} \cdot \frac{s_d}{\sqrt{n}} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq \bar{d} + t_{f; 1 - \alpha/2} \cdot \frac{s_d}{\sqrt{n}} \quad (23)$$

mit

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i \quad (24)$$

und

$$s_d = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n d_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n d_i \right)^2 \right]} \quad (25)$$

Für das Vertrauensniveau $1 - \alpha = 0,95$ ist der Wert $t_{f; 1 - \alpha/2}$ mit $f = n - 1$ in der Tabelle 2, zweiseitige Abgrenzung, angegeben (siehe auch A.6).

8 Testen von Erwartungswerten und Varianzen bei Normalverteilung

Eine Vermutung über die Wahrscheinlichkeitsverteilung oder einen ihrer Parameter lässt sich mit Hilfe eines statistischen Tests prüfen. Dabei wird in der Regel das Gegenteil der Vermutung als Nullhypothese H_0 aufgestellt, der die Vermutung selbst als Alternativhypothese H_1 gegenübergestellt wird.

Lautet die Vermutung beispielsweise, dass sich zwei Materialien hinsichtlich eines betrachteten Merkmals im Mittel unterscheiden, werden folgende Hypothesen formuliert:

Nullhypothese H_0 : Der Erwartungswert des Merkmals ist bei beiden Materialien gleich.

Alternativhypothese H_1 : Der Erwartungswert des Merkmals ist bei beiden Materialien verschieden.

Soll das Erfüllen einer vorgegebenen Forderung geprüft werden, dann wird das Erfüllen der Forderung als Nullhypothese H_0 , das Nichterfüllen als Alternativhypothese H_1 aufgestellt.

Mit Hilfe von Kennwerten der Stichproben wird festgestellt, ob die Nullhypothese auf einem vorgegebenen Signifikanzniveau α zugunsten der Alternativhypothese zu verwerfen ist (womit diese zur Arbeitshypothese wird) oder nicht.

Das Signifikanzniveau ist nach technischen und wirtschaftlichen Gesichtspunkten vor Beginn der Untersuchung festzulegen (gebräuchlich sind die Werte $\alpha = 0,05$ und $\alpha = 0,01$). Es gibt die maximale Wahrscheinlichkeit für den Fehler erster Art an [3], d. h. dafür, dass die Nullhypothese verworfen wird, obwohl sie richtig ist.

8.1 Vergleich eines Erwartungswertes mit einem vorgegebenen Wert

Mit diesem Vergleich wird geprüft, ob der (unbekannte) Erwartungswert μ von einem Wert μ_0 abweicht. μ_0 kann ein

vorgegebener Wert oder ein aus früheren Untersuchungen resultierender Erfahrungswert sein.

Der Nullhypothese

$$H_0: \mu = \mu_0 \quad (26)$$

wird die Alternativhypothese

$$H_1: \mu \neq \mu_0 \quad (27)$$

gegenübergestellt.

Es liegt ein zweiseitiger Text vor, denn H_0 wird geprüft gegen die Hypothese

$$\mu < \mu_0 \text{ oder } \mu > \mu_0$$

Um festzustellen, ob die Nullhypothese zu verwerfen ist, wird bei unbekannter Standardabweichung σ aus den Kennzahlen \bar{x} , s und n einer Stichprobe der Prüfwert

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s} \sqrt{n} \quad (28)$$

gebildet. Ist dieser Prüfwert dem Betrag nach größer als der Tabellenwert $t_{f; 1 - \alpha/2}$ mit $f = n - 1$ Freiheitsgraden, wird die Nullhypothese zugunsten der Alternativhypothese H_1 verworfen. Diese Aussage erfolgt auf dem Signifikanzniveau α .

Ist $|t| \leq t_{f; 1 - \alpha/2}$, kann die Nullhypothese nicht verworfen werden; das bedeutet nicht, dass die Aussage $\mu = \mu_0$ wahr ist. Ob die Nullhypothese $\mu = \mu_0$ als Arbeitshypothese beibehalten werden kann, richtet sich nach den jeweiligen Gegebenheiten. Tabellenwerte $t_{f; 1 - \alpha/2}$ sind für $\alpha = 0,05$ in Tabelle 2, zweiseitige Abgrenzung, aufgeführt (siehe auch A.7).

Das Signifikanzniveau berücksichtigt nur die Fehlermöglichkeit bei einem statistischen Test (Ablehnen einer zutreffenden Nullhypothese, Fehler erster Art). Weitere Fehlermöglichkeiten (z. B. Nichtverwerfen einer falschen Nullhypothese, Fehler zweiter Art) sind in der Fachliteratur beschrieben, z. B. [3] und DIN 55303-2.

Ein einseitiger Test ergibt sich, wenn geprüft wird, ob der unbekanntes Erwartungswert μ einen vorgegebenen Wert μ_0 überschreitet. Die Nullhypothese ist dann $H_0: \mu \leq \mu_0$ und die Alternativhypothese $H_1: \mu > \mu_0$. Der Prüfwert t wird nach Formel (28) berechnet und mit einem Tabellenwert $t_{f; 1 - \alpha}$ verglichen, der für das Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$ und für $f = n - 1$ Freiheitsgrade in der Tabelle 2, einseitige Abgrenzung, aufgeführt ist. Die Nullhypothese wird auf dem Signifikanzniveau α verworfen, wenn $t > t_{f; 1 - \alpha}$; andernfalls kann die Nullhypothese nicht verworfen werden (siehe auch A.8).

Wenn auf Unterschreiten eines vorgegebenen Wertes μ_0 geprüft werden soll, ist die Nullhypothese $H_0: \mu \geq \mu_0$ und die Alternativhypothese $H_1: \mu < \mu_0$. Die Nullhypothese wird verworfen, wenn $t < t_{f; 1 - \alpha}$.

8.2 Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben

Es liegen zwei unabhängige Stichproben mit den Kennwerten n_1, \bar{x}_1, s_1 und n_2, \bar{x}_2, s_2 vor, die Normalverteilungen mit gleichen, aber unbekanntes Varianzen entstammen. Zum Vergleich der unbekanntes Erwartungswerte μ_1 und μ_2 (Nullhypothese $H_0: \mu_1 = \mu_2$) wird der Prüfwert

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s^*} \quad (29)$$

gebildet. s^* wird nach Formel (21) berechnet.

