Prof. Dr. L. Paditz 28.01.2014

Mathe3 (Jan. 2014)
==================

STAT 1.5
==========

χ^2-Anpassungstest, vgl. LÜB Bd.3 S.263 und Bartsch S.716

Parameterschätzung:

Klassenrepräsentanten (Klassenmitten)

seq(x,x,1.87,2.29,.06)⇒listx

{1.87,1.93,1.99,2.05,2.11,2.17,2.23,2.29}

absolute Häufigkeiten:

{2,9,34,55,55,30,12,3}⇒listh

{2,9,34,55,55,30,12,3}

m:=mean(listx,listh)

2.0815

$\frac{1}{199}$sum((listx−ans)^2*listh)

6.582663317E-3

s:=$\sqrt{\text{ans}}$

0.08113361397

1. **H_0:** Grundgesamtheit ist N(m,s^2)−verteilt

   Ha: Grundgesamtheit ist nicht N(m,s^2)−verteilt

2. **Irrtumswkt.** α sei 0.10 (= Signifikanzniveau)

3. **Testgröße T**

$$T=\sum_{k=1}^{q}\left(\frac{(H_k-n*p_k)^2}{n*p_k}\right),\quad \text{wobei } n*p_k\geq 5\ \forall k\ \text{(Faustregel)}$$

Falls Faustregel nicht erfüllt ist: benachbarte Klassen zusammenfassen.

$n*p_k$ ist der theoretische (absolute) Vergleichswert zu H_k

T ist unter H_0 **χ^2-verteilt** mit q-1-r Freiheitsgraden,

==

wobei r die Anzahl der geschätzten Parameter in H_0 beschreibt.

H_k ist die (zufällige) absolute Häufigkeit in der k-ten Klasse.

4. **Kritischer Bereich** $K^*=\{t\,|\,t>\chi^2_{x,0.90}\}$, $x=q-1-r$

$\alpha:=0.10$

0.1

5. **Testentscheidung:**

T anhand der realisierten Daten berechnen:

Klassengrenzen für die hypothetische Verteilung:

seq(x,x,1.90,2.26,.06)⇒listx

{1.9,1.96,2.02,2.08,2.14,2.2,2.26}

augment({-∞},listx)⇒listx

{-∞,1.9,1.96,2.02,2.08,2.14,2.2,2.26}

augment(listx,{∞})⇒listx

{-∞,1.9,1.96,2.02,2.08,2.14,2.2,2.26,∞}

seq(normCDf(listx[k],listx[k+1],s,m),k,1,8,1)*200⇒listnp

{2.528303297,10.89724397,31.41901931,53.68038677,54▶

Die Randklassen sind zu schwach besetzt:

Klassenzusammenfassung:

{−∞, 1.96, 2.02, 2.08, 2.14, 2.2, ∞}⇒listx

{−∞, 1.96, 2.02, 2.08, 2.14, 2.2, ∞}

seq(normCDf(listx[k], listx[k+1], s, m), k, 1, 6, 1)*200⇒listnp

{13.42554726, 31.41901931, 53.68038677, 54.3861156, 32. ▶

{11, 34, 55, 55, 30, 15}⇒listh

{11, 34, 55, 55, 30, 15}

Realisierung t der Testgröße T

$$t:=\mathrm{sum}\left(\frac{(\mathrm{listh}-\mathrm{listnp})^{2}}{\mathrm{listnp}}\right)$$

0.9324600561

T ist **χ^2–verteilt** mit q−1−r=6−1−2=3 Freiheitsgraden.

0.1

invChiCDf(α, 3)

6.251388631

$t = 0.93246 \notin K^{*} = \{t \mid t > \chi^2_{2, 0.90} = 6.25\}$

bedeutet: Nichtablehnung von H_0, d.h.

auf Grundlage des durchgeführten Tests mit der zur Verfügung stehenden Stichprobe besteht auf dem Signifikanzniveau α kein Anlaß, die Nullhypothese abzulehnen.
Das bedeutet nicht, dass damit die absolute Richtigkeit von H_0 gezeigt sei. Mit einer anderen Stichprobe und/oder einem anderen α könnte das Testergebnis anders ausfallen.

α beschreibt auch die Wahrscheinlichkeit für den

Fehler 1.Art: Ablehnung von H_0, obwohl H_0 zutrifft.

Fehler 2.Art: Nichtablehnung von H_0, obwohl H_0 falsch ist.

Statistische Testverfahren geben eine Entscheidungshilfe für eine betrachtete Nullhypothese.
Die Verantwortung zur Formulierung des Testergebnisses liegt in der Hand des Testdurchführenden und nicht bei dem Softwareprodukt!

Statistische Software hat deshalb oftmals keine Entscheidung parat und fordert auch nicht die Eingabe von α.
Nach der Berechnung der Realisierung t wird lediglich als Vergleichswert für α die sogen. kritische Irrtumswkt. p (oder prob) ausgegeben:

Gilt $p < \alpha$, dann liegt t in K^*
Für $p \geq \alpha$ ist t als nicht kritisch anzusehen.
(für p nahe α steht eine Testentscheidung auf wackligen Füßen!)

Wegen der Kompliziertheit des **χ^2-Anpassungstests** ist dieser nicht im Taschenrechner programmiert und muss wie oben gezeigt in Einzelschritten durchgeführt werden.

Bem.:
Der im TR vorhandene **χ^2-Test** bezieht sich auf den **χ^2-Unabhängigkeitstest** bzw. **χ^2-Homogenoitätstest**, vgl. LÜB Bd. 3 S.285u.