HOCHSCHULE FÜR
TECHNIK UND WIRTSCHAFT
DRESDEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

HTW Dresden

Fakultät Informatik/Mathematik

Statistische Datenauswertung – Space-Shuttle

Name	OV-Nr.	Erster Start/Mission	Letzter Start/Mission	Anzahl Miss.	Bemerkung
Columbia	OV-102	12. Apr. 1981 STS-1	16. Jan. 2003 STS-107	28	erster raumflugfähiger Orbiter, am 1. Februar 2003 beim Wiedereintritt durch defekte Hitzeschutzverkleidung zerstört. Alle 7 Besatzungsmitglieder kamen dabei ums Leben.
Challenger	OV-099	4. Apr. 1983 STS-6	28. Jan. 1986 STS-51-L	10	am 28. Januar 1986 kurz nach dem Start durch einen Defekt an einem Feststoffbooster zerstört. Alle 7 Besatzungsmitglieder kamen dabei ums Leben.
Discovery	OV-103	30. Aug. 1984 STS-41-D	24. Feb. 2011 STS-133	39	letzte Landung am 9. März 2011, Exponat im Steven F. Udvar-Hazy Center seit dem 19. April 2012
Atlantis	OV-104	3. Okt. 1985 STS-51-J	8. Jul. 2011 STS-135	33	letzte Landung am 21. Juli 2011, Exponat im Kennedy Space Center
Endeavour	OV-105	7. Mai 1992 STS-49	16. Mai 2011 STS-134	25	letzte Landung am 1. Juni 2011, Ersatzorbiter für Challenger, Exponat im California Science Center

Statistische Datenauswertung zur Space-Shuttle-Katastrophe 1986

Es wird an die Space-Shuttle-Katastrophe am 28.01.1986 erinnert.

Die Unglücksursache waren **defekte Gummidichtungen** bei einer der Starterraketen.

„Der 28. Januar 1986 ist ein strahlend sonniger Tag. Der Countdown für den **zehnten Start** der Challenger geht in die letzte Phase. Alles sieht zunächst nach einem Bilderbuchstart aus. Doch nach genau 73 Sekunden geschieht das Unfassbare. In 15 Kilometern Höhe bricht das Space Shuttle plötzlich auseinander und explodiert.

Am Boden und an den Bildschirmen zu Hause können die Zuschauer zunächst nicht begreifen, was da gerade passiert ist. Die Ermittlungen der NASA ergeben, dass ein **Versagen eines oder mehrerer Dichtungs-ringe** in einer der Feststoffraketen Ursache für die Katastrophe war. Offenbar waren die **Dichtungen in der Kälte spröde** geworden.

Keiner der sieben Besatzungsmitglieder überlebt das Unglück, unter ihnen eine Lehrerin, die einen US-weiten Wettbewerb für einen Mitflug gewonnen hatte.“

Statistische Datenauswertung zur Space-Shuttle-Katastrophe 1986

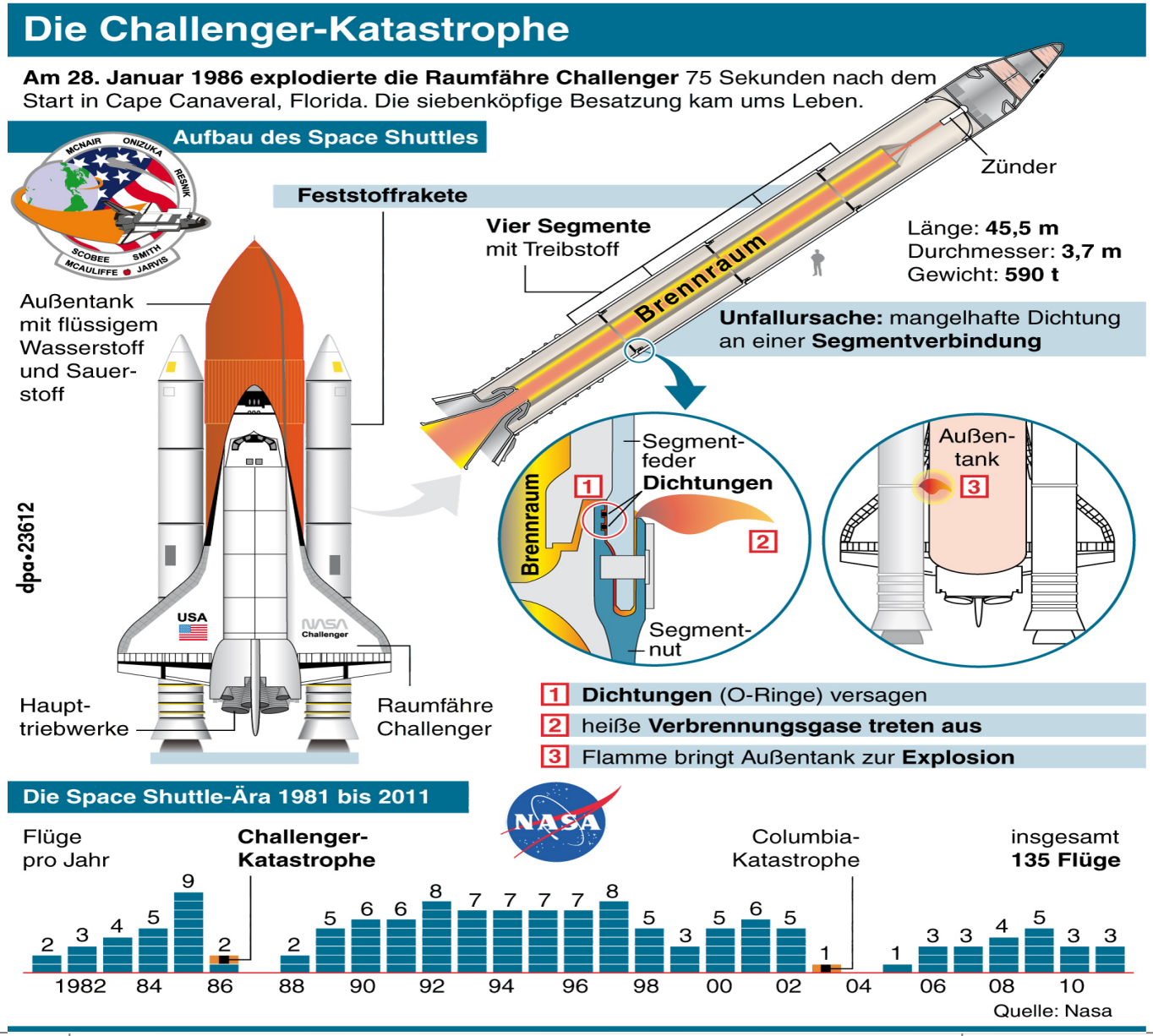
„Die Herstellerfirma der Booster (Feststoffraketen) hatte keine Zustimmung zum Start gegeben, wurde dann aber von der NASA massiv bedrängt, zuzustimmen.

