

## **CASIO Teach and Talk 2007**

Prof. Dr. Ludwig Paditz  
paditz@informatik.htw-dresden.de

### **Internet:**

download dieser eActivity:

[http://www.informatik.htw-dresden.de/  
~paditz/CASIO\\_Teach\\_Talk\\_2007.vcp](http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/CASIO_Teach_Talk_2007.vcp)

download des zugehörigen pdf-Dokuments:

[http://www.informatik.htw-dresden.de/  
~paditz/CASIO\\_Teach\\_Talk\\_2007.pdf](http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/CASIO_Teach_Talk_2007.pdf)

## **Stabdiagramme und Treppenfunktionen in der Statistik**

=====

### **Zusammenfassung:**

Die Teilnehmer des Workshops werden damit bekanntgemacht, wie bestimmte statistische Grafiken auf dem ClassPad330 (aktuelles Betriebssystem 3.02), vgl.

[http://www.casio-europe.com/de/downloads/  
manuals/sgr/CP330ver302\\_Ger.pdf](http://www.casio-europe.com/de/downloads/manuals/sgr/CP330ver302_Ger.pdf) ,  
vorteilhaft erzeugt werden können.

Die Verteilungsfunktionen diskreter Zufallsgrößen sind Treppenfunktionen und werden als rechtsseitig stetige Kurvenäste programmiert.

Lange Eingabezeilen werden dabei über Zeichenkettenbefehle generiert.

Als Beispiel wird die Binomialverteilung betrachtet, einschließlich Quantilberechnung im Statistik-Menü.

# 1. Berechnung der diskreten Einzelwahrscheinlichkeiten

=====

Wir betrachten die Binomialverteilung  $B(n,p)$  mit folgenden Parametern:

$6 \Rightarrow n$

6

$0.3 \Rightarrow p$

0.3

Berechnung aller Einzelwahrscheinlichkeiten in Einzelschritten und Ausgabe als Tabelle (Matrix)

$0 \Rightarrow k$

0

`seq(k,k,0,n,1) ⇒ klist`

{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}

`seq(0,k,0,n,1) ⇒ plist`

{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0}

`BinomialPD 0,n,p`

done

`approx(prob) ⇒ plist[k+1]`

{0.117649, 0, 0, 0, 0, 0, 0}

`BinomialPD 1,n,p`

done

`approx(prob) ⇒ plist[k+2]`

{0.117649, 0.302526, 0, 0, 0, 0, 0}

`BinomialPD 2,n,p`

done

`approx(prob) ⇒ plist[k+3]`

{0.117649, 0.302526, 0.324135, 0, 0, 0, 0}

BinomialPD 3,n,p  
done

approx(prob)→plist[k+4]  
{0.117649,0.302526,0.324135,0.18522,0,0,0}

BinomialPD 4,n,p  
done

approx(prob)→plist[k+5]  
{0.117649,0.302526,0.324135,0.18522,0.059535,0,0}

BinomialPD 5,n,p  
done

approx(prob)→plist[k+6]  
{0.117649,0.302526,0.324135,0.18522,0.059535,0.010206,0}

BinomialPD 6,6,p  
done

approx(prob)→plist[k+7]  
{0.117649,0.302526,0.324135,0.18522,0.059535,0.010206,0}

Zwischenstopp!

listToMat(plist)→pVektor

0.117649
0.302526
0.324135
0.18522
0.059535
0.010206
7.29E-4

listToMat(klist)→kVektor

0
1
2
3
4
5
6

augment(kVektor, pVektor) ⇒ E\_Wktn

0	0.117649
1	0.302526
2	0.324135
3	0.18522
4	0.059535
5	0.010206
6	7.29E-4

Diese Berechnung nutzt den BinomialPD-Befehl, der im eActivity-Menü allerdings nur als Einzelbefehl aufgerufen werden kann. Der BinomialPD-Befehl kann keine Listenvariable verarbeiten, etwa **BinomialPD klist, n, p** ist nicht möglich.

Eine Programmierung mit Laufanweisung ist im eActivity-Menü auch nicht möglich. Siehe hierzu in das Programm-Menü unter **Bnp\_Ewkt(n, p)**. Das Programm **Bnp\_Ewkt(n, p)** kann dann z.B. auch im Main-Menü aufgerufen werden.