Die Nullhypothese wird zugunsten der Alternativhypothese ($H_1: \mu_1 \neq \mu_2$) verworfen, wenn der Prüfwert t dem Betrag nach größer als der Tabellenwert $t_{f; 1 - \alpha/2}$ mit $f = n_1 + n_2 - 2$ ist.

Für das Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$ wird der Tabellenwert der Tabelle 2, zweiseitige Abgrenzung, entnommen (siehe auch A.9).

8.3 Vergleich zweier Erwartungswerte bei paarweise verbundenen Stichproben

Lassen sich die Einzelwerte von zwei Messreihen gleichen Umfangs ($n_1 = n_2 = n$) einander paarweise zuordnen, wird der Vergleich der Erwartungswerte mit den Differenzen d_i der n Wertepaare durchgeführt. Hier liegt ein zweiseitiger Test mit der Nullhypothese $H_0: (\mu_1 - \mu_2) = 0$ und der Alternativhypothese $H_1: (\mu_1 - \mu_2) \neq 0$ vor.

Bei unbekannter Standardabweichung σ_d der Differenzen wird der Prüfwert

$$t = \frac{\bar{d}}{s_d} \sqrt{n} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{\sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n d_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n d_i \right)^2 \right]}} \quad (30)$$

mit \bar{d} und s_d nach den Formeln (24) und (25) berechnet und mit dem Tabellenwert $t_{f;1-\alpha/2}$ mit $f = n - 1$ verglichen, der aus Tabelle 2, zweiseitige Abgrenzung, für das Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$ entnommen wird.

Ist $|t| > t_{f;1-\alpha/2}$, wird die Nullhypothese H_0 zugunsten der Alternativhypothese H_1 verworfen (siehe auch A.10).

8.4 Vergleich zweier Varianzen

Es liegen zwei Stichproben vor, die aus Normalverteilungen stammen. Die Ungleichheit der unbekannt Varianzen σ_1^2 und σ_2^2 soll geprüft werden, d. h. die Nullhypothese $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ gegen die Alternativhypothese $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$.

Als Prüfwert wird das Verhältnis der beiden Stichprobenvarianzen gebildet:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \quad (31)$$

Die Stichproben werden so numeriert, dass die größere Varianz s_1^2 im Zähler steht, damit F stets größer als Eins ist. Die Nullhypothese (Gleichheit der Varianzen) wird verworfen, wenn der Prüfwert F den Tabellenwert $F_{f_1;f_2;1-\alpha/2}$ übersteigt. Mit f_1 sind die Freiheitsgrade der im Zähler, mit f_2 die der im Nenner stehenden Varianz bezeichnet.

Für das Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$ sind die Tabellenwerte $F_{f_1;f_2;1-\alpha/2}$ der Tabelle 4 zu entnehmen (siehe auch A.11).

Ausführlichere Tabellen der Werte $F_{f_1;f_2;1-\alpha/2}$ — auch für andere Signifikanzniveaus — finden sich in der Fachliteratur, z. B. [3].

Außer diesem zweiseitigen Test hat der einseitige Vergleich zweier Varianzen besondere Bedeutung in der Varianzanalyse [3]. Der Nullhypothese $H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$ wird die Alternativhypothese $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ gegenübergestellt und der Prüfwert F nach Formel (31) berechnet. s_2^2 ist in diesem Falle nicht die kleinere der Varianzen, sondern die Restvarianz (siehe [3]). Ist $F > F_{f_1;f_2;1-\alpha/2}$, wird die Nullhypothese auf dem Signifikanzniveau verworfen. Für das Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$ sind die Tabellenwerte $F_{f_1;f_2;1-\alpha/2}$ in der Tabelle 5 zusammengestellt.

Ausführlichere Tabellen der Werte $F_{f_1;f_2;1-\alpha/2}$ — auch für andere Signifikanzniveaus — finden sich in der Fachliteratur, z. B. [3].

9 Ausreißerverdächtige Einzelwerte und ihre Behandlung

Bei der Auswertung von Messreihen können Einzelwerte, die von den übrigen Einzelwerten stark abweichen, d. h. ausreißerverdächtige Einzelwerte, das Ergebnis verfälschen; sie sind deshalb vorab besonders zu betrachten. Lassen sich Messfehler, Rechenfehler, Schreib- und Datenerfassungsfehler nachweisen, sind diese Fehler zu korrigieren, wenn die richtigen Einzelwerte vorliegen; andernfalls sind sie bei der Auswertung wegzulassen. Herausfallende Einzelwerte, die nachweislich durch Verfahrensänderungen, Maschinenumstellungen usw. verursacht sind, werden bei der weiteren Auswertung nicht berücksichtigt. Im Auswerteprotokoll sind alle weggelassenen Einzelwerte und der Grund für ihr Nichtberücksichtigen anzugeben.

Ist das starke Abweichen von Einzelwerten so nicht zu begründen, kann ein Ausreißertest angewandt werden. Er gestattet die Feststellung, ob ein abweichender Einzelwert noch der Gesamtheit zuzuordnen ist, aus der die anderen Einzelwerte stammen.

Wird anhand des Tests festgestellt, dass eine zufällige Abweichung nicht anzunehmen ist, wird der herausfallende Einzelwert als Ausreißer bezeichnet und kann in der weiteren Auswertung weggelassen werden. Im Auswerteprotokoll ist anzugeben, dass dieser Einzelwert durch einen Ausreißertest geprüft und eliminiert wurde. Die wiederholte Anwendung eines Ausreißertests auf die verbleibenden Einzelwerte ist nicht zugelassen. Weist z. B. ein Punktdiagramm darauf hin, dass mehrere Einzelwerte ausreißerverdächtig sind, ist ein Test zur gleichzeitigen Eliminierung mehrerer Ausreißer anzuwenden.

