Prof. Dr. Ludwig Paditz, 23.11.2022,

Einführung in die ClassPad-Software

==================================

Folgende inhaltlichen Schwerpunkte sind vorgesehen:

- Integralrechnung und Differenzialrechnung mit CAS
- Taylorentwicklung
- Differenzialgleichungen und Differenzengleichungen
- Stochastik: Verteilungsfunktionen und Quantile
- Statistik: Konfidenzintervalle und Tests
- Grafik: 2D-Grafik, 3D-Grafik, statistische Grafiken

Die genannten Schwerpunkte werden anhand von Beispielen erläutert, die als elektronische Aktivitäten (eActivities) generiert werden: Textverarbeitung und Rechnen sowie Hintergrundfenster in einem Dokument.

1. Integralrechnung und Differenzialrechnung mit CAS

1.1 Lösen Sie das folgende Integral mittels Partialbruchzerlegung

$$\int \frac{4x^3}{x^3+2x^2-x-2}dx$$

$$\frac{-32\cdot\ln(|x+2|)}{3}+2\cdot\ln(|x+1|)+\frac{2\cdot\ln(|x-1|)}{3}+4\cdot x$$

alternativ: mit Integationskonstante

$$\mathrm{dSolve}\left(y'=\frac{4x^3}{x^3+2x^2-x-2},x,y\right)$$

$$\left\{y=\frac{-32\cdot\ln(|x+2|)}{3}+2\cdot\ln(|x+1|)+\frac{2\cdot\ln(|x-1|)}{3}+4\cdot x+\mathrm{const}(1)\right\}$$

schrittweise:

Ansatz PBZ per Hand:

$$\mathrm{expand}\left(\frac{4x^3}{x^3+2x^2-x-2},x\right)$$

$$\frac{-32}{3\cdot(x+2)}+\frac{2}{x+1}+\frac{2}{3\cdot(x-1)}+4$$

zuerst die ganzrationale Funktion abspalten:

$$\mathrm{simplify}\left(\frac{4x^3}{x^3+2x^2-x-2}-4\right)$$

$$\frac{-4\cdot(2\cdot x^2-x-2)}{(x+2)\cdot(x+1)\cdot(x-1)}$$

$$\frac{-4\cdot(2\cdot x^2-x-2)}{(x+2)\cdot(x+1)\cdot(x-1)}=\frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-1}$$

$$\frac{-4\cdot(2\cdot x^2-x-2)}{(x+2)\cdot(x+1)\cdot(x-1)}=\frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-1}$$

Multiplikation mit Hauptnenner:

$$-4\cdot(2\cdot x^2-x-2)=(\frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-1})*((x+2)\cdot(x+1)\cdot(x-1))$$

$$-4\cdot(2\cdot x^2-x-2)=(x+2)\cdot(x+1)\cdot(x-1)\cdot\left(\frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-1}\right)$$

expand(ans, x)⇒Gl1

$$-4\cdot(2\cdot x^2-x-2)=A\cdot x^2+B\cdot x^2+C\cdot x^2+B\cdot x+3\cdot C\cdot x-A-2\cdot B+2\cdot C$$

Gl1 gilt für jedes x:

Gl1 | x=−3

$$-76=8\cdot A+4\cdot B+2\cdot C$$

Gl1 | x=0

$$8=-A-2\cdot B+2\cdot C$$

Gl1 | x=1

$$4=6\cdot C$$

Gleichungssystem lösen:

$$\left\{\begin{array}{l}Gl1|x=-3\\Gl1|x=0\\Gl1|x=1\end{array}\right|_{A,B,C}$$

$$\left\{A=-\frac{32}{3}, B=2, C=\frac{2}{3}\right\}$$

$$\frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-1}\;|\;\left\{A=-\frac{32}{3}, B=2, C=\frac{2}{3}\right\}$$

$$\frac{-32}{3\cdot(x+2)}+\frac{2}{x+1}+\frac{2}{3\cdot(x-1)}$$

Integrieren:

$$\begin{bmatrix} \int_{\square}^{\square} \frac{-32}{3\cdot(x+2)}dx \\ \int_{\square}^{\square} \frac{2}{3\cdot(x-1)}dx \\ \int_{\square}^{\square} \frac{2}{x+1}dx \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{-32\cdot\ln(|x+2|)}{3} \\ \frac{2\cdot\ln(|x-1|)}{3} \\ 2\cdot\ln(|x+1|) \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{dotP}\left(\mathrm{ans},\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}\right)+c$$

$$\frac{-32\cdot\ln(|x+2|)}{3}+2\cdot\ln(|x+1|)+\frac{2\cdot\ln(|x-1|)}{3}+c$$

1.2 Berechnen Sie die folgenden Werte der Ableitungen:

$y=\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$, $y'(0)=?$, $y''(0)=?$.

Lösung:

Define $y(x)=\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$

done

$$\frac{d}{dx}(y(x))$$

$$\frac{4\cdot x-4}{(x+1)^3}$$

$\mathrm{ans}|x=0$

-4

$$\frac{d^2}{dx^2}(y(x))$$

$$\frac{-(8\cdot x-16)}{(x+1)^4}$$

ans|x=0

16

schrittweise per Hand:

$$y'=2*\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^1*\frac{d}{dx}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

$$=2*\frac{x-1}{x+1}*\frac{d}{dx}\left(\frac{x+1-2}{x+1}\right)$$

$$=2*\frac{x-1}{x+1}*\frac{d}{dx}\left(1-\frac{2}{x+1}\right)$$

$$=2*\frac{x-1}{x+1}*(-2)\frac{d}{dx}\left((x+1)^{-1}\right)$$

$$=2*\frac{x-1}{x+1}*(-2)(-1)(x+1)^{-2}$$

$$=\frac{4\cdot x-4}{(x+1)^3} \text{ usw.}$$

2. Taylorentwicklung

Geben Sie die Taylorentwicklung der Funktion

$f(x)=\frac{\arctan(x)}{1+x^2}$ bezüglich $x_0=0$ bis zur 2. Potenz an

("Schmiegparabel").

Berechnen Sie das Integral von f(x) und dem Taylorpolynom in den Intervallen [0; 0,1] und [0; 1] und vergleichen Sie die Ergebnisse.

Lösung:

Define $f(x)=\dfrac{\tan^{-1}(x)}{1+x^2}$

done

taylor(f(x), x, 2, 0)

x

Taylorkoeffizenten:

$$\begin{bmatrix} f(x)/0! \\ \frac{d}{dx}(f(x))/1! \\ \frac{d^2}{dx^2}(f(x))/2! \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\tan^{-1}(x)}{x^2+1} \\ \dfrac{-(2\cdot x\cdot \tan^{-1}(x)-1)}{(x^2+1)^2} \\ \dfrac{6\cdot x^2\cdot \tan^{-1}(x)-2\cdot \tan^{-1}(x)-6\cdot x}{2\cdot (x^2+1)^3} \end{bmatrix}$$

ans|x=0

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Taylorformel:

$$\text{dotP}\left(\text{ans}, \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \end{bmatrix}\right)$$

x

zum Vergleich höhere Ordnung:

taylor(f(x), x, 10, 0)

$$\frac{563\cdot x^9}{315}-\frac{176\cdot x^7}{105}+\frac{23\cdot x^5}{15}-\frac{4\cdot x^3}{3}+x$$

eine Stammfunktion:

$$\int_{\square}^{\square} f(x)dx$$

$$\frac{(\tan^{-1}(x))^2}{2}$$

$$\int_{0}^{0.1} f(x)dx$$

$$\frac{\left(\tan^{-1}\left(\frac{1}{10}\right)\right)^2}{2}$$

approx(ans)

$$4.966920145\text{E-}3$$

$$\int_{0}^{0.1} x dx$$

$$\frac{1}{200}$$

approx(ans)

$$5\text{E-}3$$

breiteres Intervall:

$$\int_{0}^{1} f(x)dx$$

$$\frac{\pi^2}{32}$$

approx(ans)

$$0.3084251375$$

$$\int_{0}^{1} x dx$$

$$\frac{1}{2}$$

approx(ans)

0.5

Interpretation: In der Nähe der Entwicklungsstelle gute Näherung

3. Differenzialgleichungen und Differenzengleichungen

3.1 Differenzialgleichung

Lösen Sie das folgende AWP:

$y''+2y'+y=e^{2x}\cos(3x)$, $y(0)=0, y'(0)=-1$

Lösung:

DelVar x, y, s

done

dSolve(y''+2y'+y=e^{2x}cos(3x), x, y)

$$\left\{y=\frac{\sin(3\cdot x)\cdot e^{2\cdot x}}{18}+x\cdot e^{-x}\cdot\text{const}(2)+e^{-x}\cdot\text{const}(1)\right\}$$

dSolve(y''+2y'+y=e^{2x}cos(3x), x, y, x=0, y=0, x=0, y'=−1)

$$\left\{y=\frac{\sin(3\cdot x)\cdot e^{2\cdot x}}{18}-\frac{7\cdot x\cdot e^{-x}}{6}\right\}$$

alternativ:

DelVar y

done

laplace(y''+2y'+y=e^{2x}cos(3x), x, y, s)

$$-s\cdot y(0)-y'(0)+Lp\cdot s^2-2\cdot(y(0)-Lp\cdot s)+Lp=\frac{s-2}{(s-2)^2+9}$$

ans|{y(0)=0, y'(0)=−1}

$$Lp\cdot s^2+2\cdot Lp\cdot s+Lp+1=\frac{s-2}{(s-2)^2+9}$$

solve(ans, Lp)

$$\left\{Lp=\frac{-(s^2-5\cdot s+15)}{(s^2-4\cdot s+13)\cdot(s+1)^2}\right\}$$

$$\mathcal{L}_s^{-1}\left(\frac{-(s^2-5\cdot s+15)}{(s^2-4\cdot s+13)\cdot(s+1)^2}\right)[x]$$

$$\frac{\sin(3\cdot x)\cdot e^{2\cdot x}}{18}-\frac{7\cdot x\cdot e^{-x}}{6}$$

nun wieder schrittweise:

charakt. Gl.:

solve($\lambda^2+2\lambda+1=0, \lambda$)

$$\{\lambda=-1\}$$

Doppellösung: $\lambda^2+2\lambda+1=(\lambda+1)^2$

Lösung der hom.Dgl.

$y=c1*e^{-x}+c2*x*e^{-x}$

partik. Lös. der inhom.Dgl.

Ansatz:

Define $yp(x)=(A*\sin(3x)+B*\cos(3x))e^{2\cdot x}$

done

$$\frac{d^2}{dx^2}(yp(x))+2\frac{d}{dx}(yp(x))+yp(x)=e^{2x}\cos(3x)$$

$$(A\cdot\sin(3\cdot x)+B\cdot\cos(3\cdot x))\cdot e^{2\cdot x}+12\cdot A\cdot\cos(3\cdot x)\cdot e^{2\cdot x}-5\cdot A\cdot si$$

simplify(ans)

$$18\cdot(A\cdot\cos(3\cdot x)-B\cdot\sin(3\cdot x))\cdot e^{2\cdot x}=\cos(3\cdot x)\cdot e^{2\cdot x}$$

Koeff.-vergleich:

B=0 und A=1/18

allgem. Lös.:

Define $y(x)=c1*e^{-x}+c2*x*e^{-x}+\frac{\sin(3\cdot x)}{18}\cdot e^{2\cdot x}$

done

y(0)=0

c1=0

$\frac{d}{dx}(y(x))=-1|\{x=0,c1=0\}$

$\frac{18\cdot c2+3}{18}=-1$

solve(ans,c2)

$\left\{c2=-\frac{7}{6}\right\}$

$y(x)|\{c1=0,c2=-\frac{7}{6}\}$

$\frac{\sin(3\cdot x)\cdot e^{2\cdot x}}{18}-\frac{7\cdot x\cdot e^{-x}}{6}$

Define $y(x)=\frac{\sin(3\cdot x)\cdot e^{2\cdot x}}{18}-\frac{7\cdot x\cdot e^{-x}}{6}$

done

Probe:

y(0)

0

$\frac{d}{dx}(y(x))|x=0$

-1

Laplacetransformation:

DelVar x,y,s

done

linke Seite:

laplace(y, x, y, s)

Lp=0

laplace(2y', x, y, s)

$-2\cdot(y(0)-Lp\cdot s)=0$

laplace(y'', x, y, s)

$-s\cdot y(0)-y'(0)+Lp\cdot s^2=0$

Summe links:

laplace(y''+2y'+y, x, y, s)

$-s\cdot y(0)-y'(0)+Lp\cdot s^2-2\cdot(y(0)-Lp\cdot s)+Lp=0$

ans|{y(0)=0, y'(0)=-1}

$Lp\cdot s^2+2\cdot Lp\cdot s+Lp+1=0$

rechte Seite:

$\mathcal{L}_x\left(\cos(3\cdot x)\cdot e^{2\cdot x}\right)[s]$

$$\frac{s-2}{(s-2)^2+9}$$

AWP im Bildbereich:

$Lp\cdot s^2+2\cdot Lp\cdot s+Lp+1=\frac{s-2}{(s-2)^2+9}\,|\,Lp=Y$

$$s^2\cdot Y+2\cdot s\cdot Y+Y+1=\frac{s-2}{(s-2)^2+9}$$

solve(ans, Y)

$$\left\{Y=\frac{-\left(s^2-5\cdot s+15\right)}{\left(s^2-4\cdot s+13\right)\cdot(s+1)^2}\right\}$$

PBZ:

$\text{expand}\left(\frac{-\left(s^2-5\cdot s+15\right)}{\left(s^2-4\cdot s+13\right)\cdot(s+1)^2}, s\right)$

$$\frac{1}{6\cdot(s^2-4\cdot s+13)}-\frac{7}{6\cdot(s+1)^2}$$

Rücktransformation:

$$\mathcal{L}^{-1}_s\left(\frac{1}{6\cdot(s^2-4\cdot s+13)}\right)[x]$$

$$\frac{\sin(3\cdot x)\cdot e^{2\cdot x}}{18}$$

$$\mathcal{L}^{-1}_s\left(-\frac{7}{6\cdot(s+1)^2}\right)[x]$$

$$\frac{-7\cdot x\cdot e^{-x}}{6}$$

Ergebnis:

$$y(x)=\frac{-7\cdot x\cdot e^{-x}}{6}+\frac{\sin(3\cdot x)\cdot e^{2\cdot x}}{18}$$

Berechnung mit Wronski-Matrix:

die variierten Konstanten C1(x), C2(x) zur Ermittlung der partikulären Lösung:

zuerst C1'(x), C2'(x)

$$\begin{bmatrix} e^{-x} & x\cdot e^{-x} \\ \frac{d}{dx}\left(e^{-x}\right) & \frac{d}{dx}\left(x\cdot e^{-x}\right) \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} 0 \\ \cos(3\cdot x)\cdot e^{2\cdot x} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -x\cdot\cos(3\cdot x)\cdot e^{3\cdot x} \\ \cos(3\cdot x)\cdot e^{3\cdot x} \end{bmatrix}$$

dann Integration

$$\begin{bmatrix} \int_{\square}^{\square} -x\cdot\cos(3\cdot x)\cdot e^{3\cdot x}\,dx \\ \int_{\square}^{\square} \cos(3\cdot x)\cdot e^{3\cdot x}\,dx \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{-(3\cdot x\cdot\cos(3\cdot x)\cdot e^{3\cdot x}+3\cdot x\cdot\sin(3\cdot x)\cdot e^{3\cdot x}-\sin(3\cdot x)\cdot e^{3\cdot x})}{18} \\ \frac{\cos(3\cdot x)\cdot e^{3\cdot x}+\sin(3\cdot x)\cdot e^{3\cdot x}}{6} \end{bmatrix}$$

simplify(ans)

$$\begin{bmatrix} \frac{-((3\cdot x-1)\cdot\sin(3\cdot x)+3\cdot x\cdot\cos(3\cdot x))\cdot e^{3\cdot x}}{18} \\ \frac{(\cos(3\cdot x)+\sin(3\cdot x))\cdot e^{3\cdot x}}{6} \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} C1(x) \\ C2(x) \end{bmatrix}$ mit $\begin{bmatrix} e^{-x} \\ x\cdot e^{-x} \end{bmatrix}$ multiplizieren:

dotP(ans, $\begin{bmatrix} e^{-x} \\ x\cdot e^{-x} \end{bmatrix}$)

$$\frac{-((3\cdot x-1)\cdot\sin(3\cdot x)+3\cdot x\cdot\cos(3\cdot x))\cdot e^{2\cdot x}}{18}+\frac{x\cdot(\cos(3\cdot x)+\sin}{6}$$

partikuläre Lösung:

simplify(ans)

$$\frac{\sin(3\cdot x)\cdot e^{2\cdot x}}{18}$$

stop

3.2 Differenzengleichung

Gegeben ist die Rekursion 2. Ordnung:

$a_{n+2}=(a_n-a_{n+1})/2$ mit $a_0=1$, $a_1=0$.

Berechnen Sie die ersten 6 Glieder der Folge und geben Sie die explizte Darstellung der Folge an.

Lösung:

rSolve($a_{n+2}=(a_n-a_{n+1})/2, a_0=1, a_1=0$)

$$\left\{a_n=\frac{2\cdot\left(3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n+\frac{3\cdot(-1)^n}{2}\right)}{9}\right\}$$

simplify$\left(\frac{2\cdot\left(3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n+\frac{3\cdot(-1)^n}{2}\right)}{9}\right)$

$$\frac{2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n+(-1)^n}{3}$$

Define $a(n)=\frac{2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n+(-1)^n}{3}$

done

seq(a(n), n, 0, 6, 1)

$$\left\{1, 0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{3}{8}, -\frac{5}{16}, \frac{11}{32}\right\}$$

Lösung per Hand:

homog. lin. Differenzengl. 2. Ordnung:

$a_{n+2}+a_{n+1}/2-a_n/2=0$

charakt. Polynom:

solve($\lambda^2+\lambda/2-1/2=0, \lambda$)

$$\left\{\lambda=-1, \lambda=\frac{1}{2}\right\}$$

allgem. Lösung:

$a_n=c1*(-1)^n+c2*(\frac{1}{2})^n$

Define $a(n)=c1*(-1)^n+c2*(\frac{1}{2})^n$

done

a(0)=1

c1+c2=1

a(1)=0

$$-c1+\frac{c2}{2}=0$$

$$\begin{cases} a(0)=1 \\ a(1)=0 \end{cases}\Bigg|_{c1,c2}$$

$$\left\{c1=\frac{1}{3}, c2=\frac{2}{3}\right\}$$

Define $a(n)=c1*(-1)^n+c2*(\frac{1}{2})^n \mid \left\{c1=\frac{1}{3}, c2=\frac{2}{3}\right\}$

done

a(n)

$$\frac{2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n}{3}+\frac{(-1)^n}{3}$$

stop

z−Transformation der Folge $(a_n), n=0,1,2,...$

$$F((a_n),z)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(a_n z^{-n}\right) \quad \text{(Laurent−Reihe um } z_0=0)$$

Es gilt:

$$F((a_{n+1}),z)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(a_{n+1} z^{-n}\right)$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n z^{-(n-1)}\right)$$

$$=z*\left(\sum_{n=0}^{\infty}\left(a_n z^{-n}\right)-a_0\right)$$

und

$$F((a_{n+2}),z)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(a_{n+2} z^{-n}\right)$$

$$=\sum_{n=2}^{\infty}\left(a_n z^{-(n-2)}\right)$$

$$=z^2*(\sum_{n=0}^{\infty}\left(a_n z^{-n}\right)-a_0-a_1/z)$$

Nun Anwendung auf die Differenzengleichung:

$F((a_{n+2}+a_{n+1}/2-a_n/2),z)=F((0),z)=0$

$F((a_{n+2}+a_{n+1}/2-a_n/2),z)$

$$=F((a_{n+2}),z)+\frac{1}{2}F((a_{n+1}),z)-\frac{1}{2}F((a_n),z)$$

$$=z^2*(\sum_{n=0}^{\infty}\left(a_n z^{-n}\right)-a_0-a_1/z)+\frac{1}{2}z*(\sum_{n=0}^{\infty}\left(a_n z^{-n}\right)-a_0)-\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}$$

$=0$

Hieraus folgt:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(a_n z^{-n}\right)*(z^2+\frac{1}{2}z-\frac{1}{2})+z^2*(-a_0-a_1/z)+\frac{1}{2}z*(-a_0)=0$$

Somit:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(a_n z^{-n}\right)=$$

$$\frac{-z^2*(-a_{00}-a_{11}/z)-\frac{1}{2}z*(-a_{00})}{(z^2+\frac{1}{2}z-\frac{1}{2})}\,|\,\{a_{00}=1,a_{11}=0\}$$

$$\frac{z^2+\frac{z}{2}}{z^2+\frac{z}{2}-\frac{1}{2}}$$

simplify(ans)

$$\frac{z\cdot(2\cdot z+1)}{(z+1)\cdot(2\cdot z-1)}$$

ans|z=1/w

$$\frac{\frac{2}{w}+1}{w\cdot\left(\frac{1}{w}+1\right)\cdot\left(\frac{2}{w}-1\right)}$$

simplify(ans)

$$\frac{-(w+2)}{(w+1)\cdot(w-2)}$$

$$\text{taylor}\left(\frac{\frac{1}{2\cdot w}+\frac{1}{w^2}}{\frac{1}{2\cdot w}+\frac{1}{w^2}-\frac{1}{2}},w,6\right)$$

$$\frac{11\cdot w^6}{32}-\frac{5\cdot w^5}{16}+\frac{3\cdot w^4}{8}-\frac{w^3}{4}+\frac{w^2}{2}+1$$

seq(a(n),n,6,0,-1)

$$\left\{\frac{11}{32},-\frac{5}{16},\frac{3}{8},-\frac{1}{4},\frac{1}{2},0,1\right\}$$

Die Folgenglieder erscheinen als Taylorkoeffizienten.

Partialbruchzerlegung:

$$\text{expand}\left(\frac{z\cdot(2\cdot z+1)}{(z+1)\cdot(2\cdot z-1)},z\right)$$

$$\frac{2}{3\cdot(2\cdot z-1)}-\frac{1}{3\cdot(z+1)}+1$$

inverse z-Transformation nach PBZ:

$$F^{-1}(1)=\begin{cases}1, n=0\\0, n\geq 1\end{cases}$$

$$F^{-1}\left(-\frac{1}{3\cdot(z+1)}\right)$$

$$=-\frac{1}{3}F^{-1}\left(\frac{1}{z-(-1)}\right)$$

$=-\frac{1}{3}(-1)^{n-1}$ für $n\geq 1$, sonst 0 für $n=0$

$F^{-1}(\frac{2}{3\cdot(2\cdot z-1)})$

$=F^{-1}(\frac{1}{3\cdot(z-1/2)})$

$=\frac{1}{3}(\frac{1}{2})^{n-1}$ für $n\geq 1$, sonst 0 für $n=0$

somit für $n\geq 1$:

$F^{-1}(\frac{z\cdot(2\cdot z+1)}{(z+1)\cdot(2\cdot z-1)})=$

$-\frac{1}{3}(-1)^{n-1}+\frac{1}{3}(1/2)^{n-1}$

$$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}{3}+\frac{(-1)^n}{3}$$

$-\frac{1}{3}(-1)^{n-1}+\frac{1}{3}(1/2)^{n-1}|n=0$

$$1$$

Define $a(n)=\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}{3}+\frac{(-1)^n}{3}$

done

seq(a(n),n,0,6,1)

$$\left\{1,0,\frac{1}{2},-\frac{1}{4},\frac{3}{8},-\frac{5}{16},\frac{11}{32}\right\}$$

Quelle:

http://homepage.ruhr-uni-bochum.de
/Guenter.Felbecker/ztrans.pdf

4. Stochastik: Verteilungsfunktionen und Quantile

normCDf(−∞, 1)

0.8413447461

σ:=1

1

μ:=0

0

normCDf(−∞, 1, σ, μ)

0.8413447461

linksseitiges Quantil:

Lage "L" ist standardmäßig voreingestellt:

invNormCDf(0.8413447461, σ, μ)

1

invNormCDf("L", 0.8413447461, σ, μ)

1

rechtsseitiges Quantil:

invNormCDf("R", 0.8413447461, σ, μ)

−1

symmetrische Lage der Wkt. um μ:

invNormCDf("C", 0.8413447461, σ, μ)

−1.409608709

andere Quantile:

invNormCDf(0.95, σ, μ)

1.644853627

invNormCDf(0.99, σ, μ)

2.326347874

Syntax beachten: bei TI sind σ, μ vertauscht!

t_n−Verteilung:

tCDf(-∞, 1, 10)

0.8295534338

tCDf(-∞, 1, 100)

0.8401379221

tCDf(-∞, 1, 1000)

0.841223791

Die t_n-Quantile sind nach US-Norm und nicht nach DIN-Norm programmiert:

US-Norm: "rechtsseitige" Quantile

US-Norm: Lage der Wkt. von rechts her gesehen

DIN-Norm: Lage der Wkt. von links her gesehen

invTCDf(0.8295534338, 10)

-0.9999999998

invTCDf(1-0.8295534338, 10)

0.9999999998

STAT-Editor, Hilfefenster, Grafik

5. Statistik: Konfidenzintervalle und Tests

5.1 Konfidenzintervall

Zehn Messungen an Rädern ergaben für ein bestimmtes Merkmal

90,010 90,012 90,012 90,024 90,012

90,022 90,014 90,020 90,012 90,023 (in mm).