**Mit der Listenarithmetik wird die Berechnung in einer Zeile erledigt:**

$\text{approx}(nCr(n, klist) \times p^{klist} \times (1-p)^{n-klist}) \Rightarrow plist$   
{0.117649, 0.302526, 0.324135, 0.18522, 0.059535, 0.010206, 7.29E-4}

augment(listToMat(klist), listToMat(plist)) ⇒ E\_Wktn

0	0.117649
1	0.302526
2	0.324135
3	0.18522
4	0.059535
5	0.010206
6	7.29E-4

Zwischenstopp!

**Tabellenkalkulation für E\_Wktn** 

**2. Berechnung der kumulierten Einzelwahrscheinlichkeiten**

=====

Wir betrachten die Binomialverteilung  $B(n,p)$  mit folgenden Parametern:

6 ↦ n 6  
0.3 ↦ p 0.3

Berechnung der kumulierten Einzelwahrscheinlichkeiten und Ausgabe als Tabelle (Matrix)

0 ↦ k 0  
seq(k,k,0,n,1) ↦ klist {0,1,2,3,4,5,6}  
seq(0,k,0,n,1) ↦ slist {0,0,0,0,0,0,0}  
BinomialCD 0,n,p done  
approx(prob) ↦ slist[k+1] {0.117649,0,0,0,0,0,0}  
BinomialCD 1,n,p done  
approx(prob) ↦ slist[k+2] {0.117649,0.420175,0,0,0,0,0}  
BinomialCD 2,n,p

```

done
approx(prob)⇒slist[k+3]
      {0.117649,0.420175,0.74431,0,0,0,0}
BinomialCD 3,n,p
done
approx(prob)⇒slist[k+4]
      {0.117649,0.420175,0.74431,0.92953,0,0,0}
BinomialCD 4,n,p
done
approx(prob)⇒slist[k+5]
      {0.117649,0.420175,0.74431,0.92953,0.989065,0,0}
BinomialCD 5,n,p
done
approx(prob)⇒slist[k+6]
      {0.117649,0.420175,0.74431,0.92953,0.989065,0.9}
BinomialCD 6,6,p
done
approx(prob)⇒slist[k+7]
      {0.117649,0.420175,0.74431,0.92953,0.989065,0.9}
Zwischenstopp!
listToMat(slist)⇒sVektor

```

0.117649
0.420175
0.74431
0.92953
0.989065
0.999271
1

```

listToMat(klist)⇒kVektor

```

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

augment(kVektor, sVektor) ⇒ S\_Wktn

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.117649 \\ 1 & 0.420175 \\ 2 & 0.74431 \\ 3 & 0.92953 \\ 4 & 0.989065 \\ 5 & 0.999271 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$$

Diese Berechnung nutzt den BinomialCD-Befehl, der im eActivity-Menü allerdings nur als Einzelbefehl aufgerufen werden kann. Der BinomialCD-Befehl kann keine Listenvariable verarbeiten, etwa **BinomialCD klist, n, p** ist nicht möglich.

Eine Programmierung mit Laufanweisung ist im eActivity-Menü auch nicht möglich. Siehe hierzu in das Programm-Menü unter **Bnp\_Swkt(n, p)**. Das Programm **Bnp\_Swkt(n, p)** kann dann z.B. auch im Main-Menü aufgerufen werden.

**Mit der Listenarithmetik wird die Berechnung in einer Zeile erledigt:**


$$\text{approx} \left( \sum_{k=0}^{\text{klist}} \left( nCr(n, k) \times p^k \times (1-p)^{n-k} \right) \right) \Rightarrow \text{slist}$$

{0.117649, 0.420175, 0.74431, 0.92953, 0.989065, 0.999271, 1}

augment(listToMat(klist), listToMat(slist)) ⇒ S\_Wktn

0	0.117649
1	0.420175
2	0.74431
3	0.92953
4	0.989065
5	0.999271
6	1

Zwischenstopp!

**Tabellenkalkulation für S\_Wktn** 

### 3. Darstellung der diskreten Einzelwahrscheinlichkeiten

=====

Wir stellen die Einzelwahrscheinlichkeiten im Stabdiagramm dar und nutzen plist.

**E\_Wktn im Stabdiagramm** 

### 4. Darstellung der kumulierten Einzelwahrscheinlichkeiten

=====

Wir stellen die kumulierten Einzelwahrscheinlichkeiten als Treppenfunktion dar und nutzen slist.