Tabelle 4: Tabellenwerte der F -Verteilung für den zweiseitigen Test mit $\alpha = 0,05$

f_2	F						
	$f_1 = 4$	$f_1 = 5$	$f_1 = 6$	$f_1 = 8$	$f_1 = 12$	$f_1 = 24$	$f_1 = 500$
4	9,60	9,36	9,20	8,98	8,75	8,51	8,27
5	7,39	7,15	6,98	6,76	6,52	6,28	6,03
6	6,23	5,99	5,82	5,60	5,37	5,12	4,86
7	5,52	5,29	5,12	4,90	4,67	4,41	4,16
8	5,05	4,82	4,65	4,43	4,20	3,95	3,68
9	4,72	4,48	4,32	4,10	3,87	3,61	3,35
10	4,47	4,24	4,07	3,85	3,62	3,37	3,09
12	4,12	3,89	3,73	3,51	3,28	3,02	2,74
15	3,80	3,58	3,41	3,20	2,96	2,70	2,41
20	3,51	3,29	3,13	2,91	2,68	2,41	2,10
30	3,25	3,03	2,87	2,65	2,42	2,14	1,81
60	3,01	2,79	2,63	2,41	2,17	1,88	1,51
120	2,89	2,67	2,52	2,30	2,05	1,76	1,35
500	2,81	2,59	2,43	2,22	1,97	1,67	1,19

Beim Verarbeiten vieler Einzelwerte auf Rechenanlagen können ausreißerverdächtige Einzelwerte durch Plausibilitätsprüfungen mittels Toleranzen erkannt werden.

In jedem Fall können die mittlere Lage durch den ausreißerunabhängigen Median und die Streuung durch eine der ausreißerunempfindlichen Quasispannweiten charakterisiert werden. Diese Kennwerte empfehlen sich, wenn grundsätzliche Erwägungen das Weglassen von Einzelwerten verbieten.

9.1 Ausreißertest nach Dixon

Bei normalverteilten Einzelwerten wird in dieser Norm für Stichprobenumfänge $n \leq 29$ der Test nach Dixon empfohlen, mit dem geprüft wird, ob der größte (der kleinste) Einzelwert als Ausreißer angesehen werden kann. Dazu werden die Einzelwerte nach aufsteigendem Wert geordnet und ein Prüfwert nach einer der Formeln errechnet, die in der Tabelle 6 in Abhängigkeit von n zusammengestellt

Tabelle 5: Tabellenwerte der F -Verteilung für den einseitigen Test mit $\alpha = 0,05$

f_2	F						
	$f_1 = 4$	$f_1 = 5$	$f_1 = 6$	$f_1 = 8$	$f_1 = 12$	$f_1 = 24$	$f_1 = 500$
4	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,64
5	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,37
6	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,68
7	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,24
8	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,94
9	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,72
10	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,55
12	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,51	2,31
15	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,08
20	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,86
30	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,64
60	2,53	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,41
120	2,45	2,29	2,18	2,02	1,83	1,61	1,27
500	2,39	2,23	2,12	1,96	1,77	1,54	1,16

Tabelle 6: Tabellenwerte und Formeln zur Berechnung der Prüfwerte für den Ausreißertest nach Dixon

Stichprobenumfang n	Tabellenwerte für Signifikanzniveau		Prüfwerte für Ausreißer	
	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$	nach unten	nach oben
3	0,941	0,988		
4	0,765	0,889	$\frac{x_{(2)} - x_{(1)}}{x_{(n)} - x_{(1)}}$	$\frac{x_{(n)} - x_{(n-1)}}{x_{(n)} - x_{(1)}}$
5	0,642	0,780		
6	0,560	0,698		
7	0,507	0,637		
8	0,554	0,683	$\frac{x_{(2)} - x_{(1)}}{x_{(n-1)} - x_{(1)}}$	$\frac{x_{(n)} - x_{(n-1)}}{x_{(n)} - x_{(2)}}$
9	0,512	0,635		
10	0,477	0,597		
11	0,576	0,679	$\frac{x_{(3)} - x_{(1)}}{x_{(n-1)} - x_{(1)}}$	$\frac{x_{(n)} - x_{(n-2)}}{x_{(n)} - x_{(2)}}$
12	0,546	0,642		
13	0,521	0,615		
14	0,546	0,641		
15	0,525	0,616		
16	0,507	0,595		
17	0,490	0,577		
18	0,475	0,561		
19	0,462	0,547		
20	0,450	0,535		
21	0,440	0,524	$\frac{x_{(3)} - x_{(1)}}{x_{(n-2)} - x_{(1)}}$	$\frac{x_{(n)} - x_{(n-2)}}{x_{(n)} - x_{(3)}}$
22	0,430	0,514		
23	0,421	0,505		
24	0,413	0,497		
25	0,406	0,489		
26	0,399	0,482		
27	0,393	0,475		
28	0,387	0,469		
29	0,381	0,463		

sind. Übersteigt bei dem gewählten Signifikanzniveau α der berechnete Prüfwert den Tabellenwert, so kann der extreme Einzelwert als Ausreißer angesehen werden (siehe auch A.12).

9.2 Ausreißertest nach Grubbs

Bei normalverteilten Einzelwerten wird in dieser Norm für Stichprobenumfänge $n \geq 30$ das Verfahren von Grubbs herangezogen, mit dem geprüft wird, ob der größte (kleinste) Einzelwert als Ausreißer angesehen werden kann.

Der jeweilige Prüfwert

$$\frac{x_{(n)} - \bar{x}}{s} \text{ beim größten Einzelwert und}$$

$$\frac{\bar{x} - x_{(1)}}{s} \text{ beim kleinsten Einzelwert}$$

wird mit dem Tabellenwert verglichen, der in Tabelle 7³⁾ in Abhängigkeit von n angegeben ist. \bar{x} und s werden aus der vorliegenden Stichprobe einschließlich des ausreißerverdächtigen Einzelwertes errechnet. Übersteigt bei dem gewählten Signifikanzniveau α der berechnete Prüfwert den Tabellenwert, so kann der untersuchte größte (kleinste) Einzelwert als Ausreißer angesehen werden (siehe auch A.13).

