

Computerstatistik – Praktikum

=====

Voreinstellung: unter Grafikformat alles ausstellen

Grundeinstellung: Dezimalmodus

Blumen–Aufgabe: Zufallsaussaat von Löwenzahn

=====

Quelle:

Paditz, L. (2002):

Zufallsaussaat und Wachstum von Löwenzahn – Simulation
zufälliger Punktmuster ("Pustebblumenwiese") und beschreibende
Statistik (Histogramme) zur Zufallsaussaat.

in: Mathematik mit Graphiktaschenrechnern

Ein Sammelband mathematischer Einzelbeiträge zum
Schulunterricht mit dem CFX-9850GB Plus

Hrg. v. CASIO Computer Co. GmbH Deutschland, Norderstedt
2002 (1. Aufl.), S. 86–93

Start der Zufallsaussaat:

=====

Programm **BLUMENCP** aufrufen, s. u.

Eingabe von T (Anzahl der Blumen) und Erzeugung der
Zufallsaussaat

Man erhält **Bild 0** mit den Zufallspunkten innerhalb der

80 Rasterfelder.

Nun erfolgt die Auszählung der Rasterfelder.

Man erhält eine Zufallsstichprobe (Umfang 80) zur Zufallsgröße X (zufällige Anzahl der Blumen pro Rasterfeld)

Bild 1: Histogrammdarstellung statt Stabdiagramm.

Wegen der Säulenbreite 1 entspricht die Säulenfläche einer Säule der Höhe im Stabdiagramm.

Es wurde damit eine sogenannte Stetigkeitskorrektur $\pm 1/2$ zu den jeweiligen X -Werten vorgenommen.

Ein Histogramm ist ein Flächendiagramm (Gesamtfläche=100%)

Schätzung von Mittelwert Q und Standardabweichung S , danach dann

Bild 2: Histogramm mit einer angepassten Gaußschen Glockenkurve (als mögliches Modell für die Verteilung der Zgr. X)

(Normalapproximation mit empirischem Mittelwert Q und empirischer Standardabweichung S)

nun: Berechnung der Binomialverteilung (als mögliches Modell für die Verteilung der Zgr. X)

Bild 3: Histogramm mit Binomial-Polygon

nun: Berechnung der POISSON-Verteilung

Bild 4: Histogramm mit POISSON-Polygon

Bild 5: Histogramm mit allen Wahrscheinlichkeitsmodellen:

Glocke blau
Binomial rot
Poisson grün

Hinweis:

=====

Im Beispiel werden z.B. $T=400$ Zufallspunkte (Pusteb Blumen) simuliert. d.h. im Mittel erhält jedes der 80 Rasterfelder $Q=400/80=5$ Pusteb Blumen (empirischer Mittelwert der betrachteten Wahrscheinlichkeitsmodelle). Der Parameter N der Binomialverteilung ist die maximale Besetzungszahl eines Rasterfeldes (z.B. $N=11$).

listv1 enthält die Rasternummern 1 bis 80. listv2 enthält die zufälligen Anzahlen der Blumen im entsprechenden Rasterfeld.

Damit gilt für die benutzten Wahrscheinlichkeitsmodelle:

Normalapproximation mit den Parametern

$\mu = \text{mean}(\text{listv3}, \text{listv4}) = Q = 5$ und $\sigma^2 = S^2 =$

$\text{sum}((\text{listv3} - Q)^2 * \text{listv4}) / 79$ (Listenarithmetik beachten!)

listv3 enthält die X -Werte (von 0 bis maximale

Rasterfeldbesetzung) und listv4 die zugehörigen Häufigkeiten.

Binomialapproximation mit den Parametern N und P

POISSON-Approximation mit dem Parameter $N * P = Q$.

Mit einem χ^2 -Anpassungstest könnte später überprüft werden, welches theoretische Modell am besten zum simulierten Histogramm passt.