Define  $y1(x)=$



```

piecewise(x<0,0,piecewise(0≤x<1,slist[1],
  piecewise(1≤x<2,slist[2],
    piecewise(2≤x<3,slist[3],
      piecewise(3≤x<4,slist[4],
        piecewise(4≤x<5,slist[5],
          piecewise(5≤x<6,slist[6],
            piecewise(6≤x<7,slist[7],1))))))))))

```

```

Define y1(x)=piecewise(x<0,0,piecewise(0≤x<1,slist[1],
done

```

<b>S_Wktn als Treppenfunktion</b>	Y1:… Y2:…
-----------------------------------	--------------

Über ein Programm mit Zeichenkettenbefehlen könnte  $y_1$  schneller definiert werden.

Das ist jedoch im eActivity-Menü nicht möglich.

Siehe hierzu in das Programm-Menü **TreppenF**. Das Programm **TreppenF** führt die Definition unmittelbar aus. Das Programm **StringVF** definiert die Verteilungsfunktion (Treppenfunktion) über Zeichenkettenbefehle. Die endgültige Zeichenkette wird dann im Main-Menü aufgerufen und aktiviert, indem die Anführungszeichen (Strings) "... " weggelassen werden.

In der grafischen Darstellung der Teppenfunktion kann die rechtsseitige Stetigkeit gut überprüft werden.

Die Treppenfunktion ist gleichzeitig die rechtsseitig stetige Verteilungsfunktion der betrachteten Binomialverteilung ( $B(n,p)$ -Verteilung).

Es gilt z.B.:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (y_1(x))$$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} (y_1(x))$	Undefined
$\lim_{x \rightarrow 2^+} (y_1(x))$	0.420175
$y_1(2)$	0.74431
	0.74431

Zwischenstopp!

Damit gilt in der Unstetigkeitsstelle der obere Wert, d.h. der von rechts her anliegende Kurvenast bestimmt den Funktionswert (= rechtsseitige Stetigkeit in den vorhandenen Unstetigkeitsstellen).

## 5. Berechnung der Quantile der Verteilungsfunktion

=====

Definitionsgemäß ist das Quantil diejenige Stelle  $x=X_\gamma$  der Verteilungsfunktion  $y=F(x)$ , an der ein vorgegebenes Wahrscheinlichkeitsniveau  $y=\gamma$  erstmals erreicht bzw. überschritten wird.

In Formeln

$$P(X < X_\gamma) = F(X_\gamma - \epsilon) \leq \gamma \leq F(X_\gamma + \epsilon) = F(X_\gamma) = P(X \leq X_\gamma)$$

### Hinweis:

für  $\gamma=0.25$  heißt  $X_{0.25}$  auch **1.Quartil Q1**

für  $\gamma=0.75$  heißt  $X_{0.75}$  auch **3.Quartil Q3**

für  $\gamma=0.50$  heißt  $X_{0.50}$  auch **Median oder Zentralwert (2.Quartil Q2)**

Quantile werden manchmal auch als Perzentile oder Fraktile bezeichnet.

### **Berechnung mit dem InvBinomialCD-Befehl:**

```
InvBinomialCD 0.25,6,0.3
xInv
done
1
InvBinomialCD 0.75,6,0.3
xInv
done
3
InvBinomialCD 0.50,6,0.3
xInv
done
2
InvBinomialCD 0.98906500,6,0.3
xInv
done
4
InvBinomialCD 0.98906501,6,0.3
xInv
done
5
```

Die Veränderung der Wahrscheinlichkeit um  $10^{-8}$  ändert das Quantil von 4 auf 5. Im Statistik-Menü erfolgt dazu ein Hinweis, wenn die Veränderung der letzten Dezimalziffer Einfluß auf das Quantil haben könnte.

<b>Quantile der Treppenfunktion</b>	Y1: ... Y2: ...
-------------------------------------	--------------------



Hier erhält man in Grenzfällen genauere Informationen zum Quantil.

Berechnen Sie z.B.  $X_\gamma$  für  $\gamma=0.98906501$  im Statistik-Menü.

**Literaturhinweis:**

Paditz, L. (2007):

Using the ClassPad300PLUS in Statistics to Draw Step Functions and to Compute their Quantiles (Workshop),

International Conference on Mathematical Education in a Global Community, Sept 7th - 12th, 2007, Charlotte, NC, USA, Proceedings p. 516-522, ISBN 83-919465-8-4.