Tabelle 7: Tabellenwerte zum Ausreißertest von Grubbs³⁾

Stichprobenumfang n	Tabellenwerte für Signifikanzniveau	
	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$
30	2,745	3,103
35	2,811	3,178
40	2,866	3,240
45	2,914	3,292
50	2,956	3,336
55	2,992	3,376
60	3,025	3,411
65	3,055	3,442
70	3,082	3,471
75	3,107	3,496
80	3,130	3,521
85	3,151	3,543
90	3,171	3,563
95	3,189	3,582
100	3,207	3,600
105	3,224	3,617
110	3,239	3,632
115	3,254	3,647
120	3,267	3,662
125	3,281	3,675
130	3,294	3,688
135	3,306	3,700
140	3,318	3,712
145	3,328	3,723

3) Die Tabellen für die kritischen Werte des Grubbs-Tests in DIN ISO 5725-2 und DIN 53804-1 enthalten unterschiedliche Werte für dasselbe Signifikanzniveau, weil DIN ISO 5725-2 einen zweiseitigen Test behandelt, während DIN 53804-1 einen einseitigen Test behandelt.

Anhang A (normativ) Beispiele aus der Textiltechnik

A.1 Beispiel zu 5.3. Berechnung von Mittelwert und Varianz aus Einzelwerten:

Drehungsermittlungen an einem Garn

Bei der Drehungsermittlung an einem Garn ergeben sich die in Tabelle A.1 aufgeführten zehn Einzelwerte.

Ergebnisse:

Berechnung mit Hilfe der Einzelwerte:

Nach Formel (4): Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{1}{10} 4178 = 417,8$$

nach Formel (11): Varianz

$$s^2 = \frac{1}{9} \left(1746572 - \frac{1}{10} 4178^2 \right) = 111,5$$

Berechnung mittels der Hilfswerte:

Nach Formel (13): Mittelwert

$$\bar{x} = 420 + \frac{1}{10} (-22) = 417,8$$

nach Formel (14): Varianz

$$s^2 = \frac{1}{9} \left[1052 - \frac{1}{10} (-22)^2 \right] = 111,5$$

Nach Formel (8): Standardabweichung

$$s = \sqrt{111,5} = 10,6$$

nach Formel (9): Variationskoeffizient

$$v = \frac{10,6}{417,8} = 0,025 \text{ bzw. } 2,5\%$$

Werden die Einzelwerte nach aufsteigendem Wert geordnet, ergibt sich die Folge 405, 408, 408, 411, 416, 416, 421, 426, 430, 437 mit dem Median nach Formel (6).

$$\tilde{x} = \frac{1}{2} (416 + 416) = 416$$

und der Spannweite nach Formel (10)

$$R_{10} = 437 - 405 = 32$$

bzw. der ersten Quasispannweite

$$430 - 408 = 22$$

Das Ergebnis lautet:

Anzahl der Messungen: 10

Mittlere Drehung: 417,8 Drehungen/m

Standardabweichung: 10,6 Drehungen/m

Variationskoeffizient: 2,5%

Median: 416 Drehungen/m

Spannweite: 32 Drehungen/m

Erste Quasispannweite: 22 Drehungen/m.

A.2 Beispiel zu 5.4. Berechnung von Mittelwert und Varianz bei Klasseneinteilung:

Ermittlung der Bruchkraft F_B eines Garnes

Die von einem Garn stammenden 75 Einzelwerte der Bruchkraft F_B liegen zwischen 55 cN und 108 cN (Zentineuton). Nach Formel (1) würde sich eine Klassenweite

$$w \approx \frac{53}{\sqrt{75}} = 6,12$$

ergeben, die hier auf den glatten Wert 5 cN festgelegt wird.

Die Einteilung der Einzelwerte in diese Klassen führt zu der in der Tabelle A.2 klassierten Häufigkeitsverteilung. In die Tabelle sind gleichzeitig die zur Auswertung benötigten Daten aufgenommen.

Tabelle A.1: Rechenschema bei Vorliegen von Einzelwerten

1	2	3	4	5
Nr. der Messung	Einzelwert Drehung/m		unter Verwendung der Hilfswerte $a = 420$ und $c = 1$	
i	x_i	x_i^2	y_i	y_i^2
1	430	184 900	+ 10	100
2	405	164 025	- 15	225
3	408	166 464	- 12	144
4	437	190 969	+ 17	289
5	416	173 056	- 4	16
6	426	181 476	+ 6	36
7	411	168 921	- 9	81
8	416	173 056	- 4	16
9	421	177 241	+ 1	1
10	408	166 464	- 12	144
	$\sum x_i$ = 4178	$\sum x_i^2$ = 1 746 572	$\sum y_i$ = - 56 + 34 = - 22	$\sum y_i^2$ = 1 052

Ergebnisse:

Nach Formel (15): Mittelwert

$$\bar{x} = 77,5 + \frac{5}{75} \cdot 38 = 77,5 + 2,5 = 80$$

nach Formel (16): Varianz

$$s^2 = \frac{52}{74} \left(332 - \frac{1}{75} \cdot 38^2 \right) = 106$$

nach Formel (8): Standardabweichung

$$s = 10,3$$

nach Formel (9): Variationskoeffizient

$$v = \frac{10,3}{80} = 0,129 \text{ bzw. } 12,9\%$$

Das Ergebnis lautet:

Anzahl der Messungen: 75

Mittlere Bruchkraft F_B : 80 cN

Standardabweichung: 10,3 cN

Variationskoeffizient: 12,9%

A.3 Beispiel zu 7.1. Vertrauensbereich für den Erwartungswert:

Vertrauensbereich für den Erwartungswert der Drehung

Für die Einzelwerte des Beispiels A.1 ($n = 10$; $\bar{x} = 417,8$; $s = 10,6$) ist nach Formel (18) und Tabelle 2 (zweiseitige Abgrenzung)

$$W = t_{9; 0,975} \frac{10,6}{\sqrt{10}} = 2,26 \frac{10,6}{\sqrt{10}} = 7,6$$

Der Vertrauensbereich erstreckt sich somit von $417,8 - 7,6$ bis $417,8 + 7,6$. Die mittlere Drehung des Garns (Erwartungswert) ist somit auf einem Vertrauensniveau $1 - \alpha = 0,95$ zwischen 410,2 und 425,4 Drehungen/m zu erwarten.