Unter der Annahme, dass eine normalverteilte Grundgesamtheit vorliegt, gebe man für den

Erwartungswert μ eine Konfidenzschätzung an (α=0,01).

Lösung:

{10,12,12,24,12,22,14,20,12,23}/1000+90⇒liste1

$$\left\{\frac{9001}{100},\frac{22503}{250},\frac{22503}{250},\frac{11253}{125},\frac{22503}{250},\frac{45011}{500},\frac{45007}{500},\right.$$

approx(ans)

{90.01,90.012,90.012,90.024,90.012,90.022,90.0

mean(liste1)⇒x_quer

$$\frac{900161}{10000}$$

approx(ans)

90.0161

stdDev(liste1)⇒s

$$\frac{\sqrt{26890}}{30000}$$

approx(ans)

5.466056877E-3

STAT-Editor Konf.-Intervall

OneSampleTInt 0.99,x_quer,s,10

done

DispStat

done

========================

1-Stichprob. t-Int.

Daten=Variable

Lower = 90.010483

Upper = 90.021717

$\bar{x}$ = 90.0161

s_x = 5.4661E-3

n = 10

======================

stop

5.2 Test

Bei einem Arbeiter wird die für einen bestimmten Arbeitsgang benötigte Zeit neunmal gestoppt, um Aufschluss über die Gleichmäßigkeit der Arbeit zu erhalten. Aus der Stichprobe errechnet man:

$\bar{x}$=83min und s^2=4,04min^2.

Wir nehmen an, dass die Stichprobe aus einer normalverteilten Grundgesamtheit stammt und dass die Streuung der benötigten Arbeitszeit als Maß für die Gleichmäßigkeit der Arbeit betrachtet werden kann.

Es ist zu untersuchen, ob die für diesen Arbeiter ermittelte Streuung s^2=4,04min^2 die Norm $\sigma_0{}^2$=3,0min^2 signifikant überschreitet (α=0,05).

Lösung:

STAT-Editor Streuungstest nicht programmiert

Testablauf in 5 Schritten:

1. Hypothese: H_0: $\sigma^2=\sigma_0{}^2=3$ gegen Ha: $\sigma^2>\sigma_0{}^2$ (einseitige Alternative)
2. Irrtmswkt. (Signifikanzniveau): α=0,05

3. Testgröße $T=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0{}^2}$ ist unter H_0

Chi-Quadrat-verteilt mit n-1 Freiheitsgraden

4. kritischer Bereich K^* (Ablehnungsbereich)

   $K^*=\{T: T>\chi^2_{n-1,1-\alpha}\}$

5. Testentscheidung

benötigtes χ^2-Quantil: US-Norm beachten

invChiCDf(0.05,8)

15.50731306

Testgröße:

$T:=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0{}^2} \mid \{n=9, S=4.04\text{^}0.5, \sigma_0=3\text{^}0.5\}$

$$\frac{808}{75}$$

approx(ans)

10.77333333

Entscheidung: $T \notin K^*$, d.h.

Es besteht auf Grundlage des durchgeführten Tests keine wesentliche Überschreitung der Normstreuung.

6. Grafik: 2D-Grafik, 3D-Grafik, statistische Grafiken

6.1 2D-Grafik

2D-Editor	Y1:··· Y2:···

6.2 3D-Grafik

In eine Kugel (Radius R=1) soll eine quadratische Pyramide mit maximalem Volumen einbeschrieben werden. Wieviel Prozent des Kugelvolumes nimmt diese Pyramide ein?

Lösung:

Kugelmittelpunkt M(0,0,0)

Kugeloberfläche: $x^2+y^2+z^2=R^2$.

regelmäßige Pyramide mit quadratischer Grundfläche.

Pyramidenspitze im Nordpol: N(0,0,R)

Grundfläche (Quadrat $P_1P_2P_3P_4$) mit den vier Eckpunkten unterhalb der x-Achse bzw. y-Achse auf der Kugeloberfläche:

mit

$P_1(r,0,-\sqrt{R^2-r^2})$, $P_2(0,r,-\sqrt{R^2-r^2})$,

$P_3(-r,0,-\sqrt{R^2-r^2})$, $P_4(0,-r,-\sqrt{R^2-r^2})$.

Kantenlänge des Quadrates:

$\mathrm{norm}([r,0,-\sqrt{R^2-r^2}]-[0,r,-\sqrt{R^2-r^2}])|r>0$

$$\frac{4}{3}$$

Pyramidenvolumen Vp:

Define $Vp(r)=\frac{1}{3}(\sqrt{2}\cdot r)^2*(R+\sqrt{R^2-r^2})$

done

Vp(r)

$$\frac{64}{81}$$

$$\frac{d}{dr}(Vp(r))=0$$

$$0=0$$

solve(ans, r) | R>0

$$\{r=r\}$$

$$\frac{d^2}{dr^2}(Vp(r)) \mid r=\frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot R}{3}$$

$$-\frac{64}{3}$$

(ans | R>0)<0

$$-\frac{64}{3}<0$$

Damit liegt ein Max. vor.

Lösung:

$r=\frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot R}{3}$ und

$$Vp(r) \mid \{r=\frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot R}{3},\ R>0\}$$

$$\frac{64}{81}$$

Define $Vp(R)=\frac{64\cdot R^3}{81}$

done

Kugelvolumen:

Define $Vk(R)=\frac{4}{3}\pi R^3$

done

$\frac{Vp(R)}{Vk(R)}*100$

$$\frac{1600}{27\cdot\pi}$$

approx(ans)

18.86280807

max. Pyramidenvolumen ca. 18,86% des Kugelvolumens.

3D-Grafik: Blick in die Halbkugel auf die Pyramide
Parameterdarstellung:

Kugel-OF mit R=1 und $-1\leq s\leq 0$, $0\leq t\leq 1$
Fenstereinstellung $-2\leq x,y,z\leq 2$
Anzahl der s-Linien, t-Linien im Liniennetz jeweils 35
Betrachtungswinkel $\theta=-140°$, $\varphi=110°$,
(Augenpunkt unterhalb des III. Quadranten)

Define xst1(s,t)=cos(πs)sin(πt)

done

Define yst1(s,t)=sin(πs)sin(πt)

done

Define zst1(s,t)=cos(πt)

done

3D-Grafik Halbkugel

Grundfläche der Pyramide (Quadrat)
R:=1

1

$r:=\frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot R}{3}$

$$\frac{2\cdot\sqrt{2}}{3}$$

Define xst2(s,t)=r*(−s−t)

done

Define yst2(s,t)=r*(s−t+1)

done

Define $zst2(s,t)=-\sqrt{R^2-r^2}$

done

stop

3D−Grafik Halbkugel mit Quadrat	Z1:… Z2:…

Begründung für Parameterdarstellung des Quadrates

Ebenengleichung:

$X(s,t)=MP_1+s*P_1P_2+t*P_1P_4$

M(0,0,0)

$P_1(r,0,-\sqrt{R^2-r^2})$, $P_2(0,r,-\sqrt{R^2-r^2})$,

$P_3(-r,0,-\sqrt{R^2-r^2})$, $P_4(0,-r,-\sqrt{R^2-r^2})$,

$MP_1:=[r,0,-\sqrt{R^2-r^2}]-[0,0,0]$

$$\begin{bmatrix}\frac{2\cdot\sqrt{2}}{3} & 0 & -\frac{1}{3}\end{bmatrix}$$

$P_1P_2:=[0,r,-\sqrt{R^2-r^2}]-[r,0,-\sqrt{R^2-r^2}]$

$$\begin{bmatrix}\frac{-2\cdot\sqrt{2}}{3} & \frac{2\cdot\sqrt{2}}{3} & 0\end{bmatrix}$$

$P_1P_4:=[0,-r,-\sqrt{R^2-r^2}]-[r,0,-\sqrt{R^2-r^2}]$

$$\left[\frac{-2\cdot\sqrt{2}}{3} \quad \frac{-2\cdot\sqrt{2}}{3} \quad 0\right]$$

obigen Parameterbereich $-1\le s\le 0$, $0\le t\le 1$ nutzen

DelVar s, t

done

$MP_1+(s+1)*P_1P_2+t*P_1P_4$

$$\left[\frac{-2\cdot\sqrt{2}\cdot(s+1)}{3}-\frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot t}{3}+\frac{2\cdot\sqrt{2}}{3} \quad \frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot(s+1)}{3}-\frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot t}{3} \quad -\frac{1}{3}\right]$$

simplify(ans)

$$\left[\frac{-2\cdot\sqrt{2}\cdot(s+t)}{3} \quad \frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot(s-t+1)}{3} \quad -\frac{1}{3}\right]$$

Seitenfächen (Dreiecke)

Define xst3(s, t)=r*(-s-1)

done

$$\text{Define yst3(s, t)}=r*(s+1-t)*\begin{cases}1, & t\ge s+1\\ \frac{1}{0}, & t<s+1\end{cases}$$

done

Die Fallunterscheidung sichert das Dreieck statt Quadrat.

$$\text{Define zst3(s, t)}=1-\frac{4}{3}t$$

done

Define xst4(s, t)=-xst3(s, t)

done

Define yst4(s, t)=yst3(s, t)

done

Define zst4(s, t)=zst3(s, t)

done

3D-Grafik Halbkugel mit Pyramide

Begründung für Parameterdarstellung der Dreiecke

Ebenengleichung: über P_4P_3

$X(s,t)=MN+s*P_4P_3+t*NP_4$

Ebenengleichung: über P_4P_1

$X(s,t)=MN+s*P_4P_1+t*NP_4$

$M(0,0,0)$, $N(0,0,R)$

$P_1(r,0,-\sqrt{R^2-r^2})$, $P_2(0,r,-\sqrt{R^2-r^2})$,

$P_3(-r,0,-\sqrt{R^2-r^2})$, $P_4(0,-r,-\sqrt{R^2-r^2})$,

$MN:=[0,0,R]-[0,0,0]$

$$[0\ \ 0\ \ 1]$$

$NP_4:=[0,-r,-\sqrt{R^2-r^2}]-[0,0,R]$

$$\left[0\ \ \frac{-2\cdot\sqrt{2}}{3}\ \ -\frac{4}{3}\right]$$

$P_4P_3:=[-r,0,-\sqrt{R^2-r^2}]-[0,-r,-\sqrt{R^2-r^2}]$

$$\left[\frac{-2\cdot\sqrt{2}}{3}\ \ \frac{2\cdot\sqrt{2}}{3}\ \ 0\right]$$

$P_4P_1:=[r,0,-\sqrt{R^2-r^2}]-[0,-r,-\sqrt{R^2-r^2}]$

$$\left[\frac{2\cdot\sqrt{2}}{3}\ \ \frac{2\cdot\sqrt{2}}{3}\ \ 0\right]$$

obigen Parameterbereich $-1\le s\le 0$, $0\le t\le 1$ nutzen

$MN+(s+1)*P_4P_3+t*NP_4$

$$\left[\frac{-2\cdot\sqrt{2}\cdot(s+1)}{3}\ \ \frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot(s+1)}{3}-\frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot t}{3}\ \ \frac{-4\cdot t}{3}+1\right]$$

simplify(ans)

$$\left[\frac{-2\cdot\sqrt{2}\cdot(s+1)}{3} \quad \frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot(s-t+1)}{3} \quad \frac{-4\cdot t}{3}+1\right]$$

$MN+(s+1)*P_4P_1+t*NP_4$

$$\left[\frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot(s+1)}{3} \quad \frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot(s+1)}{3}-\frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot t}{3} \quad \frac{-4\cdot t}{3}+1\right]$$

simplify(ans)

$$\left[\frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot(s+1)}{3} \quad \frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot(s-t+1)}{3} \quad \frac{-4\cdot t}{3}+1\right]$$

6.3 statistische Grafiken

An 60 Tannen eines 40-jährigen Bestandes wurde der Durchmesser (Brusthöhe) gemessen:

16 15 17 16 19 17 16 16 16 18 15 14 14 14 15 11
7 8 10 9 11 11 13 12 12 12 14 13 13 15 11 9 12
10 12 11 12 14 13 11 12 14 15 13 14 15 18 16 17
16 15 14 13 14 14 12 14 12 13 12 (Maße in cm)

a) Man berechne die empirische Verteilungsfunktion $F_n(x)$ und stelle sie graphisch dar.

b) Unter Verwendung der Klasseneinteilung [6,5; 8,5); [8,5; 10,5); . . . ; [18,5; 20,5) gebe man eine Häufigkeitstabelle an und stelle die Häufigkeitsverteilung als Histogramm, Häufigkeitspolygon und Treppenkurve der relativen Summenhäufigkeiten graphisch dar.

c) Man berechne das arithmetische Mittel und die empirische Streuung bzw. die empirische Standardabweichung mit und ohne Verwendung der sekundären Häufigkeitstabelle. Wie groß sind Median und Spannweite?

