CASIO Teach and Talk 2007

Prof. Dr. Ludwig Paditz
paditz@informatik.htw-dresden.de

Internet:
download dieser eActivity:
http://www.informatik.htw-dresden.de/
~paditz/CASIO_Teach_Talk_2007.vpc

download des zugehörigen pdf-Dokuments:
http://www.informatik.htw-dresden.de/
~paditz/CASIO_Teach_Talk_2007.pdf

Stabdiagramme und Treppenfunktionen in der Statistik

==

Zusammenfassung:
Die Teilnehmer des Workshops werden damit bekanntgemacht, wie bestimmte statistische Grafiken auf dem ClassPad330 (aktuelles Betriebssystem 3.02), vgl.
http://www.casio-europe.com/de/downloads/manuals/sgr/CP330ver302_Ger.pdf ,
vorteilhaft erzeugt werden können.
Die Verteilungsfunktionen diskreter Zufallsgrößen sind Treppenfunktionen und werden als rechtsseitig stetige Kurvenäste programmiert.
Lange Eingabezeilen werden dabei über Zeichenkettenbefehle generiert.
Als Beispiel wird die Binomialverteilung betrachtet, einschließlich Quantilberechnung im Statistik-Menü.

1. Berechnung der diskreten Einzelwahrscheinlichkeiten

Wir betrachten die Binomialverteilung B(n,p) mit folgenden Parametern:

```
6⇒n
                                                      6
0.3⇒p
                                                    0.3
```

Berechnung aller Einzelwahrscheinlichkeiten in Einzelschritten und Ausgabe als Tabelle (Matrix)

```
0⇒k
                                                      0
seq(k,k,0,n,1)⇒klist
                                        {0,1,2,3,4,5,6}
seq(0,k,0,n,1)⇒plist
                                        {0,0,0,0,0,0,0}
BinomialPD 0,n,p
                                                   done
approx(prob)⇒plist[k+1]
                                 {0.117649,0,0,0,0,0,0}
BinomialPD 1,n,p
                                                   done
approx(prob)⇒plist[k+2]
                          {0.117649,0.302526,0,0,0,0,0}
BinomialPD 2,n,p
                                                   done
approx(prob)⇒plist[k+3]
                   {0.117649,0.302526,0.324135,0,0,0,0}
```

```
BinomialPD 3,n,p
                                                    done
approx(prob)→plist[k+4]
         {0.117649,0.302526,0.324135,0.18522,0,0,0}
BinomialPD 4,n,p
                                                    done
approx(prob)→plist[k+5]
    {0.117649,0.302526,0.324135,0.18522,0.059535,0,▸
BinomialPD 5,n,p
                                                    done
approx(prob)→plist[k+6]
    {0.117649,0.302526,0.324135,0.18522,0.059535,0.▸
BinomialPD 6,6,p
                                                    done
approx(prob)→plist[k+7]
    {0.117649,0.302526,0.324135,0.18522,0.059535,0.▸
Zwischenstopp!
listToMat(plist)→pVektor
```

$$\begin{bmatrix} 0.117649 \\ 0.302526 \\ 0.324135 \\ 0.18522 \\ 0.059535 \\ 0.010206 \\ 7.29\text{E-}4 \end{bmatrix}$$

```
listToMat(klist)→kVektor
```

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

```
augment(kVektor,pVektor)⇒E_Wktn
```

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.117649 \\ 1 & 0.302526 \\ 2 & 0.324135 \\ 3 & 0.18522 \\ 4 & 0.059535 \\ 5 & 0.010206 \\ 6 & 7.29\text{E}-4 \end{bmatrix}$$

Diese Berechnung nutzt den BinomialPD-Befehl, der im eActivity-Menü allerdings nur als Einzelbefehl aufgerufen werden kann. Der BinomialPD-Befehl kann keine Listenvariable verarbeiten, etwa **BinomialPD klist,n,p** ist nicht möglich.
Eine Programmierung mit Laufanweisung ist im eActivity-Menü auch nicht möglich. Siehe hierzu in das Programm-Menü unter **Bnp_Ewkt(n,p)**. Das Programm **Bnp_Ewkt(n,p)** kann dann z.B. auch im Main-Menü aufgerufen werden.

Mit der Listenarithmetik wird die Berechnung in einer Zeile erledigt:

$$\text{approx}\left(\text{nCr}(n,\text{klist})\times p^{\text{klist}}\times(1-p)^{n-\text{klist}}\right)\Rightarrow\text{plist}$$

{0.117649,0.302526,0.324135,0.18522,0.059535,0.▸

```
augment(listToMat(klist),listToMat(plist))⇒E_Wktn
```

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.117649 \\ 1 & 0.302526 \\ 2 & 0.324135 \\ 3 & 0.18522 \\ 4 & 0.059535 \\ 5 & 0.010206 \\ 6 & 7.29\text{E}-4 \end{bmatrix}$$

Zwischenstopp!