**Start nur im Festgrößenmodus (Taschenrechnerformat)
möglich!**

Raster generieren:

Raster()

done

BlumenCP()

done

Gesamtanzahl T der Blumen:

T:=sum(listv3*listv4)

222

Mittelwert:

Q:=mean(listv3, listv4)

2.775

T/80

2.775

Streuung:

sum((listv3-Q)²*listv4)/79

3.239873418

Parameter N der B(N, P)-Verteilung:

N:=max(listv3)

8

P:=Q/N

0.346875

| | |
|------------------|---|
| STAT-List-Editor |  |
| Bildansichten |  |

Computerstatistik – Praktikum

=====

Voreinstellung: unter Grafikformat alles ausstellen

Grundeinstellung: Dezimalmodus

Ziegen–Aufgabe: Monty–Hall–Problem

=====

Wir betrachten das Spiel "Zwei Ziegen und ein Auto" (Monty–Hall–Problem, Let's Make a Deal) aus einer amerikanischen Spielshow, welche vor mehr als 30 Jahren im US–Fernsehen gesendet wurde und breite Diskussionen zum Zufallscharakter des Spiels auslöste.

Es gibt drei mit den Ziffern 1, 2 und 3 bezeichnete Türen. Hinter einer der Türen befindet sich ein Auto, während hinter den anderen zwei Türen jeweils eine Ziege platziert ist.

Es gelten folgende Spielregeln:

1. Der Spieler wählt eine Tür aus (hinter der er das Auto vermutet).
2. Der Showmaster (Monty Hall) öffnet nun eine andere Tür (mit einer Ziege).
3. Der Showmaster stellt es daraufhin dem Spieler frei, von seiner Tür zur anderen noch geschlossenen Tür zu wechseln.
4. Die nun endgültig vom Spieler gewählte Tür wird abschließend geöffnet.

Er gewinnt das Auto, falls es hinter der letztlich gewählten Tür steht.

Mithilfe des ClassPad wollen wir n (sagen wir $n = 100$) solcher Spielshow-Situationen simulieren, um zu sehen, ob die Strategie des Wechsels der Tür in Hinblick auf die Erhöhung der Gewinnchance günstig oder ungünstig ist.

Damit gibt uns die Simulation einen Anhaltspunkt darüber, welche Strategie für den Spieler die bessere sein könnte:

"ursprünglich gewählte Tür beibehalten"

oder

"gewählte Tür verwerfen, zur anderen geschlossenen Tür wechseln"

Mit diesem Experiment lernt man die Zufälligkeiten des realen Lebens besser zu verstehen. Man erkennt, dass manchmal die eigene vernünftige Mutmaßung

"bei noch zwei verschlossenen Türen ist die Chance sicher 50 zu 50"

in diesem Fall trügerisch und sogar falsch ist!

Marilyn Vos Savant, eine Wissenschaftsjournalistin, beantwortete damals diese Frage ganz klar dahingehend, dass sich mit dem Wechseln zur anderen Tür die Gewinnchance verdoppelt. Dies führte zu großen Diskussionen in der Öffentlichkeit.

Wie denken Sie darüber?

Simulation des Spiels mit dem Programm MontyHal:

(Bem.: $n=200$ Fehlermeldung Unzureichender Speicher)

MontyHal()

done

stop

**n=100 simulierte Spiele (Spielstrategie 1: Tür wechseln)
77 gewonnene Spiele, 23 verlorene Spiele**

MontyHal()

done

□

**n=100 simulierte Spiele (Spielstrategie 0: Tür nicht
wechseln)
27 gewonnene Spiele, 73 verlorene Spiele**

Erläuterung der Listen:

In list1 sehen Sie die simulierten Autopositionen (in n = 100 Spielen).

In list2 sehen Sie die Zufallsauswahl des Spielers, in list3 den Hinweis des Showmasters.

list4 zeigt die endgültige Wahl des Spielers und list5 gibt den Gewinn bzw. Verlust an.

list6 enthält die kumulierte Summe zu list5 in n = 100 Spielen. Hier haben wir z.B. 70

mal Erfolg mithilfe der Strategie 1 (d. h. Strategie 0 würde dann in nur 30 von n = 100 Spielen Gewinn bringend sein).