**Internet:**

download des vcp-files:

[http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/workshop\\_Charlotte\\_2007.vcp](http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/workshop_Charlotte_2007.vcp)

download des zugehörigen pdf-Dokuments:

[http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/worksheet\\_Charlotte\\_2007.pdf](http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/worksheet_Charlotte_2007.pdf)

download aus den Kongreßberichten:

[http://math.unipa.it/~grim/21\\_project/21\\_charlotte\\_PaditzWorkshopEdit2.pdf](http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_charlotte_PaditzWorkshopEdit2.pdf)

und

[http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/Paditz\\_workshop2007\\_full\\_version.pdf](http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/Paditz_workshop2007_full_version.pdf)

## Einzelbilder aus der eActivity bzw. außerhalb der eActivity (Programm-Menü und Main-Menü bzw. 2D-Grafik)

### Einzelbilder aus der eActivity:

The screenshot shows a spreadsheet application window titled "Datei Edit Graph Aktion". The main text area contains the following text and formulas:

Mit der Listenarithmetik wird die Berechnung in einer Zeile erledigt:

$$\text{approx}(nCr(n, klist) \times p^{klist} \times (1-p)^{n-klist}) \Rightarrow plist$$

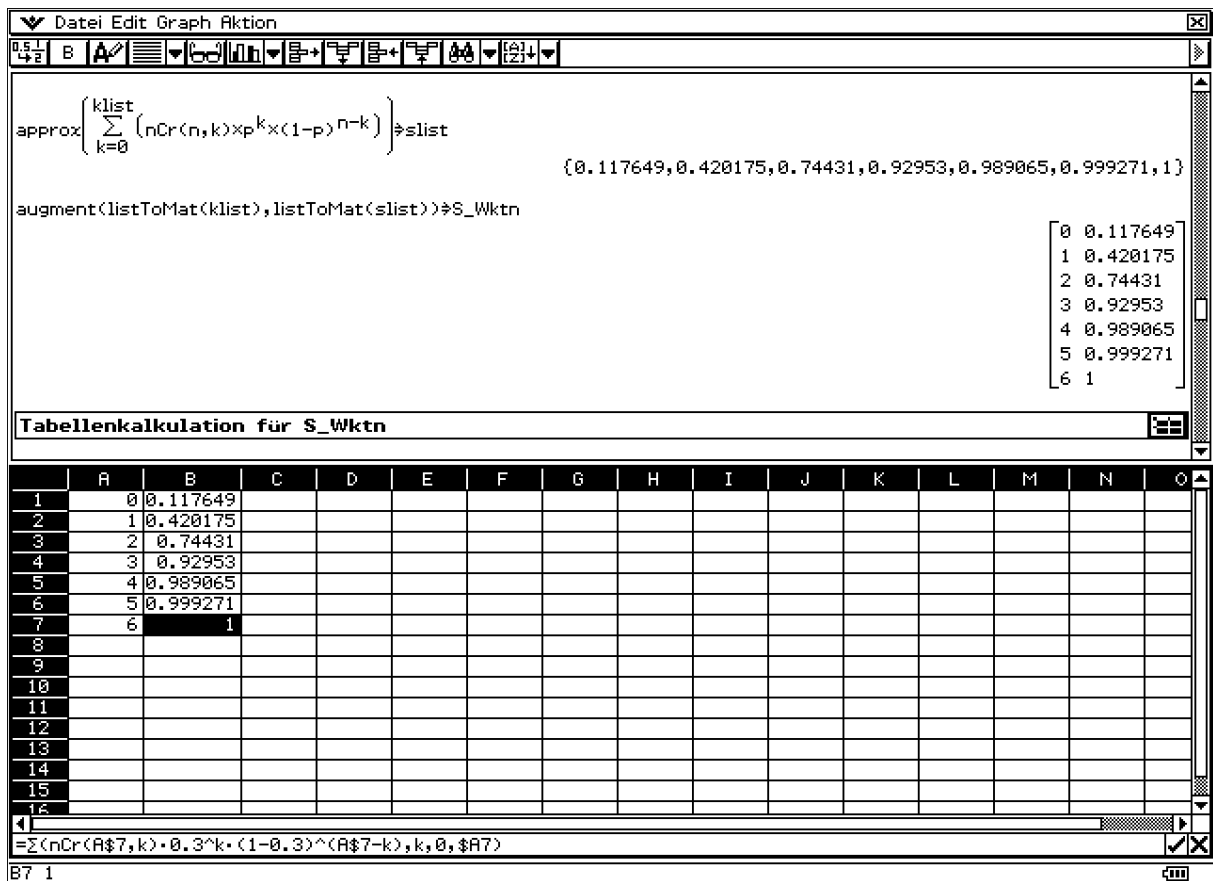
{0.117649, 0.302526, 0.324135, 0.18522, 0.059535, 0.010206, 7.29E-4}