Die Dichtungen der Rakete waren für diese Temperaturen nicht ausgelegt, beide Ringe versagten und die entstehende Flamme brachte den Haupttank zur Explosion.

Der Mitarbeiter des Herstellers, der vor dem Start gewarnt hatte, wurde versucht mundtot zu machen. Der US-Kongress deckte das in einer Untersuchung auf. Der **Nobelpreisträger Richard Feynman** ging in seiner Kritik noch weiter und trug das Untersuchungsergebnis nur mit, weil er seine ergänzenden Ausführungen dem Kongressbericht beifügen konnte.

Später wurde der Mitarbeiter, der vor dem Start gewarnt hatte, Leiter der Abteilung, die nach 2 Jahren eine überarbeitete Version erfolgreich startete. Zahlreiche leitende Angestellte der NASA und des Zulieferers mussten aus dem Projekt ausscheiden.“

Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle



vgl. youtube:

Originalvideo vom Start:

https://www.youtube.com/watch?v=j4JOjcDFtBE

Vor 30 Jahren explodierte die US-Raumfähre Challenger: ARD-Mittagsmagazin 2016:

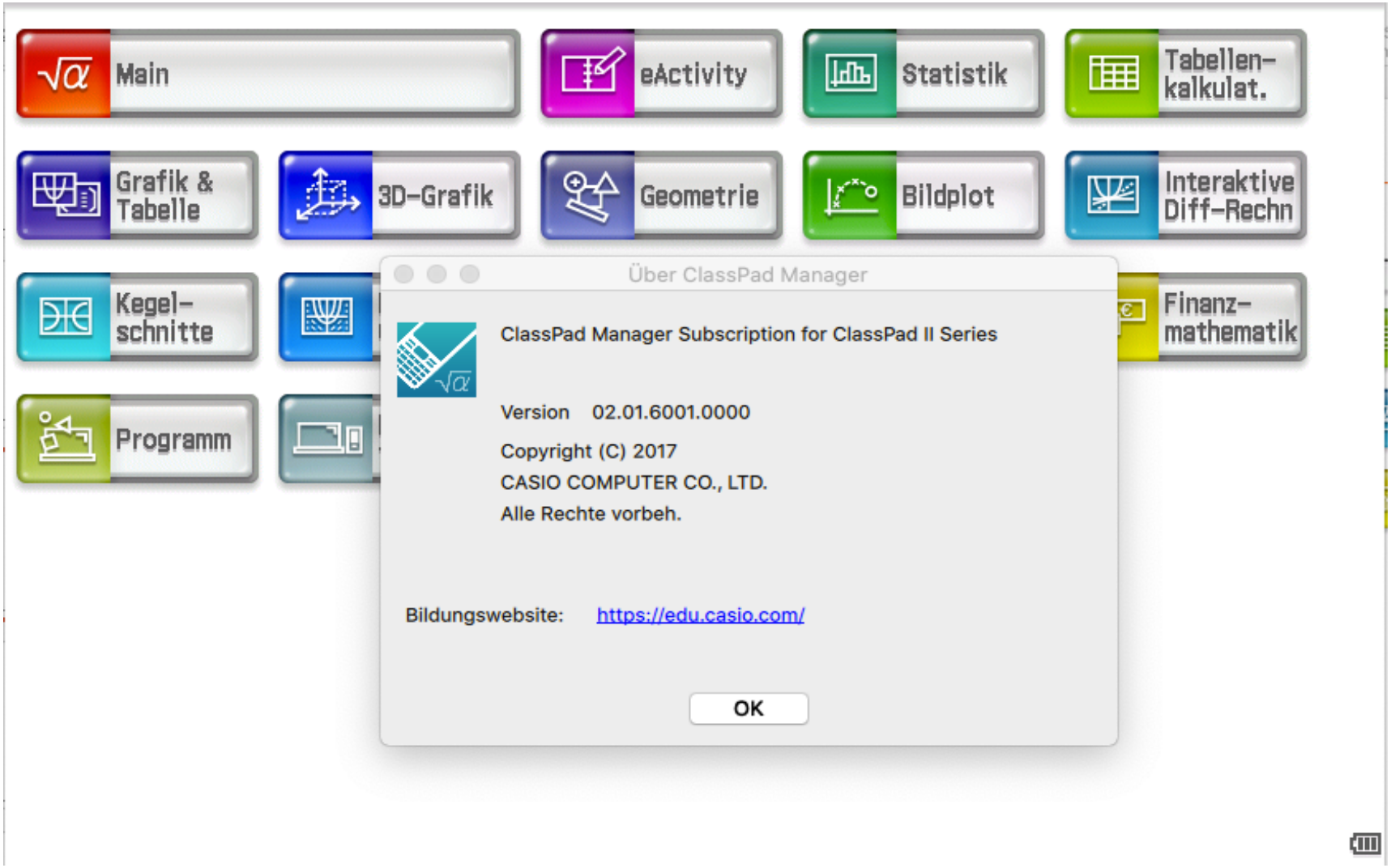
https://www.youtube.com/watch?v=f9kfH4ihPOQ