Die Listen list7 bis list9 geben den individuellen Spielverlauf wieder, wobei die 2.Ziffer 0 als Trennzeichen dient:

z.B. bedeutet der Spielverlauf "30323":

Auto auf 3, Spieler wählt 3, Spielmeister zeigt 2, Spieler bleibt bei 3 (Strategie "nicht wechseln")

Starten Sie die Simulation erneut und sehen Sie sich die generierten Listen an:



Das Monty-Hall-Problem und die Wahrscheinlichkeitstheorie



Ereignisse: $A_i = \{\text{Das Auto ist hinter der Tür } i\}$, $i = 1, 2, 3$.

$M_j = \{\text{Der Showmaster öffnet die Tür } j\}$, $j = 1, 2, 3$.

Wahrscheinlichkeiten: $P(A_i) = 1/3$ für alle i

Der Spieler wählt die Tür 1 (ohne Beschränkung der Allgemeinheit).

Bedingte Wahrscheinlichkeiten:

$$P(M_2/A_1) = 1/2, \quad P(M_3/A_1) = 1/2$$

$$P(M_2/A_2) = 0, \quad P(M_3/A_2) = 1$$

$$P(M_2/A_3) = 1, \quad P(M_3/A_3) = 0$$

Formel der totalen Wahrscheinlichkeit:

$$\begin{aligned}P(M2) &= P(M2/A1) \cdot P(A1) + P(M2/A2) \cdot P(A2) + \\ &P(M2/A3) \cdot P(A3) \\ &= 1/6 + 0 + 1/3 = 1/2,\end{aligned}$$

analog

$$\begin{aligned}P(M3) &= P(M3/A1) \cdot P(A1) + P(M3/A2) \cdot P(A2) + \\ &P(M3/A3) \cdot P(A3) \\ &= 1/6 + 1/3 + 0 = 1/2.\end{aligned}$$

Bayes'sche Formel:

$$P(A1/M2) = P(M2/A1) \cdot P(A1)/P(M2) = (1/2) \cdot (1/3)/(1/2) = 1/3,$$

$$P(A3/M2) = P(M2/A3) \cdot P(A3)/P(M2) = (1) \cdot (1/3)/(1/2) = 2/3,$$

$$P(A2/M2) = 0.$$

Quelle:

Paditz, L.: **Mathematische Modelle und wissenschaftlich-technische Anwendungen**

Beispiele aus Schule und Studium mit dem grafikfähigen Symboltaschenrechner ClassPad 300

Hrg. v. CASIO Europe GmbH im Bildungsverlag EINS, Norderstedt 2004 (1. Aufl.), 112 S.

Kapitel 11: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

Download:

http://dipmat.math.unipa.it/~grim/21_project/21_brno03_Padi 

Computerstatistik – Praktikum

=====

Voreinstellung: unter Grafikformat alles ausstellen

Grundeinstellung: Dezimalmodus

Einführungsaufgabe:

=====

Enttarnung des "gezinkten" Würfels –

Datensimulation/Auswertung/Fehlentscheidung


(oder: Warum die Statistik nicht zur absoluten Wahrheit führt, jedoch die Kritikfähigkeit fördert.)

Mithilfe des GTR werden ideale und "gezinkte" Würfel simuliert. Die simulierten Daten werden statistisch ausgewertet und dienen als Grundlage zur Überprüfung von statistischen Hypothesen. Schließlich wird über mögliche Fehlentscheidungen diskutiert.

Software: ClassPad ManagerII

(Version 01.00.0000 von 2013)

Quelle:

<http://miamil.uni-muenster.de/servlets/DocumentServlet?id=14> 

<http://miamil.uni-muenster.de/servlets/DerivateServlet/Derivat> 

Neues Lernen, neue Medien, viele Projekte im Land:

Tagungsdokumentation; Westfälische Wilhelms-Universität

Münster, 21. - 24. Mai 2002

Beitrag von Paditz, L.: S. 182-206

Start der Würfelsimulation mit dem Programm FairDie3

=====

(idealer Würfel: code=1)

Jede Augenzahl 1, 2, 3, 4, 5, 6 hat die gleiche Chance 1/6.