A.4 Beispiel zu 7.2. Vertrauensbereich für die Standardabweichung:

Vertrauensbereich für die Standardabweichung der Drehung

Für die Einzelwerte des Beispiels A.1 ($n = 10$; $\bar{x} = 417,8$; $s = 10,6$) ist nach Formel (19) und nach Tabelle 3

$$\sigma_o = \kappa_o \cdot s = 1,83 \cdot 10,6 = 19,4$$

$$\sigma_u = \kappa_u \cdot s = 0,69 \cdot 10,6 = 7,3$$

Der Vertrauensbereich für die Standardabweichung der Drehung des Garnes erstreckt sich auf dem Vertrauensniveau $1 - \alpha = 0,95$ demnach von 7,3 bis 19,4 Drehungen/m.

A.5 Beispiel zu 7.3. Vertrauensbereich für die Differenz zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben:

Titerermittlung an Außen- und Innenlagen von Spulen

An je 50 Fäden aus der Innenlage und aus der Außenlage von Spulen wurden die Titer in dtex gemessen und aus den Einzelwerten Mittelwerte und Standardabweichungen berechnet:

Innenlage $n_1 = 50, \bar{x}_1 = 153,4; s_1 = 4,4$;

Außenlage $n_2 = 50, \bar{x}_2 = 150; s_2 = 4,3$.

Ein Vergleich der Erwartungswerte nach 8.2 ergab bei $\alpha = 0,05$ einen signifikanten Titerunterschied zwischen Außen- und Innenlage.

Für diesen Unterschied soll der Vertrauensbereich bei einem Vertrauensniveau $1 - \alpha = 0,95$ angegeben werden.

Nach Formel (21) ist

$$s^{*2} = \frac{49 \cdot 19,36 + 49 \cdot 18,49}{50 + 50 - 2} \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{50} \right) = 0,7570$$

$$s^* = 0,8701$$

und damit nach Formel (20)

$$(153,4 - 150) - t_{f; 1 - \alpha/2} \cdot 0,87 \leq \mu_1 - \mu_2$$

$$\leq (153,4 - 150) + t_{f; 1 - \alpha/2} \cdot 0,87$$

Nach Tabelle 2 ist $t_{f; 1 - \alpha/2} = t_{(50+50-2); 0,975} = 1,98$. Der Vertrauensbereich für die unbekannte Differenz der Erwartungswerte beträgt auf dem Vertrauensniveau $1 - \alpha = 0,95$

$$3,4 - 1,98 \cdot 0,87 \leq \mu_2 - \mu_1 \leq 3,4 + 1,98 \cdot 0,87$$

also

$$1,68 \leq \mu_2 - \mu_1 \leq 5,12$$

Tabelle A.2: Rechenschema bei Vorliegen von klassierten Einzelwerten

Klassen-Nr. j	Klasse Bruchkraft in cN	Obere Klassengrenze x_j	Strichliste	absolute Häufigkeit n_j	z_j	$z_j \cdot n_j$	$z_j^2 \cdot n_j$	relative Häufigkeit h_j in %	Summe der absoluten Häufigkeit $G_j = \sum_{i=1}^j n_i$	Summe der relativen Häufigkeit $F_j = \sum_{i=1}^j \frac{n_i}{n}$ in %
1	55 bis unter 60	60		2	-4	-8	32	2,67	2	2,67
2	60 bis unter 65	65		3	-3	-9	27	4,00	5	6,67
3	65 bis unter 70	70		7	-2	-14	28	9,33	12	10,00
4	70 bis unter 75	75		11	-1	-11	11	14,67	23	30,67
5	75 bis unter 80	80		16	0	0	0	21,33	39	52,00
6	80 bis unter 85	85		13	+1	13	13	17,33	52	69,33
7	85 bis unter 90	90		10	+2	20	40	13,33	62	82,67
8	90 bis unter 95	95		8	+3	24	72	10,67	70	93,33
9	95 bis unter 100	100		3	+4	12	48	4,00	73	99,33
10	100 bis unter 105	105		1	+5	5	25	1,33	74	98,67
11	105 bis unter 110	110		1	+6	6	36	1,33	75	100,00
			Summe	75		38	332	≈ 100		

A.6 Beispiel zu 7.4. Vertrauensbereich für die Differenz zweier Erwartungswerte bei paarweise verbundenen Stichproben:

$$-0,389 - 0,094 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq -0,389 + 0,094$$

$$-0,48 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq -0,29$$

Vergleich zweier Geräte zur Messung der Bruchkraft

Auf zwei Prüfgeräten wurden für 28 Spulen Bruchkraftwerte gemessen, die in Tabelle A.3 zusammengestellt sind.

Aus den Einzelwerten x_{1i} und x_{2i} werden nach Formel (22) die Differenzen d_i und deren Quadrate d_i^2 gebildet und aufsummiert.

Nach Formel (24) folgt

$$\bar{d} = \frac{-10,9}{28} = -0,389$$

und nach Formel (25)

$$s_d^2 = \frac{1}{28-1} \left(5,83 - \frac{(-10,9)^2}{28} \right) = 0,0588$$

$$s_d = \sqrt{0,0588} = 0,2425$$

Auf dem Vertrauensniveau $1 - \alpha = 0,95$ ist nach Tabelle 2 $t_{f; 1 - \alpha/2} = t_{28-1; 0,975} = 2,05$. Der Vertrauensbereich für die Differenz der Erwartungswerte ist nach Formel (23)

$$-0,389 - 2,05 \frac{0,2425}{\sqrt{28}} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq -0,389 + 2,05 \frac{0,2425}{\sqrt{28}}$$

A.7 Beispiel zu 8.1. Vergleich eines Erwartungswertes mit einem vorgegebenen Wert:

Vergleich des Erwartungswertes der Drehung eines Garnes mit einem vorgegebenen Wert (zweiseitiger Test)

Anhand der Einzelwerte von Beispiel A.1 soll festgestellt werden, ob bei dem untersuchten Garn die mittlere Drehung mit dem vorgegebenen Wert 430 Drehungen/m übereinstimmt.