Lösung:

xliste:={16,15,17,16,19,17,16,16,16,18,15,14,14,1▶

{16,15,17,16,19,17,16,16,16,18,15,14,14,14,15,▶

sortA(xliste)⇒liste

{7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19}

seq(x,x,7,19,1)⇒xliste

{7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19}

{1,1,2,2,6,10,7,11,7,7,3,2,1}⇒hliste

{1,1,2,2,6,10,7,11,7,7,3,2,1}

sum(hliste)

60

cuml(hliste)/60⇒cliste

$$\left\{\frac{1}{60},\frac{1}{30},\frac{1}{15},\frac{1}{10},\frac{1}{5},\frac{11}{30},\frac{29}{60},\frac{2}{3},\frac{47}{60},\frac{9}{10},\frac{19}{20},\frac{59}{60},1\right\}$$

$$\text{Define } F_n(x)=\begin{cases}0, & x<7\\ \text{cliste}[1], & 7\le x<8\\ \text{cliste}[2], & 8\le x<9\\ \text{cliste}[3], & 9\le x<10\\ \text{cliste}[4], & 10\le x<11\\ \text{cliste}[5], & 11\le x<12\\ \text{cliste}[6], & 12\le x<13\\ \text{cliste}[7], & 13\le x<14\\ \text{cliste}[8], & 14\le x<15\\ \text{cliste}[9], & 15\le x<16\\ \text{cliste}[10], & 16\le x<17\\ \text{cliste}[11], & 17\le x<18\\ \text{cliste}[12], & 18\le x<19\\ 1, & x\ge 19\end{cases}$$

done

Define $y1(x)=F_n(x)$

done

2D-Grafik Treppenkurve

Klasseneinteilung [6,5; 8,5); [8,5; 10,5); . . . ;
[18,5; 20,5)

Klassenmitten (Klassenrepäsentanten x_m), Klassenbreite 2:

seq(x_m, x_m, 7.5, 19.5, 2)⇒xmliste

$$\left\{\frac{15}{2},\frac{19}{2},\frac{23}{2},\frac{27}{2},\frac{31}{2},\frac{35}{2},\frac{39}{2}\right\}$$

approx(ans)

{7.5, 9.5, 11.5, 13.5, 15.5, 17.5, 19.5}

primäre Häufigkeitsverteilung:

hliste

{1, 1, 2, 2, 6, 10, 7, 11, 7, 7, 3, 2, 1}

sekundäre Häufigkeitsverteilung: rel. Häufigkeiten

{2, 4, 16, 18, 14, 5, 1}/60⇒rshliste

$$\left\{\frac{1}{30},\frac{1}{15},\frac{4}{15},\frac{3}{10},\frac{7}{30},\frac{1}{12},\frac{1}{60}\right\}$$

approx(ans)

{0.03333333333, 0.06666666667, 0.2666666667, 0.3, (

sum(ans)

1

STAT-Editor Histogramm

seq(x_m, x_m, 5.5, 21.5, 2)⇒xmlistep

$$\left\{\frac{11}{2},\frac{15}{2},\frac{19}{2},\frac{23}{2},\frac{27}{2},\frac{31}{2},\frac{35}{2},\frac{39}{2},\frac{43}{2}\right\}$$

approx(ans)

{5.5, 7.5, 9.5, 11.5, 13.5, 15.5, 17.5, 19.5, 21.5}

{0,2,4,16,18,14,5,1,0}/60⇒rshlistp

$$\left\{0,\frac{1}{30},\frac{1}{15},\frac{4}{15},\frac{3}{10},\frac{7}{30},\frac{1}{12},\frac{1}{60},0\right\}$$

approx(ans)

{0,0.03333333333,0.06666666667,0.2666666667,0.:

cuml(rshliste)⇒crshlist

$$\left\{\frac{1}{30},\frac{1}{10},\frac{11}{30},\frac{2}{3},\frac{9}{10},\frac{59}{60},1\right\}$$

approx(ans)

{0.03333333333,0.1,0.3666666667,0.6666666667,0.

STAT-Editor Häufigkeitspolygon

Treppenkurve der rel. Summenhäufigkeiten:

$$\text{Define Fs(x)}=\begin{cases}0, & x<8.5\\ \text{crshlist}[1], & 8.5\le x<10.5\\ \text{crshlist}[2], & 10.5\le x<12.5\\ \text{crshlist}[3], & 12.5\le x<14.5\\ \text{crshlist}[4], & 14.5\le x<16.5\\ \text{crshlist}[5], & 16.5\le x<18.5\\ \text{crshlist}[6], & 18.5\le x<20.5\\ 1, & x\ge 20.5\end{cases}$$

done

Define y2(x)=Fs(x)

done

2D-Grafik Treppenkurve

primäre Häufigkeitsverteilung:

mean(xliste, hliste)

$$\frac{269}{20}$$

mean(liste)

$$13$$

approx(ans)

$$13$$

sekundäre Häufigkeitsverteilung:

mean(xmliste, shliste)

$$\frac{67}{5}$$

approx(ans)

$$13.4$$

primäre Häufigkeitsverteilung:

stdDev(liste)

$$\frac{\sqrt{546}}{6}$$

approx(ans)

$$3.894440482$$

approx(ans^2)

$$15.16666667$$

sekundäre Häufigkeitsverteilung:

Listenarithmetik nutzen

$(xmliste-13.4)^2*shliste$

$$\left\{\frac{3481}{50}, \frac{1521}{25}, \frac{1444}{25}, \frac{9}{50}, \frac{3087}{50}, \frac{1681}{20}, \frac{3721}{100}\right\}$$

sum(ans)/59

$$\frac{1857}{295}$$

approx($\sqrt{ans}$)

$$2.50896697$$

approx(ans^2)

6.294915254

Median:

primäre Häufigkeitsverteilung:

median(liste)

13

sekundäre Häufigkeitsverteilung:

OneVariable xmliste, shliste

done

DispStat

done

============================

Eindim. Variable

$\bar{x}$ =13.4

Σx = 804

Σx^2 = 11145

σ_x = 2.4879711

s_x = 2.508967

n = 60

minX = 7.5

Q_1 = 11.5

Med = 13.5

Q_3 = 15.5

maxX = 19.5

Mode = 13.5

ModeN = 1

ModeF = 18

============================

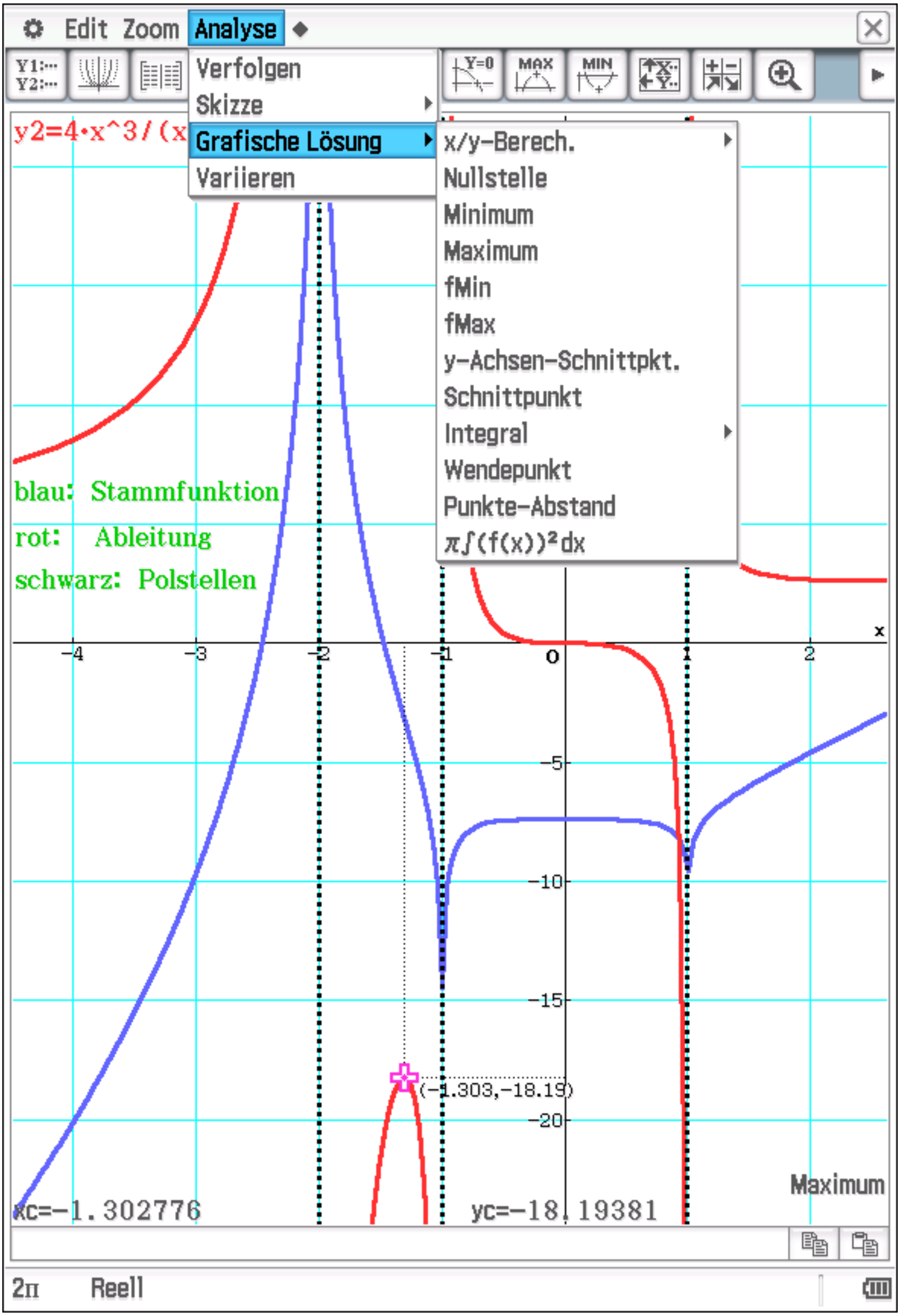
Spannweite:

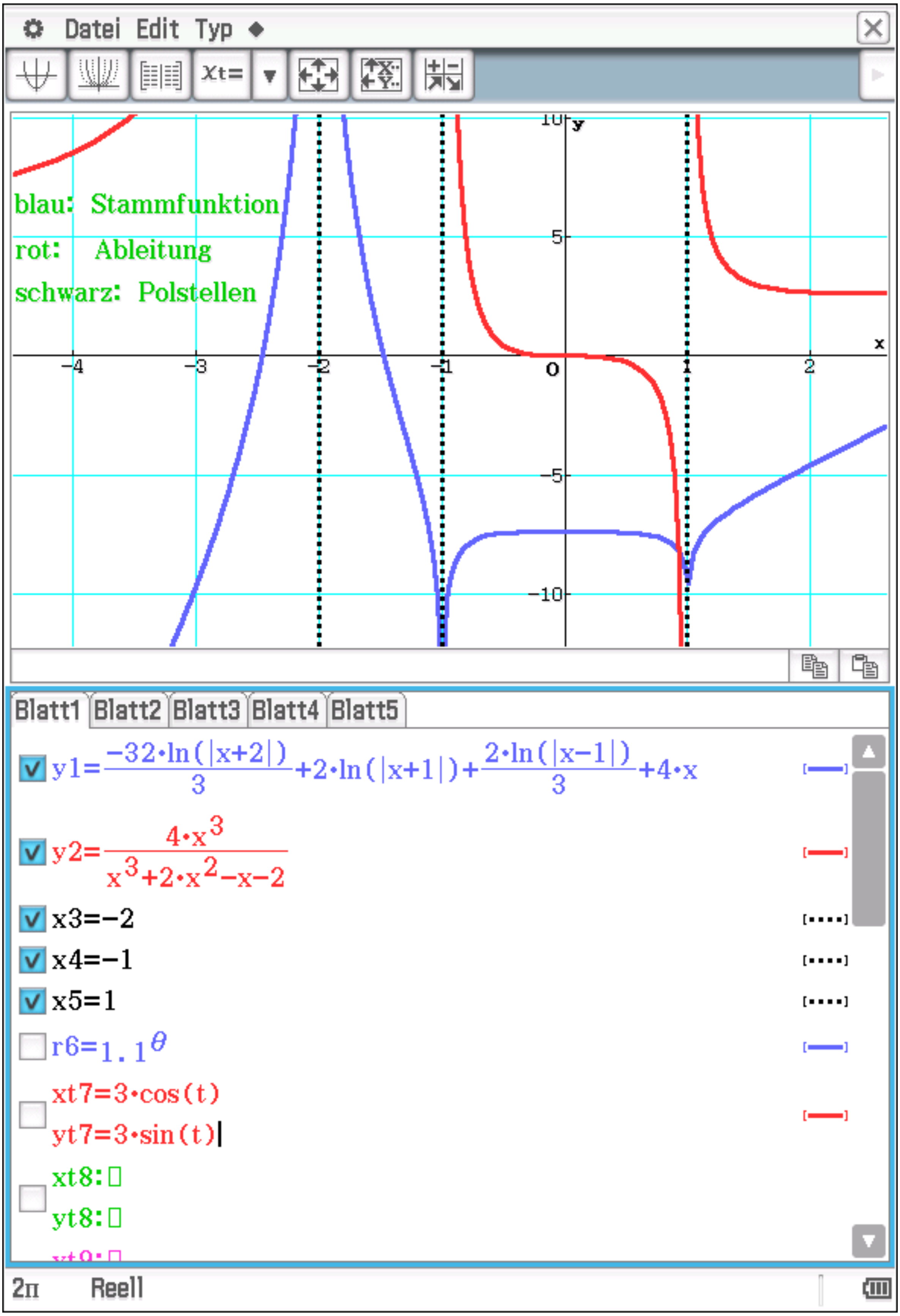
R=19−7=12 (Urdatenliste)