M=200 Experimente mit jeweils N=100 Würfeln

Es werden also 200 χ^2_5 -verteilte Zufallsdaten generiert und sortiert (Variationsreihe).

(Bem.: M=250 führt nach der Simulation zum Programmabsturz)

Aufruf ohne Parameter (Eingabe über Dialogfenster)

FairDie3()

done

stop

Sortierung sofort nach der Simulation:

sortA(listv) ⇒ listv

{0.2, 0.68, 0.8, 0.8, 1.04, 1.16, 1.4, 1.64, 1.64, 1.76, 1.76} ▶

stop

Ansicht der Variationsreihe im STAT-List-Editor:

STAT-List-Editor



primäre Häufigkeitsverteilung erzeugen mit PrimaerH

PrimaerH()

done

listv2⇒loldpx

{0.2, 0.68, 0.8, 1.04, 1.16, 1.4, 1.64, 1.76, 1.88, 2, 2.36, 2}

listv3⇒loldpf

{1, 1, 2, 1, 1, 1, 2, 3, 1, 1, 3, 4, 5, 2, 2, 3, 2, 4, 1, 2, 2, 3, 1, 1, 6}

stop

Ansicht im STAT-List-Editor:

STAT-List-Editor



absolute Summenhäufigkeiten berechnen:

cuml(loldpf)⇒loldps

{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9, 12, 13, 14, 17, 21, 26, 28, 30, 33, 35, 39, 40}

Vorbereitung der empirischen Verteilungsfunktion:

listv3⇒pf

{1, 1, 2, 1, 1, 1, 2, 3, 1, 1, 3, 4, 5, 2, 2, 3, 2, 4, 1, 2, 2, 3, 1, 1, 6}

signum(x-listv2)+1⇒px

{signum(x-0.2)+1, signum(x-0.68)+1, signum(x-0.8)+1, signum(x-1.04)+1, signum(x-1.16)+1, signum(x-1.4)+1, signum(x-1.64)+1, signum(x-1.76)+1, signum(x-1.88)+1, signum(x-2)+1, signum(x-2.36)+1, signum(x-2)+1}

STAT-List-Editor: Listenansicht



Define $y21(x) = \frac{1}{2M} \text{sum}(pf * px)$

done

Define $y22(x) = \text{chiCDF}(-\infty, x, 5)$

done

stop

Darstellung der empirischen Verteilungsfunktion

| | |
|--------------------------------|--------------|
| empirische Verteilungsfunktion | Y1:… Y2:… |
|--------------------------------|--------------|

sekundäre Häufigkeitsverteilung erzeugen mit SekundH

SekundH()

done

Klassenmitten in loldsx speichern:

listv4⇒loldsx

{0, 0.5, 1.5, 2.5, 3.5, 4.5, 5.5, 6.5, 7.5, 8.5, 9.5, 10.5, 11.5} ▶

Klassenhäufigkeiten in loldsf speichern (erstes Element auf "0"

gesetzt für Histogramm):

listv5⇒loldsf

{4, 4, 9, 17, 12, 14, 6, 12, 12, 4, 1, 2, 1, 0, 2, 1, 0, 1, 2}

0⇒loldsf[1]

{0, 4, 9, 17, 12, 14, 6, 12, 12, 4, 1, 2, 1, 0, 2, 1, 0, 1, 2}

Klassenhäufigkeiten in listv5 speichern (erstes Element auf

zweites gesetzt für Häufigkeitspolygon):

listv5[2]⇒listv5[1]

{4, 4, 9, 17, 12, 14, 6, 12, 12, 4, 1, 2, 1, 0, 2, 1, 0, 1, 2}

stop

Define y23(x)=M*chiPDF(x, 5)

done

stop

Dichtefkt. mit Faktor M=200 gestreckt (flächengleich zum

Histogramm mit abs. Häufigkeiten)

im Histogramm: H-Start=0, H-Schritt=1 setzen

Histogramm/Häufigkeitspolygon



Darstellung der Treppenkurve der rel.