Tabellenkalkulation für E_Wktn

2. Berechnung der kumulierten Einzelwahrscheinlichkeiten
===

Wir betrachten die Binomialverteilung B(n,p) mit folgenden Parametern:

```
6⇒n
                                                6
0.3⇒p
                                              0.3
```

Berechnung der kumulierten Einzelwahrscheinlichkeiten und Ausgabe als Tabelle (Matrix)

```
0⇒k
                                                0
seq(k,k,0,n,1)⇒klist
                                  {0,1,2,3,4,5,6}
seq(0,k,0,n,1)⇒slist
                                  {0,0,0,0,0,0,0}
BinomialCD 0,n,p
                                             done
approx(prob)⇒slist[k+1]
                           {0.117649,0,0,0,0,0,0}
BinomialCD 1,n,p
                                             done
approx(prob)⇒slist[k+2]
                    {0.117649,0.420175,0,0,0,0,0}
BinomialCD 2,n,p
```

```
                                                       done
approx(prob)⇒slist[k+3]
               {0.117649,0.420175,0.74431,0,0,0,0}
BinomialCD 3,n,p
                                                       done
approx(prob)⇒slist[k+4]
         {0.117649,0.420175,0.74431,0.92953,0,0,0}
BinomialCD 4,n,p
                                                       done
approx(prob)⇒slist[k+5]
    {0.117649,0.420175,0.74431,0.92953,0.989065,0,0▸
BinomialCD 5,n,p
                                                       done
approx(prob)⇒slist[k+6]
    {0.117649,0.420175,0.74431,0.92953,0.989065,0.9▸
BinomialCD 6,6,p
                                                       done
approx(prob)⇒slist[k+7]
    {0.117649,0.420175,0.74431,0.92953,0.989065,0.9▸
Zwischenstopp!
listToMat(slist)⇒sVektor
```

$$\begin{bmatrix} 0.117649 \\ 0.420175 \\ 0.74431 \\ 0.92953 \\ 0.989065 \\ 0.999271 \\ 1 \end{bmatrix}$$

```
listToMat(klist)⇒kVektor
```

$$\begin{bmatrix}0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\end{bmatrix}$$

augment(kVektor,sVektor)⇒S_Wktn

$$\begin{bmatrix}0 & 0.117649\\1 & 0.420175\\2 & 0.74431\\3 & 0.92953\\4 & 0.989065\\5 & 0.999271\\6 & 1\end{bmatrix}$$

Diese Berechnung nutzt den BinomialCD-Befehl, der im eActivity-Menü allerdings nur als Einzelbefehl aufgerufen werden kann. Der BinomialCD-Befehl kann keine Listenvariable verarbeiten, etwa **BinomialCD klist,n,p** ist nicht möglich.
Eine Programmierung mit Laufanweisung ist im eActivity-Menü auch nicht möglich. Siehe hierzu in das Programm-Menü unter **Bnp_Swkt(n,p).** Das Programm **Bnp_Swkt(n,p)** kann dann z.B. auch im Main-Menü aufgerufen werden.

Mit der Listenarithmetik wird die Berechnung in einer Zeile erledigt:

$$\mathrm{approx}\left(\sum_{k=0}^{klist}\left(nCr(n,k)\times p^{k}\times(1-p)^{n-k}\right)\right)\Rightarrow slist$$

{0.117649,0.420175,0.74431,0.92953,0.989065,0.9▸

```
augment(listToMat(klist),listToMat(slist))⇒S_Wktn
```

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.117649 \\ 1 & 0.420175 \\ 2 & 0.74431 \\ 3 & 0.92953 \\ 4 & 0.989065 \\ 5 & 0.999271 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$$

Zwischenstopp!

Tabellenkalkulation für S_Wktn

3. Darstellung der diskreten Einzelwahrscheinlichkeiten

==

Wir stellen die Einzelwahrscheinlichkeiten im Stabdiagramm dar und nutzen plist.