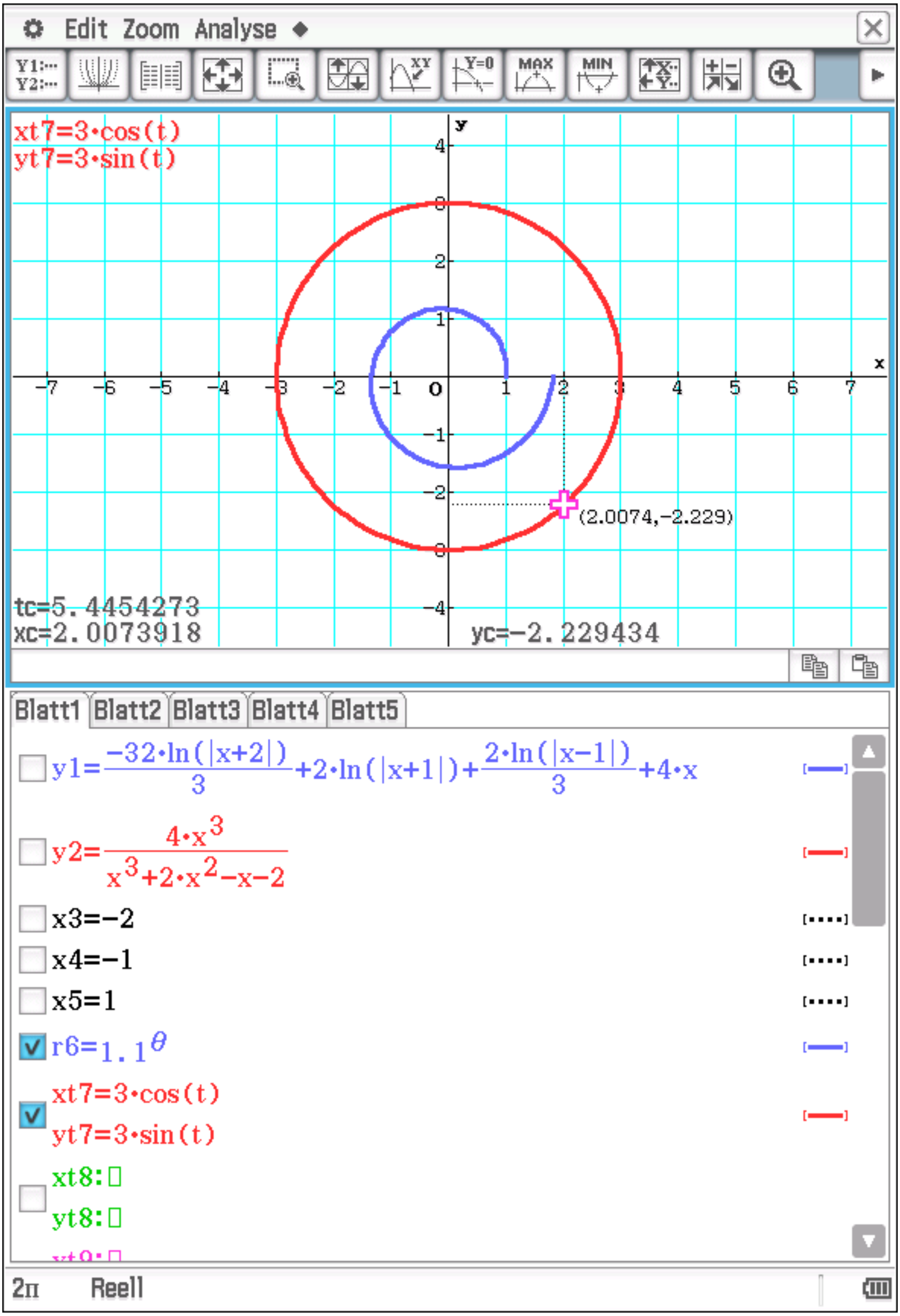
bzw.

R=20.5−6.5=14 (sek. Häuf.−Verteilung)

2D-Grafik

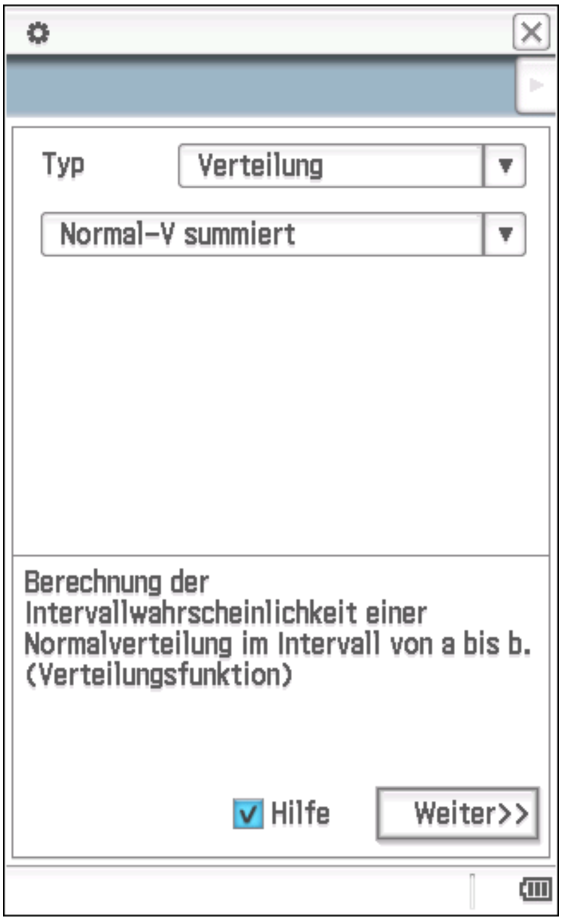

Edit Zoom Analyse
Verfolgen
Skizze
Grafische Lösung
Variieren
x/y-Berech.
Nullstelle
Minimum
Maximum
fMin
fMax
y-Achsen-Schnittpkt.
Schnittpunkt
Integral
Wendepunkt
Punkte-Abstand
π∫(f(x))²dx
y2=4·x^3/(x
blau: Stammfunktion
rot: Ableitung
schwarz: Polstellen
(-1.303,-18.19)
Maximum
xc=-1.302776
yc=-18.19381
2π Reell

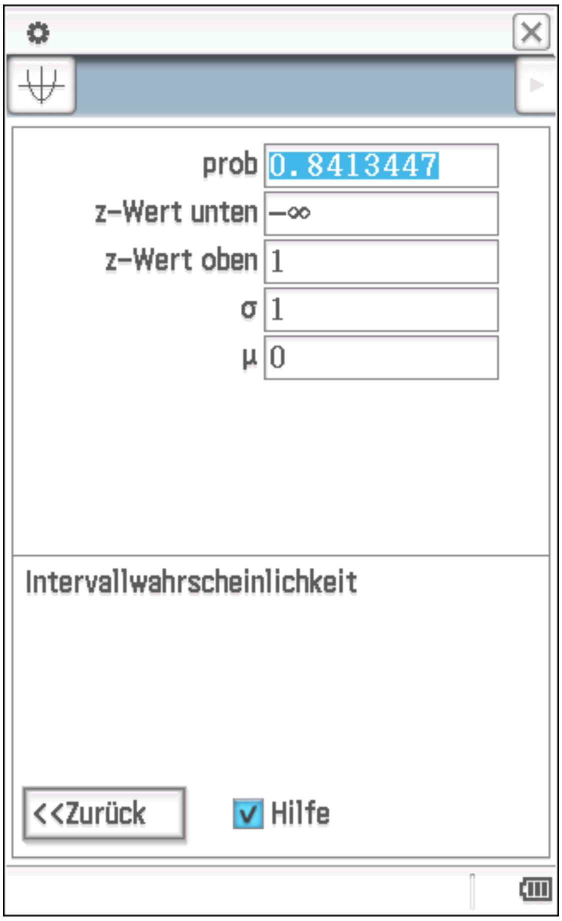

Datei Edit Typ
blau: Stammfunktion
rot: Ableitung
schwarz: Polstellen
Blatt1 Blatt2 Blatt3 Blatt4 Blatt5
y1=(−32·ln(|x+2|))/3+2·ln(|x+1|)+(2·ln(|x−1|))/3+4·x
y2=(4·x^3)/(x^3+2·x^2−x−2)
x3=−2
x4=−1
x5=1
r6=1.1^θ
xt7=3·cos(t)
yt7=3·sin(t)
xt8:
yt8:
2π Reell

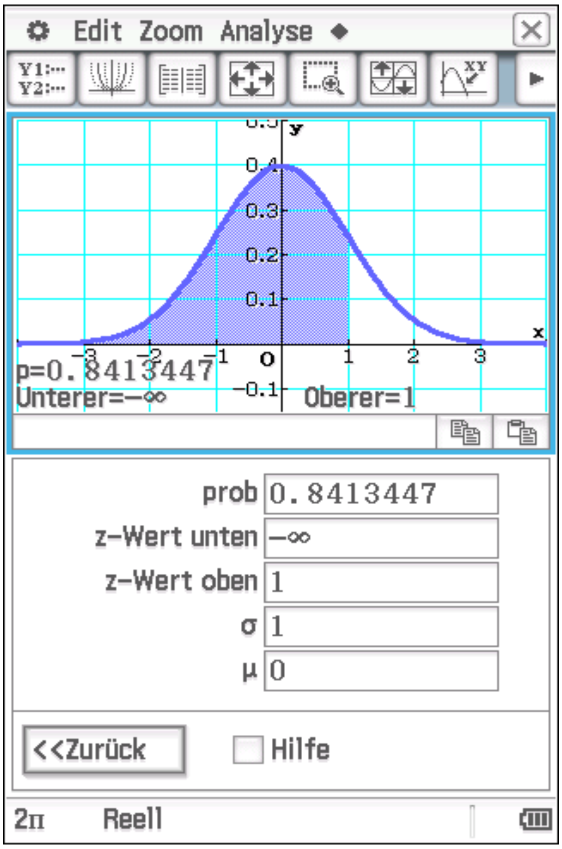


Edit Zoom Analyse
xt7=3•cos(t)
yt7=3•sin(t)
(2.0074,−2.229)
tc=5.4454273
xc=2.0073918
yc=−2.229434
Blatt1 Blatt2 Blatt3 Blatt4 Blatt5
y1=(−32•ln(|x+2|))/3+2•ln(|x+1|)+(2•ln(|x−1|))/3+4•x
y2=(4•x^3)/(x^3+2•x^2−x−2)
x3=−2
x4=−1
x5=1
r6=1.1^θ
xt7=3•cos(t)
yt7=3•sin(t)
xt8:
yt8:
2π Reell