Summenhäufigkeiten:

loldsf \Rightarrow sf

{0, 4, 9, 17, 12, 14, 6, 12, 12, 4, 1, 2, 1, 0, 2, 1, 0, 1, 2}

signum(x-listv4)+1 \Rightarrow sx

{signum(x)+1, signum(x-0.5)+1, signum(x-1.5)+1, signum(x-:

Define $y24(x) = \frac{1}{2M} \text{sum}(sx, sf)$

done

Define $y22(x) = \text{chiCDF}(-\infty, x, 5)$

done

stop

Treppenkurve mit theor. Vert.-fkt.

Y1: ...
Y2: ...

cuml(loldsf) \Rightarrow loldss

{0, 4, 13, 30, 42, 56, 62, 74, 86, 90, 91, 93, 94, 94, 96, 97, 97, 9

□

Computerstatistik – Praktikum

=====

Voreinstellung: unter Grafikformat alles ausstellen

Grundeinstellung: Dezimalmodus

Einführungsaufgabe:

=====

Enttarnung des "gezinkten" Würfels –

Datensimulation/Auswertung/Fehlentscheidung

(oder: Warum die Statistik nicht zur absoluten Wahrheit führt, jedoch die Kritikfähigkeit fördert.)

Mithilfe des GTR werden ideale und "gezinkte" Würfel simuliert. Die simulierten Daten werden statistisch ausgewertet und dienen als Grundlage zur Überprüfung von statistischen Hypothesen. Schließlich wird über mögliche Fehlentscheidungen diskutiert.

Software: ClassPad ManagerII

(Version 01.00.0000 von 2013)

Quelle:

<http://miamil.uni-muenster.de/servlets/DocumentServlet?id=14> ►

<http://miamil.uni-muenster.de/servlets/DerivateServlet/Derivat> ►

Neues Lernen, neue Medien, viele Projekte im Land:

Tagungsdokumentation; Westfälische Wilhelms-Universität

Münster, 21. - 24. Mai 2002

Beitrag von Paditz, L.: S. 182-206

Start der Würfelsimulation mit dem Programm FairDie3

=====

(gezinkter Würfel: code=0)

Jede Augenzahl 1, 2, 3, 4, 5 hat die gleiche Chance 2/11 und
die 6 ist benachteiligt und hat nur die Chance 1/11.

M=180 Experimente mit jeweils N=100 Würfeln

Es werden also 180 χ^2_5 -verteilte Zufallsdaten generiert und
sortiert (Variationsreihe).

(Bem.: M=200 führt nach der Simulation zum Programmabsturz:
unzureichender Speicher unter PrimaerH))

Aufruf ohne Parameter (Eingabe über Dialogfenster)

FairDie3()

done

stop

Sortierung sofort nach der Simulation:

sortA(listv)⇒listv

{0.68, 1.76, 2.12, 2.36, 2.6, 2.6, 2.6, 2.72, 2.72, 2.84, 3.5 ▶

stop

Ansicht der Variationsreihe im STAT-List-Editor:

STAT-List-Editor 

primäre Häufigkeitsverteilung erzeugen mit PrimaerH

PrimaerH()

done

listv2⇒lnewpx

{0.68, 1.76, 2.12, 2.36, 2.6, 2.72, 2.84, 3.56, 3.68, 3.8, 4.} ▶

listv3⇒lnewpf

{1, 1, 1, 1, 3, 2, 1, 2, 1, 1, 1, 5, 4, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 3, 1, 5, 1, 1, 5,} ▶

stop

Ansicht im STAT-List-Editor:

STAT-List-Editor 

absolute Summenhäufigkeiten berechnen:

cuml(lnewpf)⇒lnewps

{1, 2, 3, 4, 7, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 20, 24, 25, 26, 28, 30, 31, 32} ▶