Nach Formel (28) ergibt sich

$$t = \frac{417,8 - 430}{10,6} \sqrt{10} = -3,64$$

Die Zahl der Freiheitsgrade ist $f = 10 - 1 = 9$. Als Signifikanzniveau wird $\alpha = 0,05$ gewählt. Der zugehörige Tabellenwert ist $t_{9; 0,975} = 2,26$, also gilt $|t| > t_{9; 0,975}$. Somit wird auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$ die Nullhypothese H_0 verworfen. Die mittlere Drehung des Garnes weicht vom vorgegebenen Wert signifikant (nicht zufällig) ab.

A.8 Beispiel zu 8.1. Vergleich eines Erwartungswertes mit einem vorgegebenen Wert:

Vergleich des Erwartungswertes der Zwihrndrehung mit einem vorgegebenen Wert (einseitiger Test)

Tabelle A.3: Bruchkraftwerte von zwei Prüfgeräten

Spule Nr. <i>i</i>	Bruchkraft daN		Differenz	
	Prüfgerät 1 x_{1i}	Prüfgerät 2 x_{2i}	d_i	d_i^2
1	12,8	13,3	-0,5	0,25
2	12,9	13,4	-0,6	0,36
3	13,2	14,0	-0,8	0,64
4	13,2	13,6	-0,4	0,16
5	13,2	13,3	-0,1	0,01
6	13,1	13,3	-0,2	0,04
7	12,5	13,9	-0,4	0,16
8	13,3	13,2	+0,1	0,01
9	12,8	13,1	-0,3	0,09
10	12,8	13,5	-0,7	0,49
11	12,8	13,2	-0,4	0,16
12	13,2	13,4	-0,2	0,04
13	13,0	13,4	-0,4	0,16
14	13,4	13,4	0	0
15	13,0	13,2	-0,2	0,04
16	13,2	13,6	-0,4	0,16
17	13,1	13,4	-0,3	0,09
18	13,1	13,2	-0,8	0,64
19	13,0	13,9	+0,1	0,01
20	13,1	13,4	-0,3	0,09
21	13,1	13,6	-0,5	0,25
22	12,8	13,4	-0,6	0,36
23	13,0	13,6	-0,6	0,36
24	13,2	13,6	-0,4	0,16
25	13,1	13,7	-0,6	0,36
26	13,2	13,6	-0,4	0,16
27	12,8	13,5	-0,7	0,49
28	12,9	13,2	-0,3	0,09
Summe	364,1	375,0	-10,9	5,83

Zwischen Lieferant und Kunde war vereinbart worden, dass die mittlere Zwirndrehung, d. h. der Erwartungswert μ der Zwirndrehung (Einspannlänge 50 cm), einen Höchstwert von 145 Drehungen/m ($\mu_0 = 72,5$ Drehungen/50 cm) nicht überschreiten darf. Die Nullhypothese lautet also $H_0: \mu \leq \mu_0$, die Alternativhypothese $H_1: \mu > \mu_0$. Die Prüfung soll mit $n = 15$ Einzelwerten auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$ erfolgen.

Folgende 15 Einzelwerte (Drehungen/50 cm) wurden gefunden:

76	67	75
73	69	75
72	72	77
73	72	78
73	75	78

Mit einem Mittelwert $\bar{x} = 73,67$ und einer Standardabweichung $s = 3,11$ ergibt sich nach Einsetzen in Formel (28) der Prüfwert

$$t = \frac{73,67 - 72,5}{3,11} \cdot \sqrt{15} = 1,45$$

Da der errechnete Prüfwert unter dem Tabellenwert $t_{14; 0,95} = 1,76$ (nach Tabelle 2) liegt, wird die Nullhypothese nicht verworfen. Daher kann auf dem gewählten Signifikanzniveau nicht geschlossen werden, dass der Erwartungswert der Zwirndrehung den vorgegebenen Wert signifikant überschreitet, obwohl der festgestellte Stichprobenmittelwert (zufällig) oberhalb des vorgegebenen Wertes liegt.

A.9 Beispiel zu 8.2. Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben:

Prüfung eines Materials vor und nach einer festgelegten Behandlung

Bei der Materialprüfung wurden folgende Ergebnisse gefunden:

Unbehandeltes Material:

$$n_1 = 30; \bar{x}_1 = 259; s_1 = 16,7.$$

Behandeltes Material:

$$n_2 = 25; \bar{x}_2 = 268; s_2 = 19,8.$$

Nach Formel (21) ergibt sich

$$s^* = \sqrt{\frac{(30-1)16,7^2 + (25-1)19,8^2}{30+25-2} \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{25}\right)} = 4,92$$

und nach Formel (29):

$$t = \frac{259 - 268}{4,92} = -1,829$$

Nach Tabelle 2, zweiseitige Abgrenzung, ergibt sich für $f = 30 + 25 - 2 = 53$ ein Wert $t_{53; 0,975} = 2,01$. Da $|t| < t_{53; 0,975}$ ist, wird die Nullhypothese nicht verworfen. Ein Einfluss der durchgeführten Behandlung lässt sich mit den vorliegenden Einzelwerten auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$ nicht feststellen.

A.10 Beispiel zu 7.3. Vergleich zweier Erwartungswerte bei paarweise verbundenen Stichproben:

Vergleich von zwei Methoden zur Ermittlung des Wassergehaltes von Textilien

Von 20 Proben wurde zunächst mit einem Leitfähigkeitsmessgerät (T), anschließend mit Hilfe des Konditionierofens (K) der Wassergehalt in % ermittelt. In der Tabelle A.4 sind die gefundenen Werte aufgeführt. Es soll geprüft werden, ob beide Methoden übereinstimmende Ergebnisse liefern.