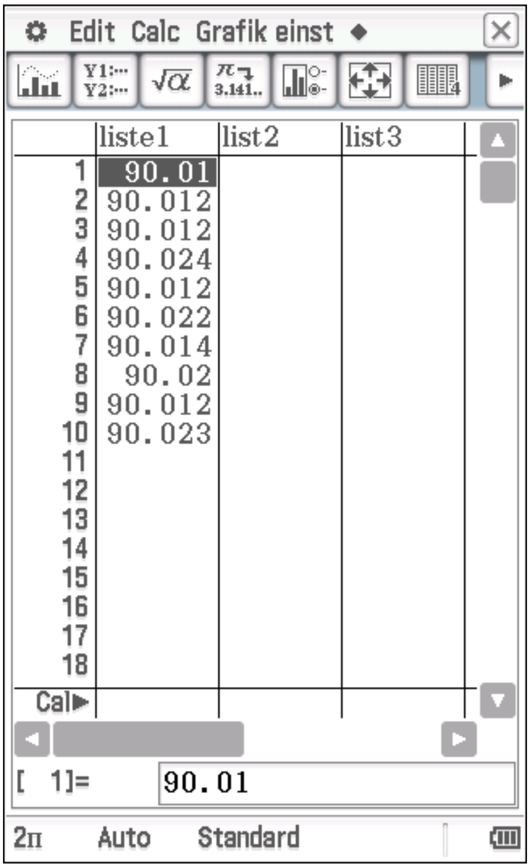
Verteilungsfunktion

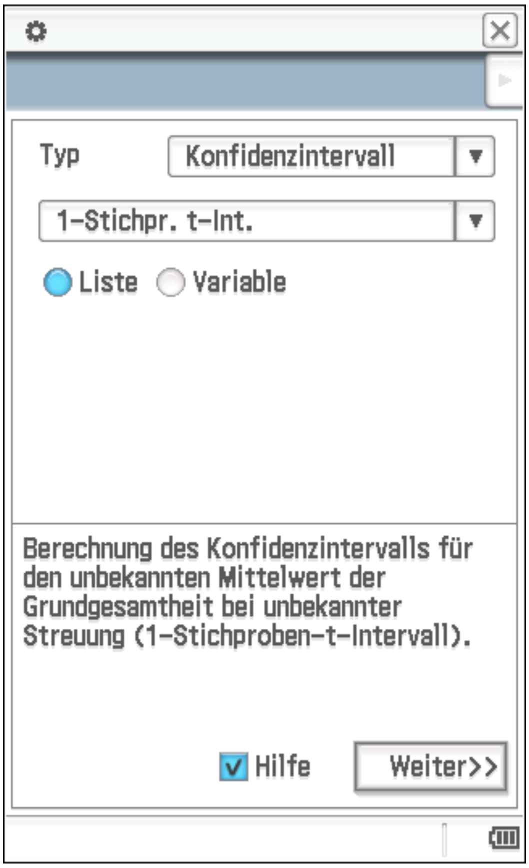


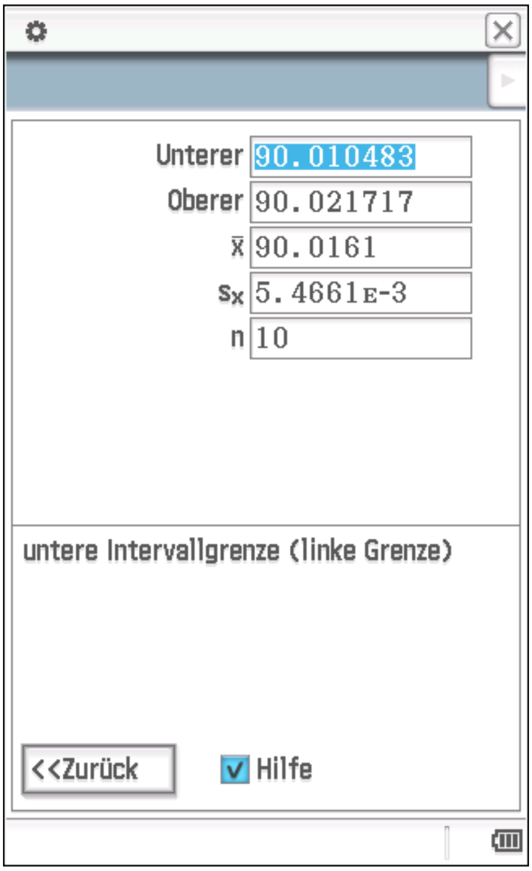




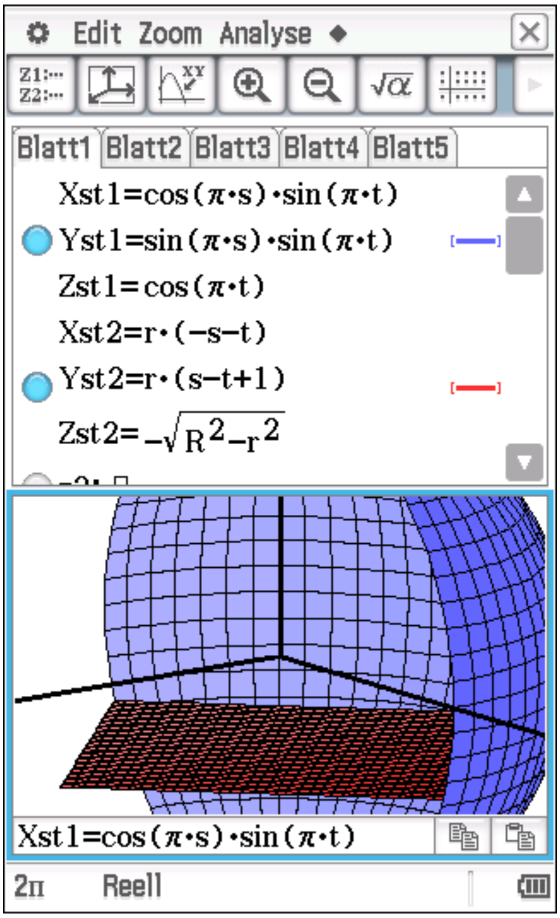
Konfidenzintervall

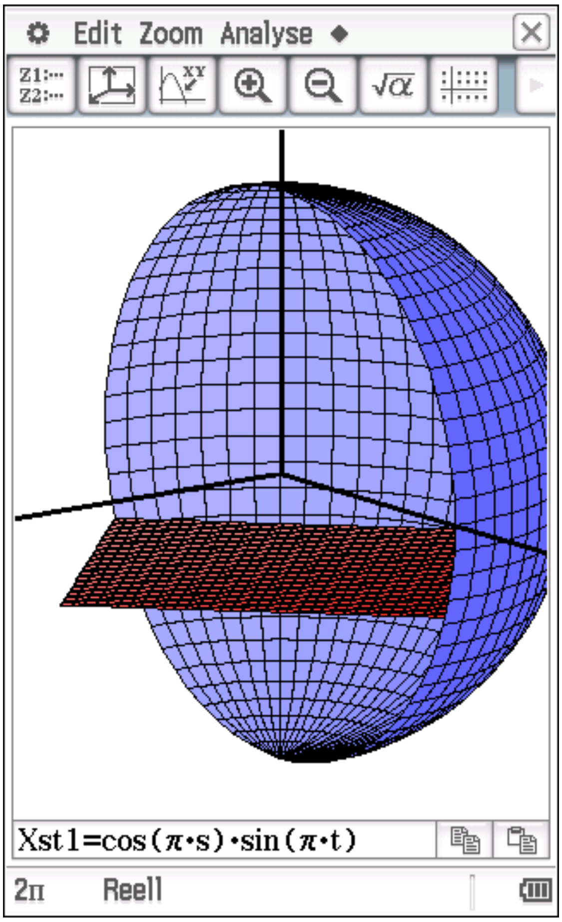


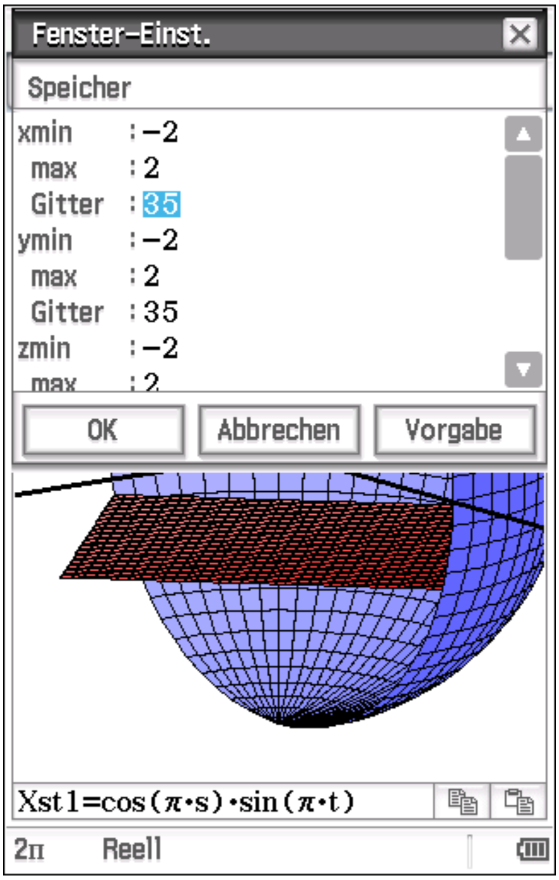


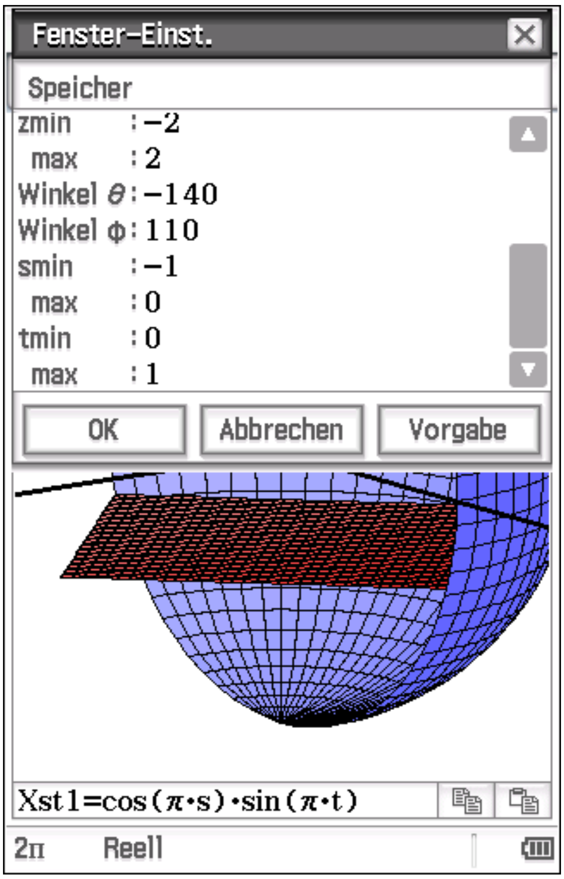


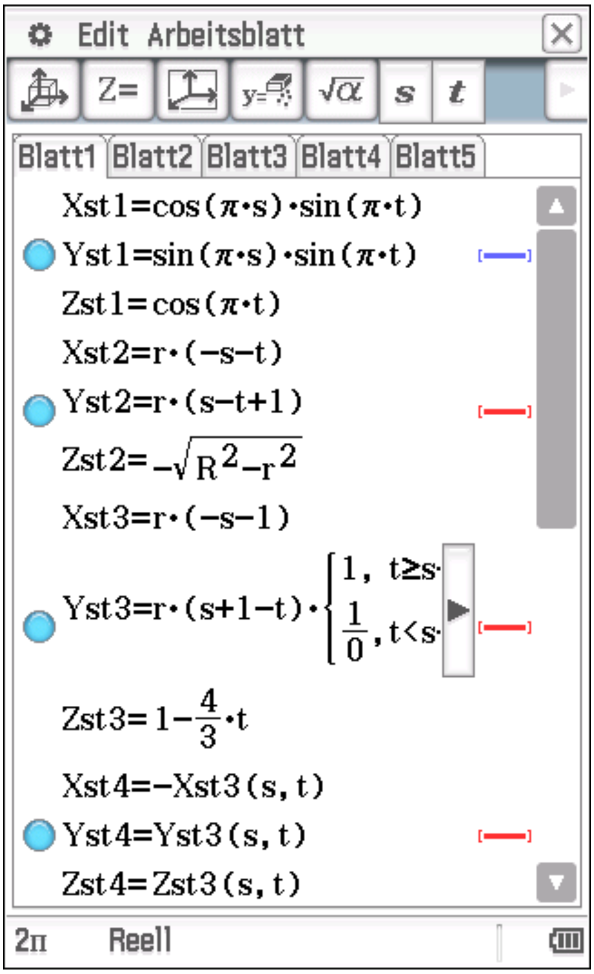
3D-Grafik

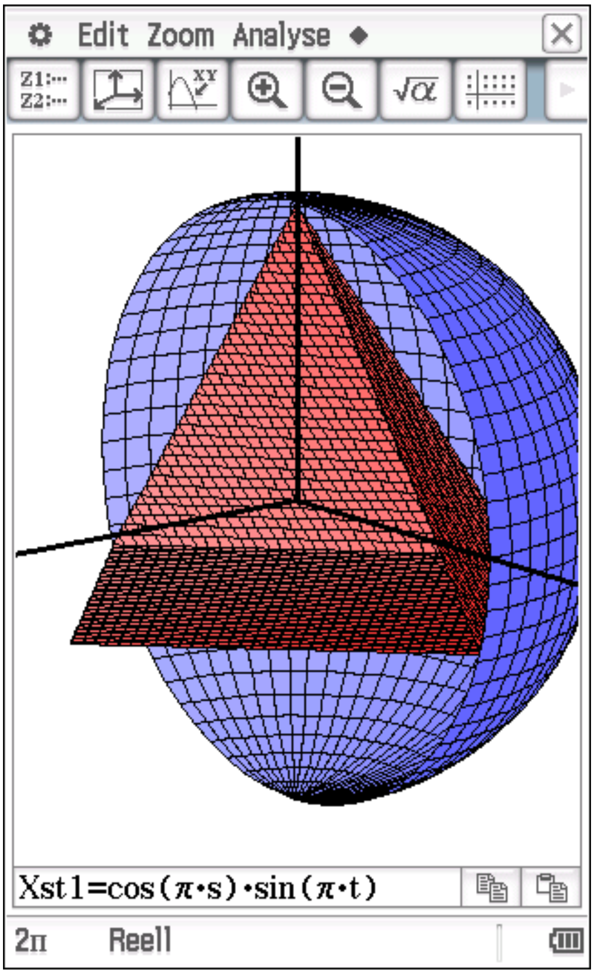

Edit Zoom Analyse
Blatt1 Blatt2 Blatt3 Blatt4 Blatt5
Xst1=cos(π·s)·sin(π·t)
Yst1=sin(π·s)·sin(π·t)
Zst1=cos(π·t)
Xst2=r·(−s−t)
Yst2=r·(s−t+1)
Zst2=−√(R²−r²)
Xst1=cos(π·s)·sin(π·t)
2π Reell