Vorbereitung der empirischen Verteilungsfunktion:

listv3⇒pf

{1, 1, 1, 1, 3, 2, 1, 2, 1, 1, 1, 5, 4, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 3, 1, 5, 1, 1, 5,} ▶

signum(x-listv2)+1⇒px

{signum(x-0.68)+1, signum(x-1.76)+1, signum(x-2.12)+1, si} ▶

STAT-List-Editor: Listenansicht 

Define $y_{21}(x) = \frac{1}{2M} \text{sum}(pf * px)$

done

Define $y22(x)=\text{chiCDF}(-\infty, x, 5)$

done

stop

Darstellung der empirischen Verteilungsfunktion

empirische Verteilungsfunktion nach rechts verschoben

Y1:…
Y2:…

sekundäre Häufigkeitsverteilung erzeugen mit SekundH

SekundH()

done

Klassenmitten in lnewsx speichern:

listv4⇒lnewsx

{0, 0.5, 1.5, 2.5, 3.5, 4.5, 5.5, 6.5, 7.5, 8.5, 9.5, 10.5, 11.5}

Klassenhäufigkeiten in lnewsf speichern (erstes Element auf "0" für Histogramm):

listv5⇒lnewsf

{1, 1, 1, 8, 4, 16, 18, 16, 17, 19, 11, 20, 13, 11, 5, 6, 3, 2, 4, 1, 1}

0⇒lnewsf[1]

{0, 1, 1, 8, 4, 16, 18, 16, 17, 19, 11, 20, 13, 11, 5, 6, 3, 2, 4, 1, 1}

Klassenhäufigkeiten in lnewsf speichern (erstes Element auf zweites gesetzt für Häufigkeitspolygon):

listv5[2]⇒listv5[1]

{1, 1, 1, 8, 4, 16, 18, 16, 17, 19, 11, 20, 13, 11, 5, 6, 3, 2, 4, 1, 1}

Define $y23(x)=M*\text{chiPDF}(x, 5)$

done

stop

Dichtefkt. mit Faktor $M=180$ gestreckt (flächengleich zum

Histogramm mit abs. Häufigkeiten)

im Histogramm: H-Start=0, H-Schritt=1 setzen

Funktion y22 und y24 ausschalten!

Listen lnewsx und lnewsf im List-Editor aktivieren!

Histogramm/Häufigkeitspolygon 

Darstellung der Treppenkurve der rel.

Summenhäufigkeiten:

listv5⇒sf

{1, 1, 4, 6, 12, 11, 12, 21, 16, 19, 18, 14, 9, 7, 9, 12, 2, 1, 0, 1, 4}▶


signum(x-listv4)+1⇒sx

{signum(x)+1, signum(x-0.5)+1, signum(x-1.5)+1, signum(x-:}▶

Define $y24(x) = \frac{1}{2M} \text{sum}(sx, sf)$

done

stop

Treppenkurve mit theor. Vert.-fkt. 

cuml(lnewsf)⇒lnewss

{0, 1, 2, 10, 14, 30, 48, 64, 81, 100, 111, 131, 144, 155, 160, 16}▶

□

Computerstatistik – Praktikum

=====

Voreinstellung: unter Grafikformat alles ausstellen

Grundeinstellung: Dezimalmodus

Einführungsaufgabe:

=====

Enttarnung des "gezinkten" Würfels –

Datensimulation/Auswertung/Fehlentscheidung

(oder: Warum die Statistik nicht zur absoluten Wahrheit führt, jedoch die Kritikfähigkeit fördert.)

Mithilfe des GTR werden ideale und "gezinkte" Würfel simuliert. Die simulierten Daten werden statistisch ausgewertet und dienen als Grundlage zur Überprüfung von statistischen Hypothesen. Schließlich wird über mögliche Fehlentscheidungen diskutiert.

Software: ClassPad ManagerII

(Version 01.00.0000 von 2013)

Quelle:

<http://miamil.uni-muenster.de/servlets/DocumentServlet?id=14> ►

<http://miamil.uni-muenster.de/servlets/DerivateServlet/Derivat> ►

Neues Lernen, neue Medien, viele Projekte im Land:

Start der Untersuchung zum Fehler 1. Art/2. Art

=====

Fehler 1. Art:

Nullhypothese ablehnen, obwohl der Würfel nicht gezinkt war.