Nach Formel (30) ergibt sich der Prüfwert

$$t = \frac{9,1}{\sqrt{\frac{1}{19} \left[11,29 - \frac{1}{20} 9,1^2 \right]}} = 14,83.$$

Tabelle A.4: Wassergehalt in % nach zwei verschiedenen Messverfahren

Wassergehalt bei Verfahren		Differenz	
K	T	d_i	d_i^2
11,1	11,0	0,1	0,01
14,8	14,0	0,8	0,64
14,9	15,0	-0,1	0,01
15,1	15,0	0,1	0,01
15,2	15,0	0,2	0,04
17,8	17,0	0,8	0,64
16,7	17,0	-0,3	0,09
17,0	16,0	1,0	1,00
16,8	17,0	-0,2	0,04
18,0	17,6	0,4	0,16
17,5	16,0	1,5	2,25
17,7	16,3	1,4	1,96
16,1	16,4	-0,3	0,09
17,5	16,5	1,0	1,00
17,7	18,1	-0,4	0,16
17,8	16,5	1,3	1,69
17,9	18,0	-0,1	0,01
18,3	18,1	0,2	0,04
18,4	17,5	0,9	0,81
18,4	17,6	0,8	0,64
Summe		$\sum d_i = +9,1$	$\sum d_i^2 = 11,29$

Er ist größer als der Tabellenwert $t_{19; 0,975} = 2,10$ aus Tabelle 2, zweiseitige Abgrenzung. Auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$ ist die Nullhypothese zu verwerfen. Somit kann geschlossen werden, dass die beiden Messmethoden in diesem Fall nicht übereinstimmen.

A.11 Beispiel zu 8.4. Vergleich zweier Varianzen:

Vergleich der Varianzen vor und nach einer durchgeführten Behandlung

Die Varianzen der beiden Messreihen des Beispiels A.9 sollen verglichen werden. Nach Formel (31) ergibt sich ein Wert

$$F = \frac{19,8^2}{16,7^2} = 1,41$$

der kleiner als der entsprechende Tabellenwert $F_{24, 29; 0,975} = 2,17$ mit 24 und 29 Freiheitsgraden ist (der Wert 2,17 wurde durch Interpolation der Werte 2,14 und 2,41 aus Tabelle 4 gefunden). Ein Einfluss der durchgeführten Behandlung auf die Varianzen ist auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$ nicht erkennbar.

A.12 Beispiel zu 9.1. Ausreißertest nach Dixon:

Chromgehalt eines chromschwarz gefärbten Wollgarns

Der Chromgehalt eines chromschwarz gefärbten Wollgarns wurde viermal ermittelt:

- 0,53 %
- 0,59 %
- 0,41 %
- 0,58 %

Der kleinste Wert $x_{(1)} = 0,41\%$ wird als ausreißerverdächtig angesehen. Da keine Erklärung für diesen niedrigen

Wert vorliegt, wird der Dixon-Test auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$ angewandt. Nach Tabelle 6 ist für $n = 4$ mit $x_{(1)}$ als ausreißerverdächtigem Einzelwert der Prüfwert für Ausreißer nach unten

$$\frac{x_{(2)} - x_{(1)}}{x_{(n)} - x_{(1)}} = \frac{0,53 - 0,41}{0,59 - 0,41} = 0,667$$

kleiner als der Tabellenwert 0,765. Der ausreißerverdächtige kleinste Wert $x_{(1)} = 0,41$ darf also auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$ nicht als Ausreißer angesehen und fortgelassen werden.

A.13 Beispiel zu 9.2. Ausreißertest nach Grubbs:

Nass-Bruchkraft eines Streichgarns

In einer Reihe von Vergleichsversuchen sind an einem Streichgarn 30 Werte der Nass-Bruchkraft in cN gefunden worden:

1 220	786	1 144	900	1 322	1 140
910	1 146	1 138	1 140	1 270	1 124
1 188	1 310	1 064	1 124	1 122	1 382
1 262	1 080	1 018	1 140	1 012	1 308
1 196	1 124	1 202	1 030	1 164	1 282

Der kleinste Wert $x_{(1)} = 786$ könnte ein Ausreißer sein und wird deshalb mit dem Grubbs-Test auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$ geprüft. Der Prüfwert (siehe 8.2)

$$\frac{\bar{x} - x_{(1)}}{s} = \frac{1 141,6 - 786}{132,2} = 2,68$$

ist kleiner als der zugehörige Tabellenwert 2,745 aus Tabelle 7. Der auffällig abweichende kleinste Wert der Stichprobe darf also nicht als Ausreißer fortgelassen werden.

Anhang B (normativ)

Übersicht über die benutzten Formelzeichen

a, c	Hilfswerte zur Berechnung von \bar{x} und s	s_i^2	Varianz der i -ten Stichprobe
d_i	Differenz des i -ten Wertepaares paarweise verbundener Stichproben	t	Prüfwert bei vorliegender t -Verteilung
\bar{d}	arithmetischer Mittelwert der Differenzen d_i	$t_{f; 1-\alpha}$	$(1-\alpha)$ -Quantil der t -Verteilung (Tabellenwerte der t -Verteilung)
f, f_1, f_2	Zahl der Freiheitsgrade	$t_{f; 1-\alpha/2}$	$(1-\alpha/2)$ -Quantil der t -Verteilung (Tabellenwerte der t -Verteilung)
F	Prüfwert bei vorliegender F -Verteilung	v	Variationskoeffizient der Stichprobe
$F_{f_1; f_2; 1-\alpha}$	$(1-\alpha)$ -Quantil der F -Verteilung (Tabellenwerte der F -Verteilung)	W	Abstand der Vertrauensgrenzen vom Mittelwert der Stichprobe
$F_{f_1; f_2; 1-\alpha/2}$	$(1-\alpha/2)$ -Quantil der F -Verteilung (Tabellenwerte der F -Verteilung)	w	Klassenweite
F_j	Summe der relativen Häufigkeiten bis zur j -ten Klasse (einschließlich)	x_i	i -ter Einzelwert
G_j	Summe der absoluten Häufigkeiten bis zur j -ten Klasse (einschließlich)	$x_{(i)}$	i -ter Einzelwert in aufsteigend geordneter Reihenfolge
h_j	relative Häufigkeit der j -ten Klasse	x_j	obere Klassengrenze der j -ten Klasse
H_0	Nullhypothese	x_{\max}	größter Einzelwert der Stichprobe
H_1	Alternativhypothese	x_{\min}	kleinster Einzelwert der Stichprobe
i	laufender Index für Einzelwerte oder Stichproben	\bar{x}	arithmetischer Mittelwert der Einzelwerte einer Stichprobe
j	laufender Index für Klassen	\tilde{x}	Median der Einzelwerte einer Stichprobe
k	Anzahl der Klassen	y_i	i -ter transformierter Einzelwert
n	Anzahl der Einzelwerte einer Stichprobe	z_j	transformierte Klassenmitte zur Berechnung von \bar{x} und s bei Klasseneinteilung
n_i	Anzahl der Einzelwerte der i -ten Stichprobe	α	Signifikanzniveau beim Testen von Hypothesen
n_j	Anzahl der Einzelwerte der j -ten Klasse	$1-\alpha$	Vertrauensniveau beim Berechnen von Vertrauensbereichen
R_n	Spannweite der n Einzelwerte einer Stichprobe	V	Variationskoeffizient in der Gesamtheit
s	Standardabweichung der Stichprobe	x_o, x_u	Faktor zur Berechnung der oberen bzw. unteren Grenze des Vertrauensbereiches für die Standardabweichung in der Gesamtheit
s_d	Standardabweichung der Differenzen paarweise verbundener Stichproben	μ	Erwartungswert in der Gesamtheit
s^*	Standardabweichung der Differenz der Mittelwerte zweier unabhängiger Stichproben	μ_0	vorgegebener Wert oder Erfahrungswert
s_i	Standardabweichung der i -ten Stichprobe	σ^2	Varianz in der Gesamtheit
s^2	Varianz der Stichprobe	σ	Standardabweichung in der Gesamtheit