E_Wktn im Stabdiagramm

4. Darstellung der kumulierten Einzelwahrscheinlichkeiten

==

Wir stellen die kumulierten Einzelwahrscheinlichkeiten als Treppenfunktion dar und nutzen slist.

```
Define y1(x)=
```

```
piecewise(x<0,0,piecewise(0≤x<1,slist[1],
 piecewise(1≤x<2,slist[2],
  piecewise(2≤x<3,slist[3],
   piecewise(3≤x<4,slist[4],
    piecewise(4≤x<5,slist[5],
     piecewise(5≤x<6,slist[6],
      piecewise(6≤x<7,slist[7],1)))))))
```

```
Define y1(x)=piecewise(x<0,0,piecewise(0≤x<1,slist[▸
                                                     done
```

S_Wktn als Treppenfunktion

über ein Programm mit Zeichenkettenbefehlen könnte y1 schneller definiert werden.
Das ist jedoch im eActivity-Menü nicht möglich.
Siehe hierzu in das Programm-Menü **TreppenF.** Das Programm **TreppenF** führt die Definition unmittelbar aus. Das Programm **StringVF** definiert die Verteilungsfunktion (Treppenfunktion) über Zeichenkettenbefehle. Die endgültige Zeichenkette wird dann im Main-Menü aufgerufen und aktiviert, indem die Anführungszeichen (Strings) "..." weggelassen werden.
In der grafischen Darstellung der Teppenfunktion kann die rechtsseitige Stetigkeit gut überprüft werden.
Die Treppenfunktion ist gleichzeitig die rechtsseitig stetige Verteilungsfunktion der betrachteten Binomialverteilung (B(n,p)-Verteilung).

Es gilt z.B.:

$$\lim_{x \to 2} (y1(x))$$

Undefined

$\lim_{x \to 2-} (y1(x))$

0.420175

$\lim_{x \to 2+} (y1(x))$

0.74431

y1(2)

0.74431

Zwischenstopp!
Damit gilt in der Unstetigkeitsstelle der obere Wert, d.h. der von rechts her anliegende Kurvenast bestimmt den Funktionswert (= rechtsseitige Stetigkeit in den vorhandenen Unstetigkeitsstellen).

5. Berechnung der Quantile der Verteilungsfunktion

==================================

Definitionsgemäß ist das Quantil diejenige Stelle $x=X_\gamma$ der Verteilungsfunktion $y=F(x)$, an der ein vorgegebenen Wahrscheinlichkeitsniveau $y=\gamma$ erstmals erreicht bzw. überschritten wird.

In Formeln
$$P(X<X_\gamma)=F(X_\gamma-0)\le\gamma\le F(X_\gamma+0)=F(X_\gamma)=P(X\le X_\gamma)$$

Hinweis:
für $\gamma=0.25$ heißt $X_{0.25}$ auch **1.Quartil Q1**
für $\gamma=0.75$ heißt $X_{0.75}$ auch **3.Quartil Q3**
für $\gamma=0.50$ heißt $X_{0.50}$ auch **Median oder Zentralwert (2.Quartil Q2)**

Quantile werden manchmal auch als Perzentile oder Fraktile bezeichnet.

Berechnung mit dem InvBinomialCD-Befehl:

```
InvBinomialCD 0.25,6,0.3
                                        done
xInv
                                           1
InvBinomialCD 0.75,6,0.3
                                        done
xInv
                                           3
InvBinomialCD 0.50,6,0.3
                                        done
xInv
                                           2
InvBinomialCD 0.98906500,6,0.3
                                        done
xInv
                                           4
InvBinomialCD 0.98906501,6,0.3
                                        done
xInv
                                           5
```

Die Veränderung der Wahrscheinlichkeit um 10^{-8} ändert das Quantil von 4 auf 5. Im Statistik-Menü erfolgt dazu ein Hinweis, wenn die Veränderung der letzten Dezimalziffer Einfluß auf das Quantil haben könnte.

Quantile der Treppenfunktion Y1:··· Y2:···

Quantile im Statistik-Menü

Hier erhält man in Grenzfällen genauere Informationen zum Quantil.
Berechnen Sie z.B. $X\gamma$ für γ=0.98906501 im Statistik-Menü.

Literaturhinweis:

Paditz, L.(2007):
Using the ClassPad300PLUS in Statistics to Draw Step Functions and to Compute their Quantiles (Workshop),
International Conference on Mathematical Education in a Global Community, Sept 7th - 12th, 2007, Charlotte, NC, USA, Proceedings p. 516-522,
ISBN 83-919465-8-4.

Internet:

download des vpc-files:
http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/workshop_Charlotte_2007.vpc

download des zugehörigen pdf-Dokuments:
http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/worksheet_Charlotte_2007.pdf

download aus den Kongreßberichten:
http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_charlotte_PaditzWorkshopEdit2.pdf
und
http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/Paditz_workshop2007_full_version.pdf