Wenn die Testgröße $T > 11,07$ wäre, würde man die Nullhyp. ablehnen, obwohl der ideale Würfel im Spiel war.

Wkt. dazu ist $\alpha = P(T > \text{invChiCDf}(\alpha, 5)) = P(T > 11.07)$

$\text{invChiCDf}(0.05, 5)$

11.07049769

stop

Fehler 2. Art:

Nullhypothese nicht ablehnen, obwohl der Würfel gezinkt war.

Wenn die Testgröße $T \leq 11,07$ wäre, würde man die Nullhyp. nicht ablehnen und einen Fehler 2. Art begehen, wenn der gezinkte Würfel im Spiel war.

Wkt. dazu ist $\beta = P(T \leq \text{invChiCDf}(\alpha, 5)) = P(T \leq 11.07)$,

wobei die Testgröße T jetzt die Verteilungsfkt. $y_{21}(x)$ des gezinkten Würfels besitzt.

$M := \text{sum}(pf)$

Define $y21(x) = \frac{1}{2M} \text{sum}(px * pf)$

done

$\beta = y21(11.07049769) = 0.7555555555555556$

Der Fehler 2. Art liegt hier bei 75,56%.

Stop

β berechnen (bei vorgeg. α)

Y1: ...
Y2: ...

Schnittpunkt von y21 und y25:

Wird α vergrößert, kommt es eher zur Ablehnung der Nullhypothese und damit zur Verkleinerung des Fehlers 2. Art. Optimal wäre eine Gleichheit der Fehlerwktn. Dazu wird unten der Schnittpkt. von y21 und y25 bestimmt:

$x = 6.24249$, d. h.

$\beta = P(T_{\text{new}} \leq 6.2425) = y21(6.2425) =$

$\alpha = P(T_{\text{old}} > \text{invChiCDF}(\alpha, 5)) = P(T_{\text{old}} > 6.2425) = y25(6.2425) = \text{chi}$ 


Define $y22(x) = \text{chiCDF}(-\infty, x, 5)$

done


Define $y25(x) = 1 - y22(x)$

done

$\lnewpf \Rightarrow pf$

{1, 1, 1, 2, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 5, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 1, 3, 

$\text{signum}(x - \lnewpx) + 1 \Rightarrow px$

{ $\text{signum}(x - 0.68) + 1$, $\text{signum}(x - 1.52) + 1$, $\text{signum}(x - 1.76) + 1$, si 

Define $y21(x) = \frac{1}{2 * M} \text{sum}(pf * px)$

done

y22(6.24249267823441)

0.7166666667

y25(6.24249267823441)

0.2833333333

Für $\alpha = 0.2833$ stimmen die Wktn. für die Fehler 1. Art und 2. Art überein.

invChiCDf(0.283333333333, 5)

6.242492678

stop

Schnittpunkt y21 und y25

Y1: ...
Y2: ...

empir. Mittelwert:

mean(loldpx, loldpf) \Rightarrow meanold

4.991

mean(lnewpx, lnewpf) \Rightarrow meannew

8.664666667

empir. Streuung:

sum(loldpf)

200

$\frac{1}{199} \text{sum}((loldpx - \text{meanold})^2 * loldpf) \Rightarrow \text{streuold}$

10.55439497

sum(lnewpf)

180

$\frac{1}{179} \text{sum}((lnewpx - \text{meannew})^2 * lnewpf) \Rightarrow \text{streunew}$

theoret. Parameter:

$$\int_0^{\infty} x * \text{chiPDF}(x, 5) dx$$

5

$$\int_0^{\infty} (x-5)^2 * \text{chiPDF}(x, 5) dx$$

9.999999969

Die empir. und theor. Parameter (idealer Würfel) liegen nahe
beieinander:

meanold \approx 5 und streuold \approx 10

Histogramm und MedBox für die jeweilige Simulation:

STAT-List-Editor 