Anhang C (informativ)

Literaturhinweise

- DIN 53803-1
Probenahme — Statistische Grundlagen der Probenahme bei einfacher Aufteilung
- DIN 53803-2
Probenahme — Praktische Durchführung
- DIN 55303-2 Bbl. 1
Statistische Auswertung von Daten — Operationscharakteristiken von Tests für Erwartungswerte und Varianzen
- DIN 55303-5
Statistische Auswertung von Daten — Bestimmung eines statistischen Anteilsbereichs
- DIN 55350-11
Begriffe zu Qualitätsmanagement und Statistik — Teil 11: Begriffe des Qualitätsmanagements
- DIN 55350-13
Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik — Begriffe zur Genauigkeit von Ermittlungsverfahren und Ermittlungsergebnissen
- DIN 55350-14
Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik — Begriffe der Probenahme
- DIN 55350-31
Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik — Begriffe der Annahmestichprobenprüfung
- DIN ISO 5725-1
Genauigkeit (Richtigkeit und Präzision) von Messverfahren und Messergebnissen — Teil 1: Allgemeine Grundlagen und Begriffe (ISO 5725-1:1994)
- ISO 3534-1
Statistics — Vocabulary and symbols — Part 1: Probability and general statistical terms
- ISO 3534-2
Statistics — Vocabulary and symbols — Part 2: Statistical quality control
- ISO 5725-2
Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results — Part 2: Basic method for the determination of repeatability and reproducibility of a standard measurement method
- ISO 5725-3
Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results — Part 3: Intermediate measures of the precision of a standard measurement method
- ISO 5725-4
Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results — Part 4: Basic methods for the determination of the trueness of a standard measurement method
- ISO 5725-6
Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results — Part 6: Use in practice of accuracy values
- ISO 5479
Statistical interpretation of data — Tests for departure from the normal distribution
- ASTM E 1047
Standard Recommended Practice for Dealing with Outlying Observations
- NEN⁴⁾ 1047
Receptbladen voor de statistische verwerking van waarnemingen
- [1] Begriffe zum Qualitätsmanagement; Deutsche Gesellschaft für Qualität e. V., Frankfurt/Main, 6. Auflage 1995, DGQ 11-04
- [2] Auswertblatt mit Wahrscheinlichkeitsnetz zum grafischen Auswerten (annähernd) normalverteilter Werte; Deutsche Gesellschaft für Qualität e. V., Frankfurt/Main, DGQ 18-170
- [3] U. Graf, H.-J. Hennig, K. Stange, P.-Th. Wilrich: Formeln und Tabellen der angewandten Statistik; Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, 3. Auflage 1987

4) Nederlands Normalisatie Instituut

Berichtigungen zu DIN 53804-1:2002-04

Berichtigung 1
zu
DIN 53804-1

Es wird empfohlen, auf der betroffenen Norm einen Hinweis auf diese Berichtigung zu machen.

ICS 03.120.30

Corrigenda to DIN 53804-1:2002-04

Corrigenda à DIN 53804-1:2002-04

In

DIN 53804-1:2002-04,
Statistische Auswertungen – Teil 1: Kontinuierliche Merkmale

lautet die Formel (30) im Abschnitt 8.3 richtig:

$$t = \frac{\bar{d}}{s_d} \sqrt{n} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{\sqrt{\frac{n}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n d_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n d_i \right)^2 \right]}} \quad (30)$$

Normenausschuss Qualitätsmanagement, Statistik und Zertifizierungsgrundlagen (NQSZ)
im DIN Deutsches Institut für Normung e. V.

DIN 53804-1 Berichtigung 2

ICS 03.120.30

Es wird empfohlen, auf der betroffenen Norm
einen Hinweis auf diese Berichtigung zu
machen.

**Statistische Auswertungen –
Teil 1: Kontinuierliche Merkmale,
Berichtigungen zu DIN 53804-1:2002-04**

Statistical evaluation –
Part 1: Continuous characteristics,
Corrigenda to DIN 53804-1:2002-04

Évaluation statistique –
Partie 1: Caractères continus,
Corrigenda à DIN 53804-1:2002-04

Gesamtumfang 2 Seiten

Normenausschuss Qualitätsmanagement, Statistik und Zertifizierungsgrundlagen (NQSZ) im DIN



In

DIN 53804-1:2002-04

sind folgende Korrekturen vorzunehmen:

8.1 Vergleich eines Erwartungswertes mit einem vorgegebenen Wert, letzte Zeile

Die Formel lautet richtig:

$$t < -t_{f; 1-\alpha}$$

A.10 Vergleich von zwei Methoden zur Ermittlung des Wassergehaltes von Textilien

Die Formel lautet richtig:

$$t = \frac{9,1}{\sqrt{\frac{20}{19} \left[11,29 - \frac{1}{20} 9,1^2 \right]}} = 3,32$$

Anhang B Übersicht über die benutzten Formelzeichen

Bei z_j lautet es im Text richtig „transformierte“ statt „tranformierte“.