Edit Zoom Analyse
Xst1=cos(π·s)·sin(π·t)
2π Reell

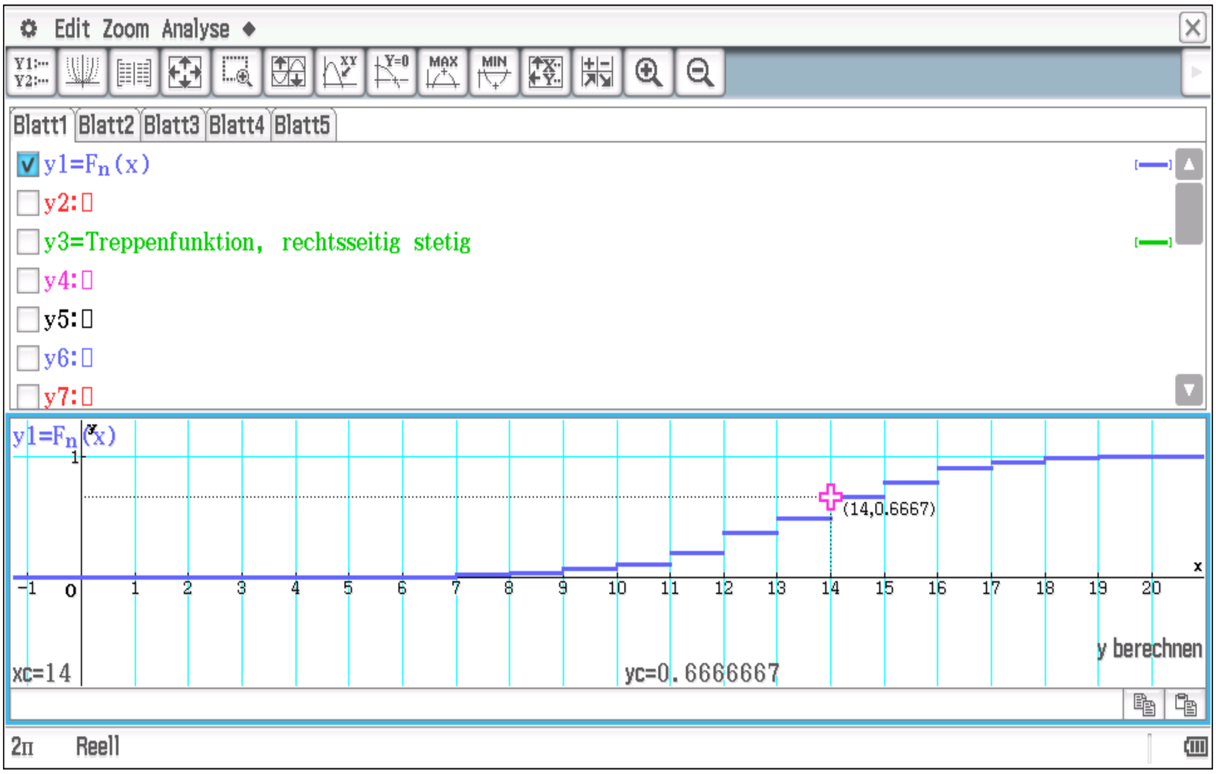

Fenster-Einst.
Speicher
xmin :−2
max :2
Gitter :35
ymin :−2
max :2
Gitter :35
zmin :−2
OK
Abbrechen
Vorgabe
Xst1=cos(π·s)·sin(π·t)
2π Reell


Fenster-Einst.
Speicher
zmin :−2
max :2
Winkel θ:−140
Winkel φ:110
smin :−1
max :0
tmin :0
max :1
OK
Abbrechen
Vorgabe
Xst1=cos(π·s)·sin(π·t)
2π Reell

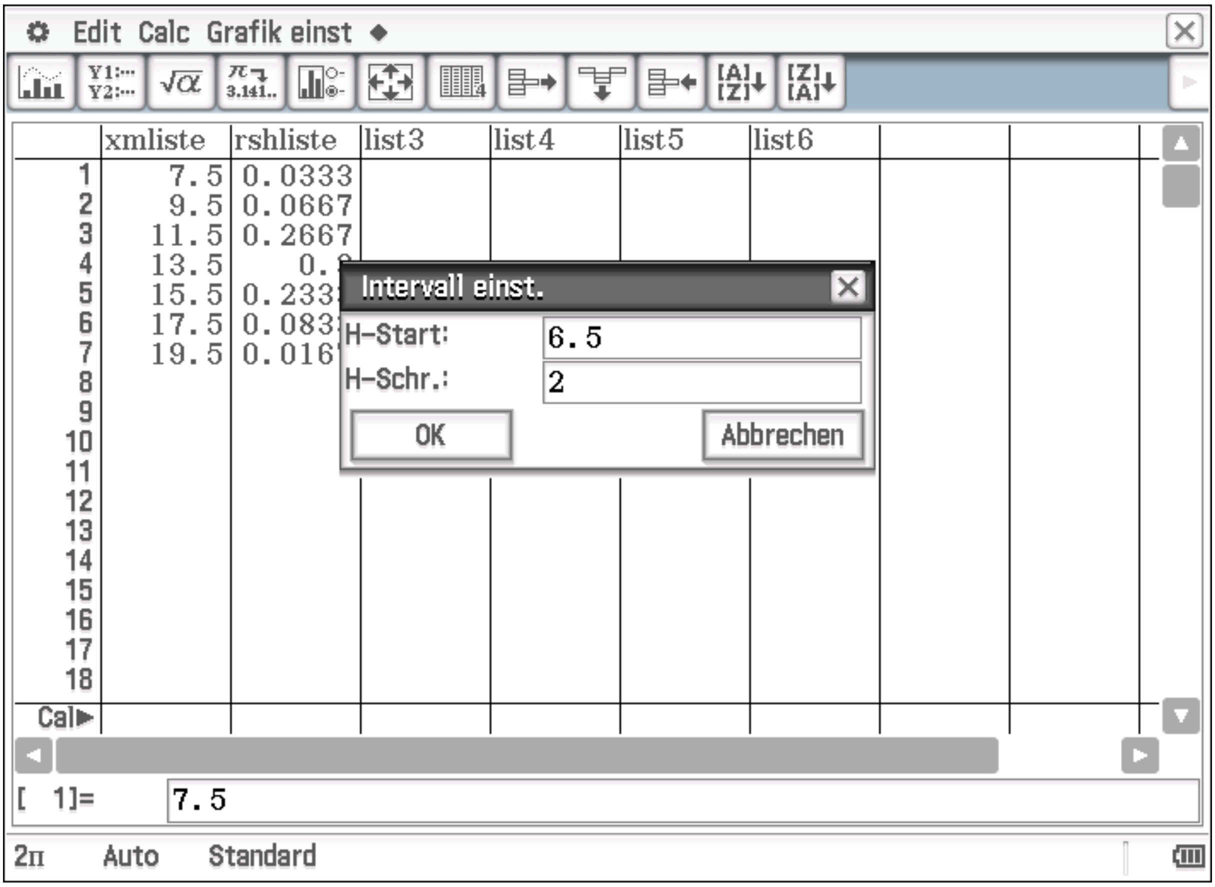


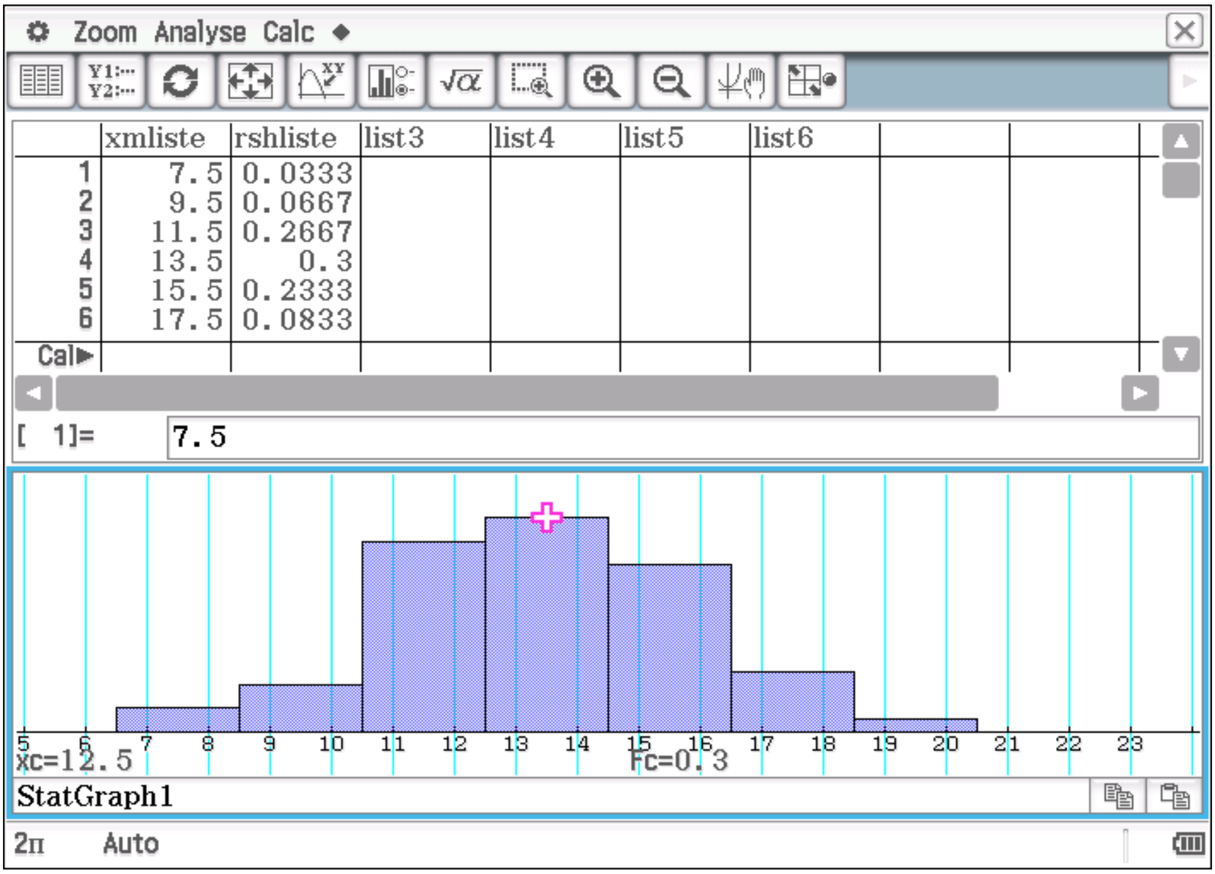


Treppenfunktion:

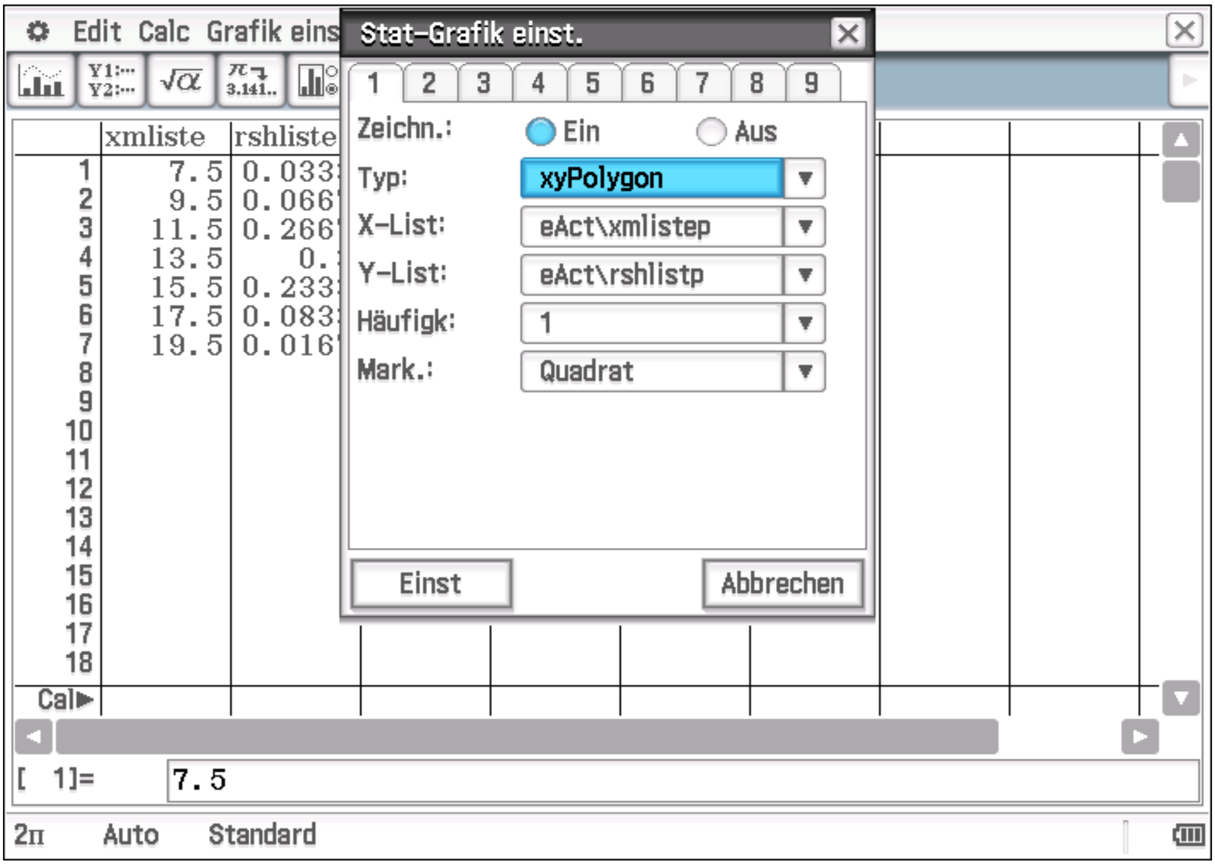


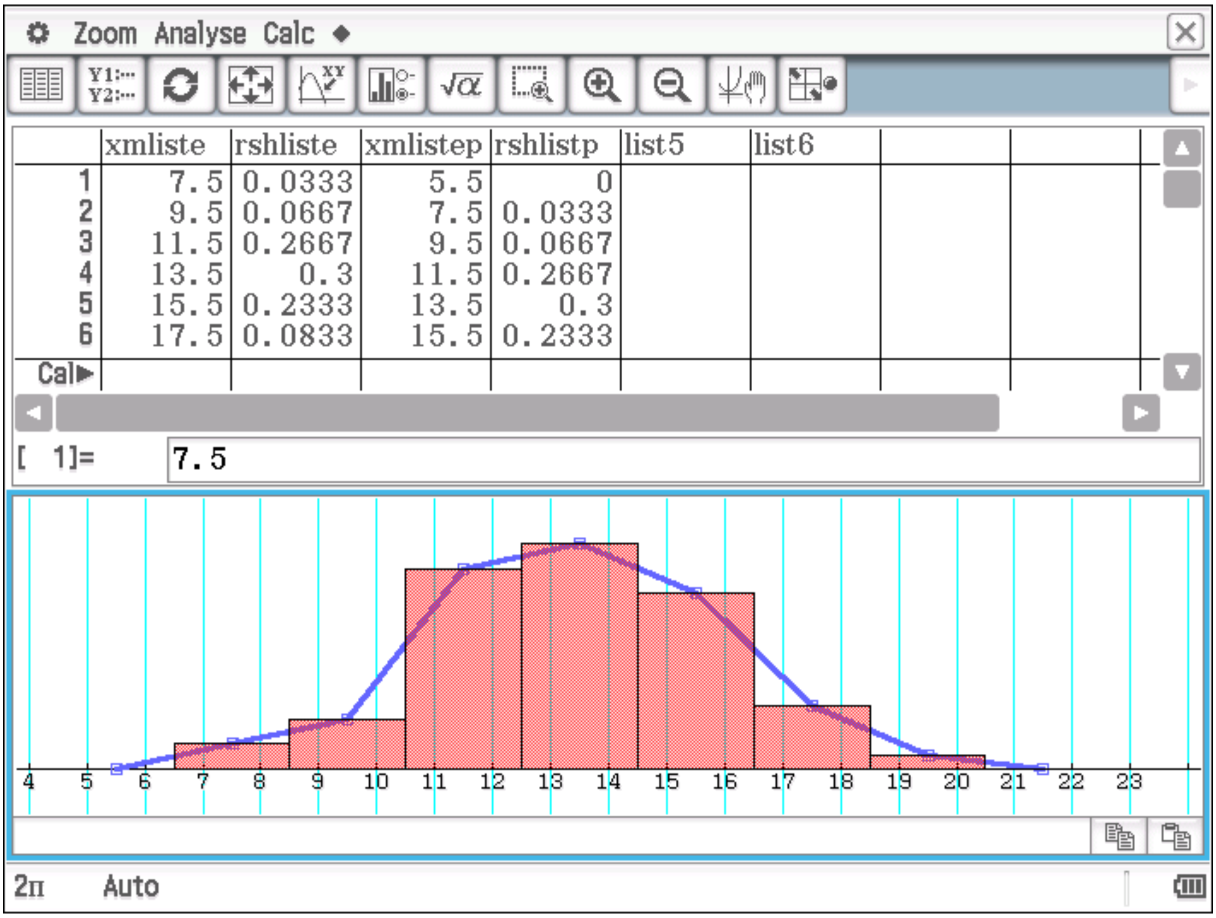
Histogramm: Gesamtfläche=1

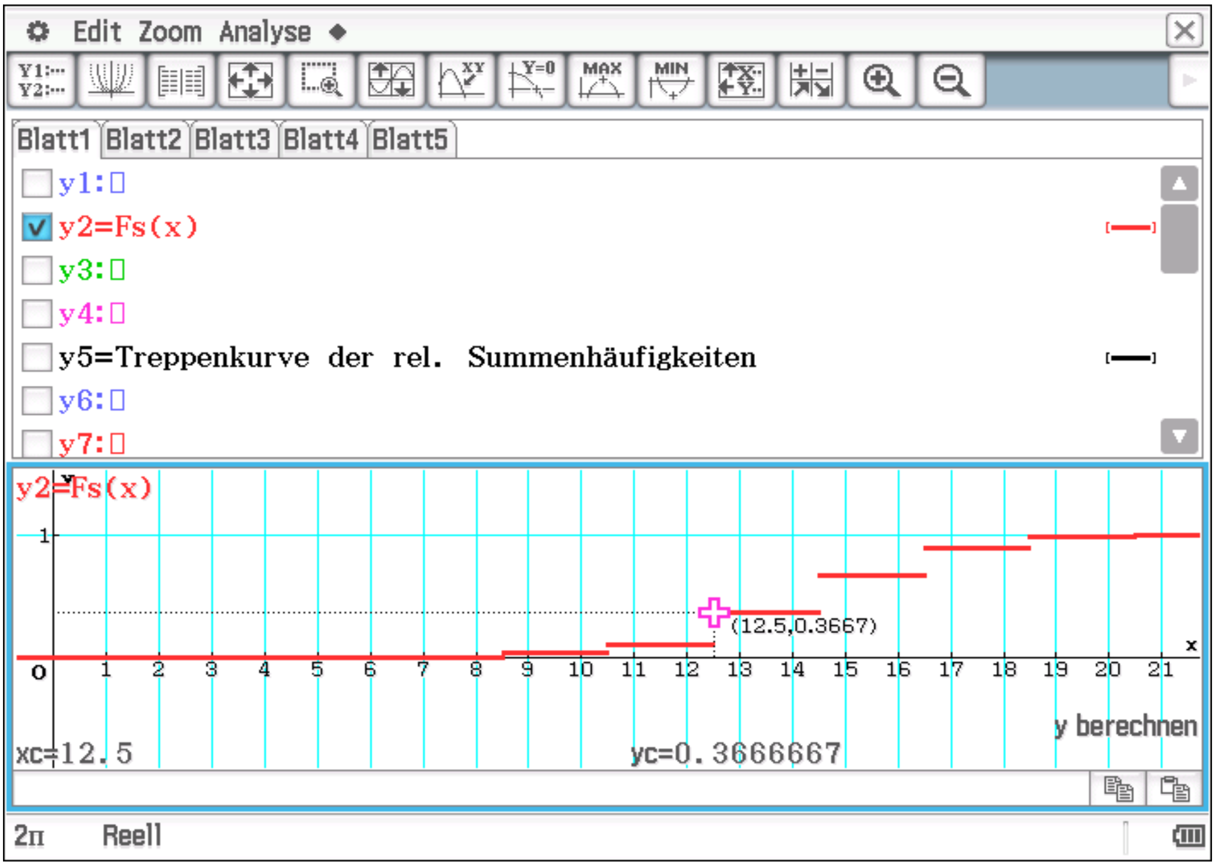




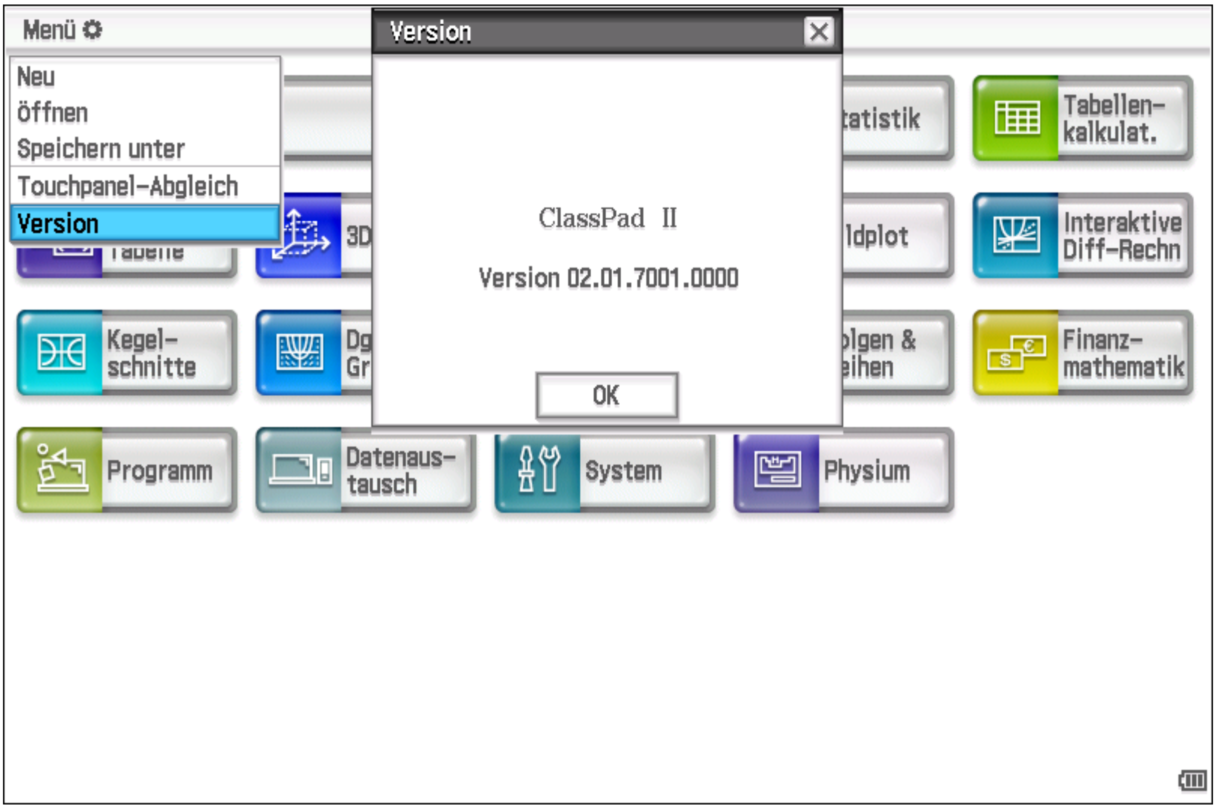
Glättung des Histogramms durch Häufigkeitspolygon







Edit Zoom Analyse
Blatt1 Blatt2 Blatt3 Blatt4 Blatt5
y1:
y2=Fs(x)
y3:
y4:
y5=Treppenkurve der rel. Summenhäufigkeiten
y6:
y7:
(12.5,0.3667)
y berechnen
xc=12.5
yc=0.3666667
Reell



Menü
Neu
Öffnen
Speichern unter
Touchpanel-Abgleich
Version
ClassPad II
Version 02.01.7001.0000
OK
Tabellen-kalkulat.
Interaktive Diff-Rechn
Kegel-schnitte
Finanz-mathematik
Programm
Datenaus-tausch
System
Physium