$$\text{augment}(\text{listToMat}(klist), \text{listToMat}(plist)) \Rightarrow E\_Wktn$$

Below the text, a table titled "Tabellenkalkulation für E\_Wktn" is displayed. The table has columns labeled A through O and rows numbered 1 through 16. The data is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	0	0.117649													
2	1	0.302526													
3	2	0.324135													
4	3	0.18522													
5	4	0.059535													
6	5	0.010206													
7	6	7.29E-4													
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															

The formula bar at the bottom shows the formula for cell B7:  $\text{=approx}(nCr(A7, B7) \cdot 0.3^{B7} \cdot (1-0.3)^{(A7-B7)})$ . The status bar at the bottom left shows "B7 7.29E-4".





▼

Typ

- NV-Dichtefunktion
- NV-Intervallwkt.
- Quantile Normalvert.
- t-Dichtefunktion
- t-Intervallwkt.
- Quantile t-Verteilung
- $\chi^2$ -Dichtefkt.
- $\chi^2$ -Intervallwkt.
- Quantile  $\chi^2$ -Verteilung
- F-Dichtefunktion
- F-Intervallwkt.
- Quantile F-Verteilung
- Binom. Einzelwkt.
- Binom. Vert.-fkt.
- Quantile Binomialvert.**
- Poiss. Einzelwkt.
- Poiss. Vert.-fkt.
- Quantile Poisson-Vert.
- Geom. Einzelwkt.
- Geom. Vert.-fkt.
- Quantile geometr. Vert.

Berechnung des Quantils einer Binomialverteilung (Anzahl der notwendigen Versuche) für eine vorgegebene Wahrscheinlichkeit

Hilfe

☰

▼

Typ

Berechnung des Quantils einer Binomialverteilung (Anzahl der notwendigen Versuche) für eine vorgegebene Wahrscheinlichkeit

Hilfe

☰



▼

prob

Umfang n

pos

vorgegebene Intervall-wahrscheinlichkeit ( $0 \leq \text{Flächeninhalt} \leq 1$ )

Hilfe

☰

▼

prob

xInv

-----

prob-1e-8

\*xInv

Zahlenwert

Hilfe

☰

## Programm-files (Programm-Menü)

```
▼ Edit Strg I/O Vers.
Bnp_Ewkt |N|n,p
ClrText
local k
seq(k,k,0,n,1)⇒klist
fill(0,n+1)⇒plist
For 0⇒k To n Step 1
  BinomialPD k,n,p
  approx(prob)⇒plist[k+1]
Next
listToMat(klist)⇒kVektor
listToMat(plist)⇒pVektor
augment(kVektor,pVektor)⇒E_Wktn
PrintNatural E_Wktn
Return
Programm-Editor
```

```
▼ Edit Strg I/O Vers.
Bnp_Swkt |N|n,p
ClrText
local k
seq(k,k,0,n,1)⇒klist
fill(0,n+1)⇒slist
For 0⇒k To n Step 1
  BinomialCD k,n,p
  approx(prob)⇒slist[k+1]
Next
listToMat(klist)⇒kVektor
listToMat(slist)⇒sVektor
augment(kVektor,sVektor)⇒S_Wktn
PrintNatural S_Wktn
Return
Programm-Editor
```

```
▼ Edit Strg I/O Vers.
TreppenF |N|
Define y1(x)=piecewise(x<0,0,piecewise(0≤x<1,slist[1],piecewise(1≤x<2,slist[2],piecewise(2≤x<3,slist[3],piecewise(3≤x<4,slist[4],piecewise(4≤x<5,slist[5],piecewise(5≤x<6,slist[6],piecewise(6≤x<7,slist[7],1))))))
Return
Programm-Editor
```