The Space Shuttle Challenger Disaster Explained: (Video mit engl. Untertiteln)

https://www.youtube.com/watch?v=TJIXIhypGL0

44 Sekunden vor dem Unglück Das Space Shuttle Challenger Unglück
https://www.youtube.com/watch?v=gJcsXxFP5oM

Aktuelle Software: Stand Sept. 2019



Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle

Die verfügbaren Daten ersten 24 Starts des Space-Shuttles:

Quelle: **"Statistics: From Data to Decision"** (2. Aufl. 2011)

by A.E.Watkins, R.L.Scheaffer, G.W.Cobb

ISBN: 978-04704-5851-8, s.S.162,

*vgl. auch G.Faes: **"Datenanalyse mit Julia", s.**S.219,*

(1.Aufl. 2019) ISBN: 978-37494-8508-6

Originalquelle mit 23 Datensätzen (von 1981 bis 1986):

Die beiden Raketentriebwerke landen mit Fallschirmen im Meer und werden dann von Schiffen geborgen und untersucht. Der Tank (Wasserstoff -253° C, Sauerstoff -183° C) lässt sich als einzige Komponente nicht wiederverwenden und verglüht nach dem Start in der Atmosphäre.

S.R.Dalal et al. **"Risk Analysis of the Space Shuttle:**

Pre-Challenger Prediction of Failure"

Journal of the American Statistical Association, Vol.84(1989), pp.945-957.

(Prüfdruck (**p**ounds per **s**quare **i**nch), Umrechnung 200psi=13,8Bar)

Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle

Table 1. O-Ring Thermal-Distress Data

		Field			Nozzle				Leak-check pressure	
Flight	Date	Erosion	Blowby	Erosion or blowby	Erosion	Blowby	Erosion or blowby	Joint temperature	Field	Nozzle
1	4/12/81							66	50	50
2	11/12/81	1		1				70	50	50
3	3/22/82							69	50	50
5	11/11/82							68	50	50
6	4/04/83				2		2	67	50	50
7	6/18/83							72	50	50
8	8/30/83							73	100	50
9	11/28/83							70	100	100
41-B	2/03/84	1		1	1		1	57	200	100
41-C	4/06/84	1		1	1		1	63	200	100
41-D	8/30/84	1		1	1	1	1	70	200	100
41-G	10/05/84							78	200	100
51-A	11/08/84							67	200	100
51-C	1/24/85	2, 1*	2	2		2	2	53	200	100
51-D	4/12/85				2		2	67	200	200
51-B	4/29/85				2, 1*	1	2	75	200	100
51-G	6/17/85				2	2	2	70	200	200
51-F	7/29/85				1			81	200	200
51-I	8/27/85				1			76	200	200
51-J	10/03/85							79	200	200
61-A	10/30/85		2	2	1			75	200	200
61-B	11/26/85				2	1	2	76	200	200
61-C	1/12/86	1		1	1	1	2	58	200	200
61-I	1/28/86							31	200	200
	Total	7, 1*	4	9	17, 1*	8	17			

*Secondary O-ring.

Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle

HOCHSCHULE FÜR TECHNIK UND WIRTSCHAFT DRESDEN UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

[Index, Temperatur(Fahrenheit), Dichtungsdefekt],

[1,	53,	3],	[13,	69,	0],
[2,	57,	1],	[14,	70,	0],
[3,	58,	1],	[15,	70,	0],
[4,	63,	1],	[16,	72,	0],
[5,	70,	1],	[17,	73,	0],
[6,	70,	1],	[18,	75,	0],
[7,	75,	2],	[19,	76,	0],
[8,	66,	0],	[20,	76,	0],
[9,	67,	0],	[21,	78,	0],
[10,	67,	0],	[22,	79,	0],
[11,	67,	0],	[23,	80,	0],
[12,	68,	0],	[24,	81,	0],

Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle

Datei Edit Einfügen Aktion

STAT−Editor

zur Information: Umrechnung °F in °C:

$$\text{fRound}\left(\frac{(\text{listT}-32)}{1.8}, 0\right)$$

{12, 14, 14, 17, 21, 21, 24, 19, 19, 19, 19, 20, 21, 21, 21, 22, 23, 24, 24, 24, 26, 26, 27}

$$\text{fRound}\left(\frac{(31-32)}{1.8}, 1\right)$$

−0.6

stop

Der Zustand der Gummidichtringe wird im Weiteren wie folgt kodiert:

0 ... keine Defekt

1 ... ein oder mehrere Defekte

listR:={1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0}
{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0}

Algeb Standard Reell 2π

Der 23. Datensatz (80,0) ist in der Originalquelle nicht enthalten und wird in den weiteren Betrachtungen ausgeschlossen.

listT:={53,57,58,63,70,70,75,66,67,67,67,68,69,70,70,72,73,
75,76,76,78,79,81}

listO:={3,1,1,1,1,1,2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0}

Der Zustand der Gummidichtringe wird im Weiteren wie folgt kodiert:

0 ... keine Defekt

1 ... ein oder mehrere Defekte

listR:={1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0}

Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle

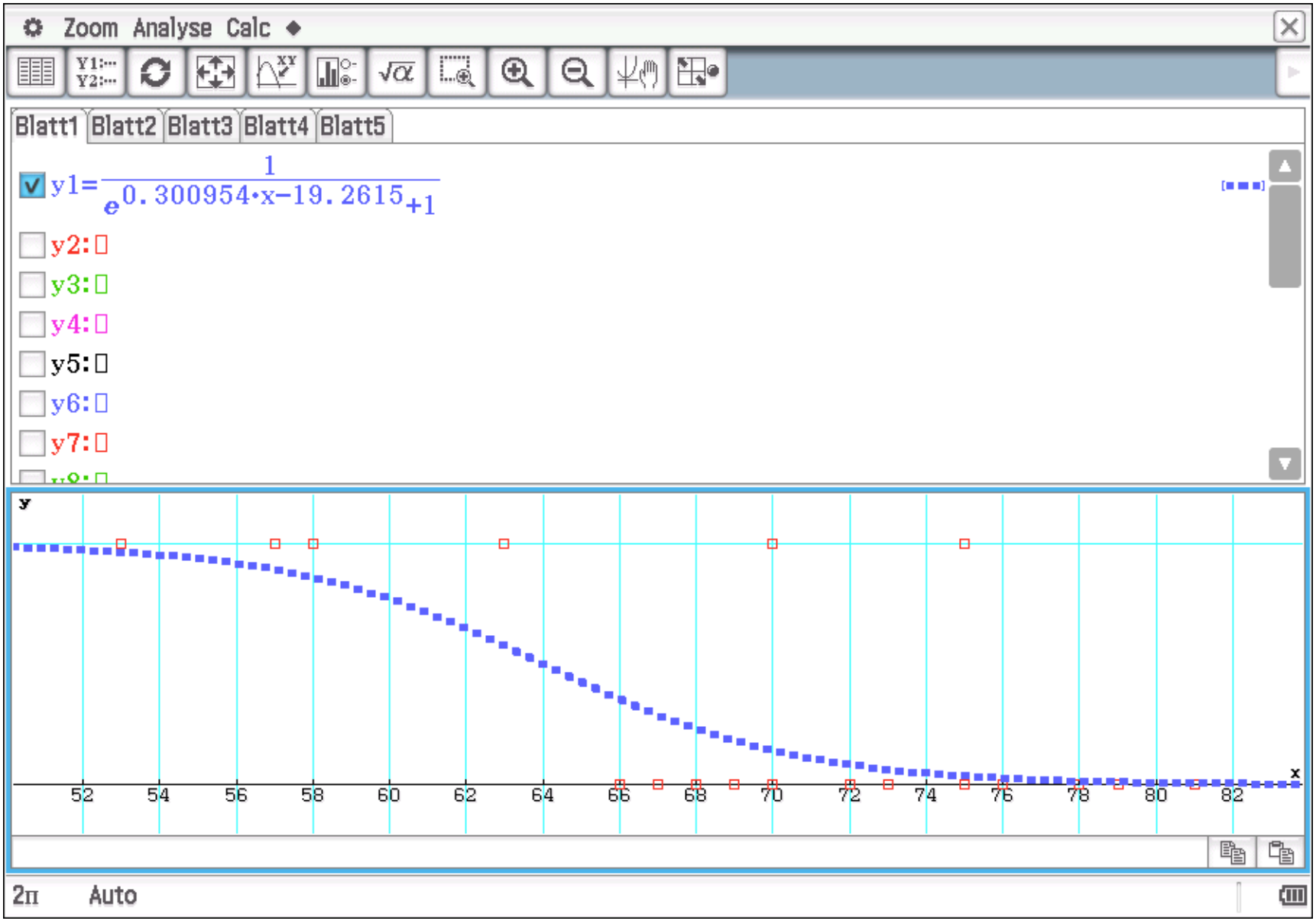
Edit Calc Grafik einst

	listT	listO	listR	list4	list5	list6
1	53	3	1			
2	57	1	1			
3	58	1	1			
4	63	1	1			
5	70	1	1			
6	70	1	1			
7	75	2	1			
8	66	0	0			
9	67	0	0			
10	67	0	0			
11	67	0	0			
12	68	0	0			
13	69	0	0			
14	70	0	0			
15	70	0	0			
16	72	0	0			
17	73	0	0			
18	75	0	0			
19	76	0	0			
20	76	0	0			
21	78	0	0			
22	79	0	0			
23	81	0	0			
Cal▶						

[1]= 53

2π Auto Standard

Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle



Kurventyp: Bezeichnung als „Sigmoid-Funktion“ oder „Schwanenhals-Funktion“. Buchstabe S (griech. Sigma):

Die Sigmoid-Funktion eignet sich besonders gut für die **mathematische Beschreibung von Klassifikationsproblemen** mit nur **zwei Kategorien 0 und 1**, da die Funktion streng monoton wachsend von 0 nach 1 verläuft, bzw. streng monoton fallend von 1 nach 0.

Die Funktion ist punktsymmetrisch zu ihrem Wendepunkt (y=0.5), was aus Sicht der Wahrscheinlichkeitsrechnung so interpretiert werden kann, dass Punkte rechts (bzw. **links**) von Wendepunkt eine **höhere Wahrscheinlichkeit für Kategorie 1** und Punkte links (bzw. **rechts**) vom Wendepunkt eine **höhere Wahrscheinlichkeit zur Kategorie 0** beschreiben.

Mit den folgenden Überlegungen wird die Defektwahrscheinlichkeit mithilfe der binären logistischen Regression beschrieben:

Da die y-Werte (listR) zwischen 1 und 0 liegen, kann ein schöner Zusammenhang zur Wahrscheinlichkeitsrechnung hergestellt werden.

Je höher die Umgebungstemperatur (in ° F) ausfällt, desto geringer ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Gummidichtring spröde wird und undicht ist.

Die optimale Lösung der logistischen Regression wird hier über die MKQ-Zielfunktion diskutiert (MKQ - Methode der Kleinsten Quadrate) und in einer 3D-Grafik veranschaulicht.

Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle

Datei Edit Einfügen Aktion

Ansatz für die Regressionsfunktion:

Define $y1(x)=\frac{1}{e^{-a\cdot x-b}+1}$

done

MKQ-Ansatz:

dim(listR)=dim(listT)

23=23

$$\frac{1}{21}\cdot\sum_{k=1}^{23}\left((y1(listT[k])-listR[k])^2\right)$$

$$\frac{\frac{3}{(e^{-a-b}+1)^2}+\frac{1}{(e^{-68\cdot a-b}+1)^2}+\frac{1}{(e^{-69\cdot a-b}+1)^2}+\frac{2}{(e^{-70\cdot a-b}+1)^2}+\frac{1}{(e^{-72\cdot a-b}+1)^2}+\frac{}{(e^{-73}}}{21}$$

Algeb Standard Reell 2π

Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle

Datei Edit Einfügen Aktion

Die 18 Summanden der MKQ-Funktion:

Define MKQ(x,y)=

$$\frac{1}{21}\left(\left(\frac{1}{e^{-53\cdot x-y}+1}-1\right)^2+\left(\frac{1}{e^{-57\cdot x-y}+1}-1\right)^2+\left(\frac{1}{e^{-58\cdot x-y}+1}-1\right)^2+\left(\frac{1}{e^{-63\cdot x-y}+1}-1\right)^2\right.$$

$$+2\cdot\left(\frac{1}{e^{-70\cdot x-y}+1}-1\right)^2+\left(\frac{1}{e^{-75\cdot x-y}+1}-1\right)^2+\frac{1}{\left(e^{-66\cdot x-y}+1\right)^2}+\frac{3}{\left(e^{-67\cdot x-y}+1\right)^2}$$

$$+\frac{1}{\left(e^{-68\cdot x-y}+1\right)^2}+\frac{1}{\left(e^{-69\cdot x-y}+1\right)^2}+\frac{2}{\left(e^{-70\cdot x-y}+1\right)^2}+\frac{1}{\left(e^{-72\cdot x-y}+1\right)^2}$$

$$+\frac{1}{\left(e^{-73\cdot x-y}+1\right)^2}+\frac{1}{\left(e^{-75\cdot x-y}+1\right)^2}+\frac{2}{\left(e^{-76\cdot x-y}+1\right)^2}+\frac{1}{\left(e^{-78\cdot x-y}+1\right)^2}$$

$$\left.+\frac{1}{\left(e^{-79\cdot x-y}+1\right)^2}+\frac{1}{\left(e^{-81\cdot x-y}+1\right)^2}\right)$$

Algeb Standard Reell 2π

Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle

Datei Edit Einfügen Aktion

$$\text{Define } z(x,y)=\frac{1}{(e^{75\cdot x+y}+1)^2}+\frac{2}{(e^{70\cdot x+y}+1)^2}+\frac{1}{(e^{63\cdot x+y}+1)^2}+\frac{1}{(e^{58\cdot x+y}+1)^2}+$$

done

$$\text{Define } z1(x,y)=\frac{1}{(e^{75\cdot x+y}+1)^2}+\frac{2}{(e^{70\cdot x+y}+1)^2}+\frac{1}{(e^{63\cdot x+y}+1)^2}+\frac{1}{(e^{58\cdot x+y}+1)^2}+$$

done

$$\text{Define } z2(x,y)=\frac{1}{(e^{-66\cdot x-y}+1)^2}+\frac{3}{(e^{-67\cdot x-y}+1)^2}+\frac{1}{(e^{-68\cdot x-y}+1)^2}+\frac{1}{(e^{-69\cdot x-y}+$$

done

$$\text{Define } z3(x,y)=\frac{1}{(e^{-73\cdot x-y}+1)^2}+\frac{1}{(e^{-75\cdot x-y}+1)^2}+\frac{2}{(e^{-76\cdot x-y}+1)^2}+\frac{1}{(e^{-78\cdot x-y}+$$

done

$$\text{Define } z4(x,y)=\frac{z1(x,y)+z2(x,y)+z3(x,y)}{21}$$

Algeb Standard Reell 2π

Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle

Edit Arbeitsblatt

Blatt1 Blatt2 Blatt3 Blatt4 Blatt5

$$z1=\frac{1}{(e^{75\cdot x+y}+1)^2}+\frac{2}{(e^{70\cdot x+y}+1)^2}+\frac{1}{(e^{63\cdot x+y}+1)^2}+\frac{1}{(e^{58\cdot x+y}+1)^2}+\frac{}{(e^{57\cdot x}}$$

$$z2=\frac{1}{(e^{-66\cdot x-y}+1)^2}+\frac{3}{(e^{-67\cdot x-y}+1)^2}+\frac{1}{(e^{-68\cdot x-y}+1)^2}+\frac{1}{(e^{-69\cdot x-y}+1)^2}+\frac{}{(}$$

$$z3=\frac{1}{(e^{-73\cdot x-y}+1)^2}+\frac{1}{(e^{-75\cdot x-y}+1)^2}+\frac{2}{(e^{-76\cdot x-y}+1)^2}+\frac{1}{(e^{-78\cdot x-y}+1)^2}+\frac{}{(}$$

$$z4=\frac{z1(x,y)+z2(x,y)+z3(x,y)}{21}$$

z5:

z6:

z7:

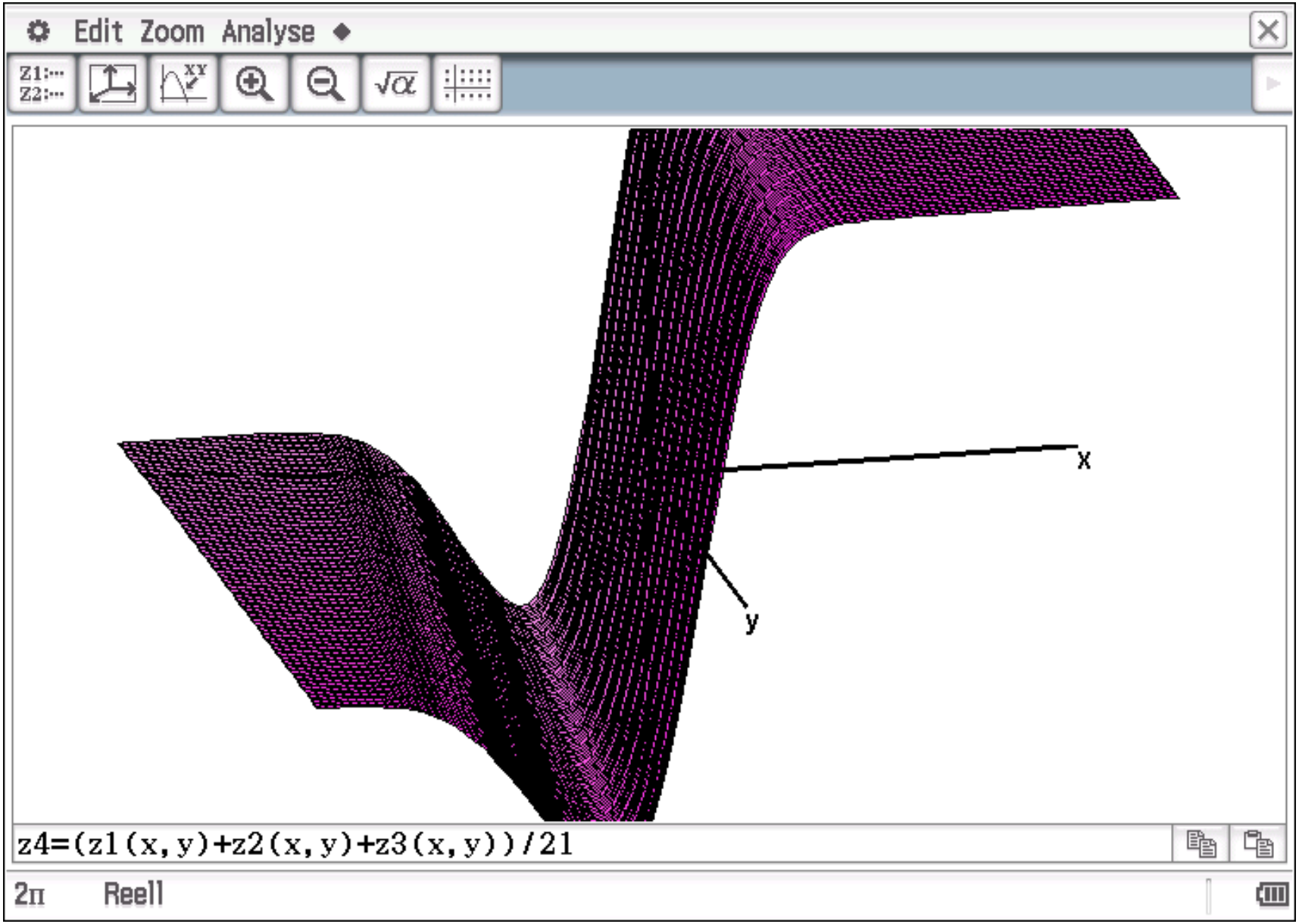
z8:

z9:

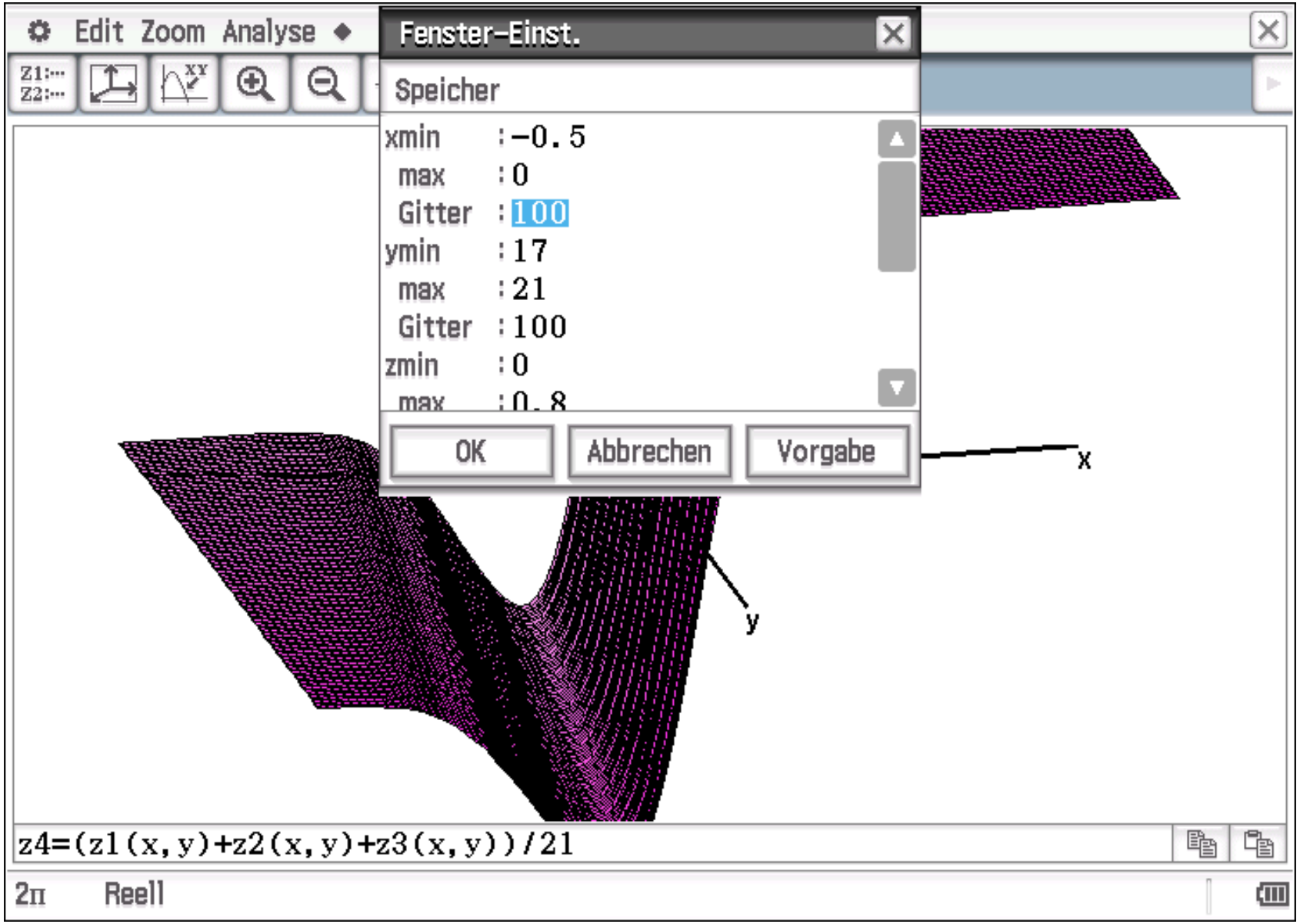
z10:

2π Reell

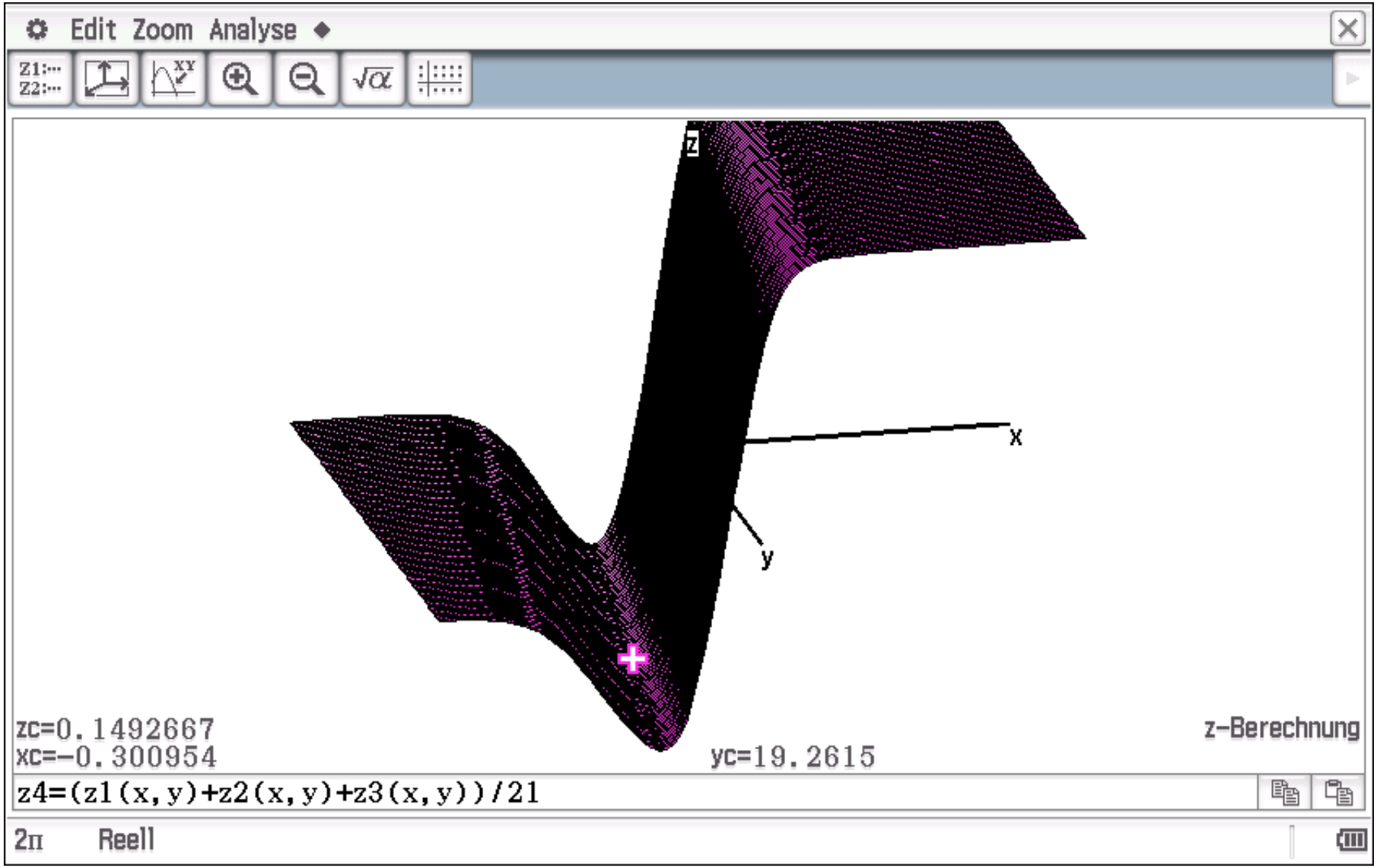
Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle



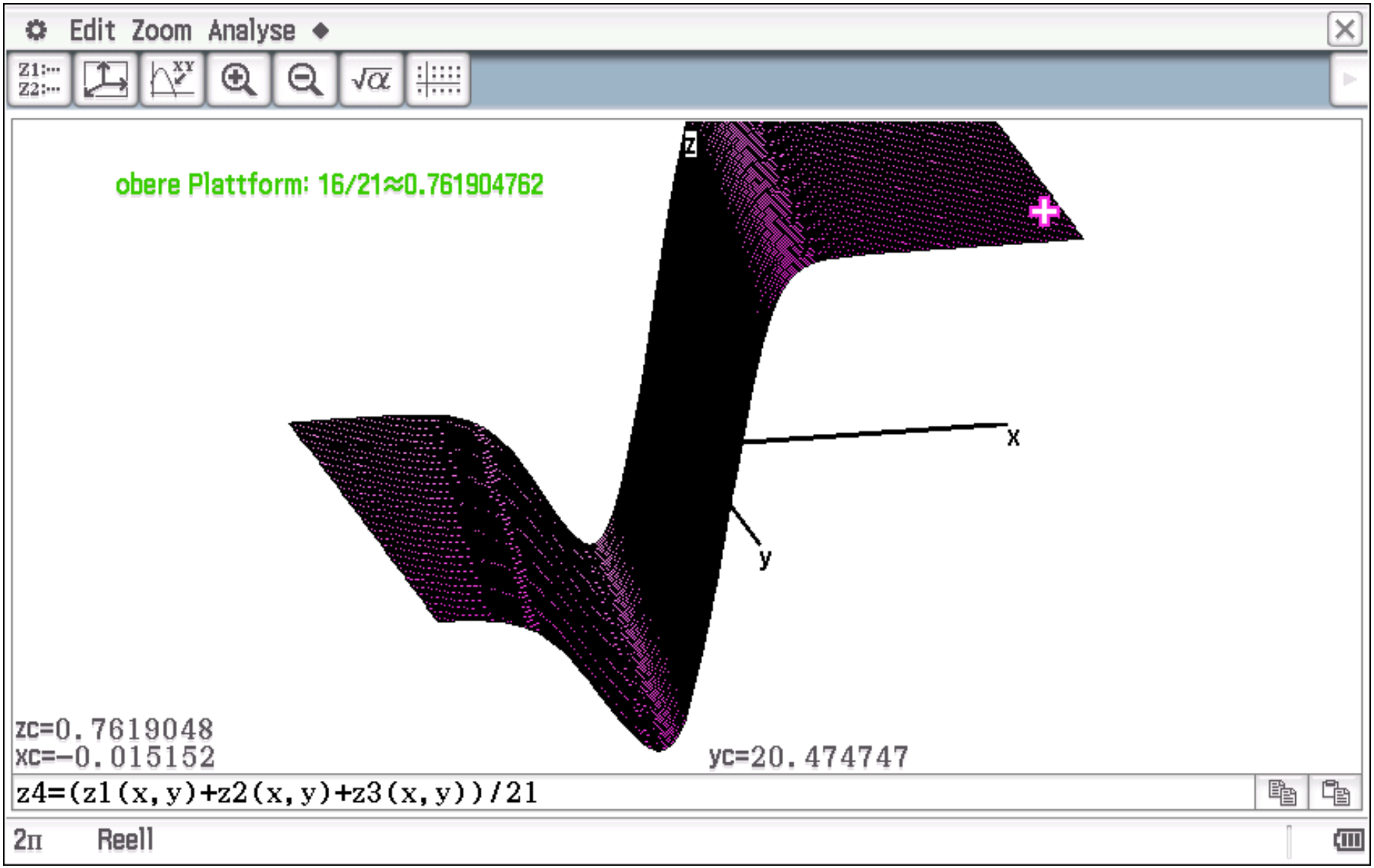
Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle



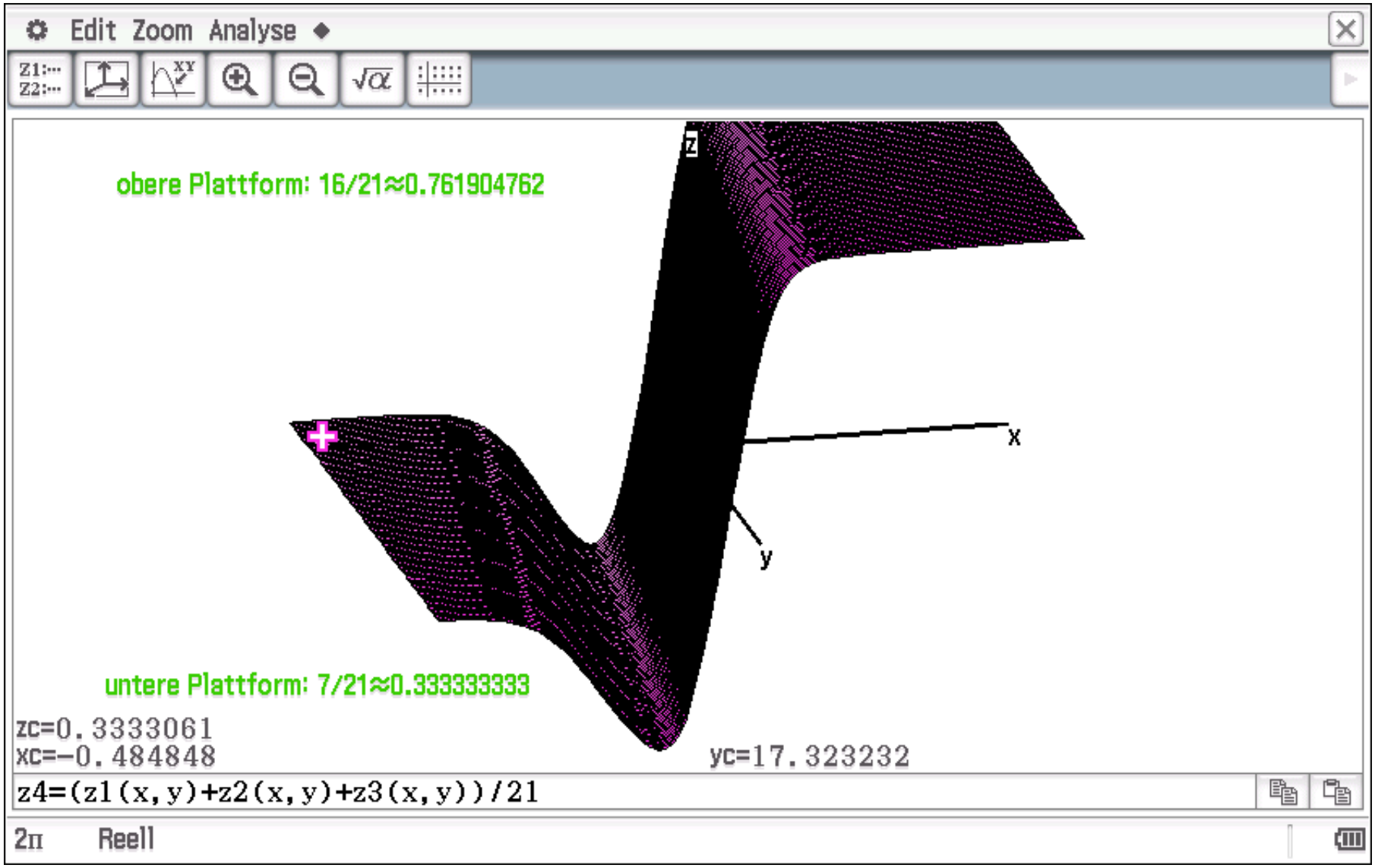
Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle



Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle



Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle



Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle

Datei Edit Einfügen Aktion

```
Ermittlung der optimalen Lösung mithilfe der "Differential Evolution":
==============================
Generationszähler:
0⇒K
                                                                    0
{-2,2,15,25}⇒border
                                                        {-2,2,15,25}
RandSeed 9
                                                                done
randList(20)-0.8⇒xlisteb
{-0.6026903322,-0.6164131187,-0.2552852351,-0.7789455446,0.0622314852,·
randList(20)+18.8⇒ylisteb
{19.44610541,18.89356639,19.37031907,19.15264717,19.74098076,18.863617·
approx(z(xlisteb,ylisteb))⇒zliste
{0.3333329268,0.3333332211,0.4040611045,0.3333333333,0.7619047619,0.19
approx(min(z(xlisteb,ylisteb)))
                                                       0.1583962757
```

Algeb Dezimal Reell 2π

Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle

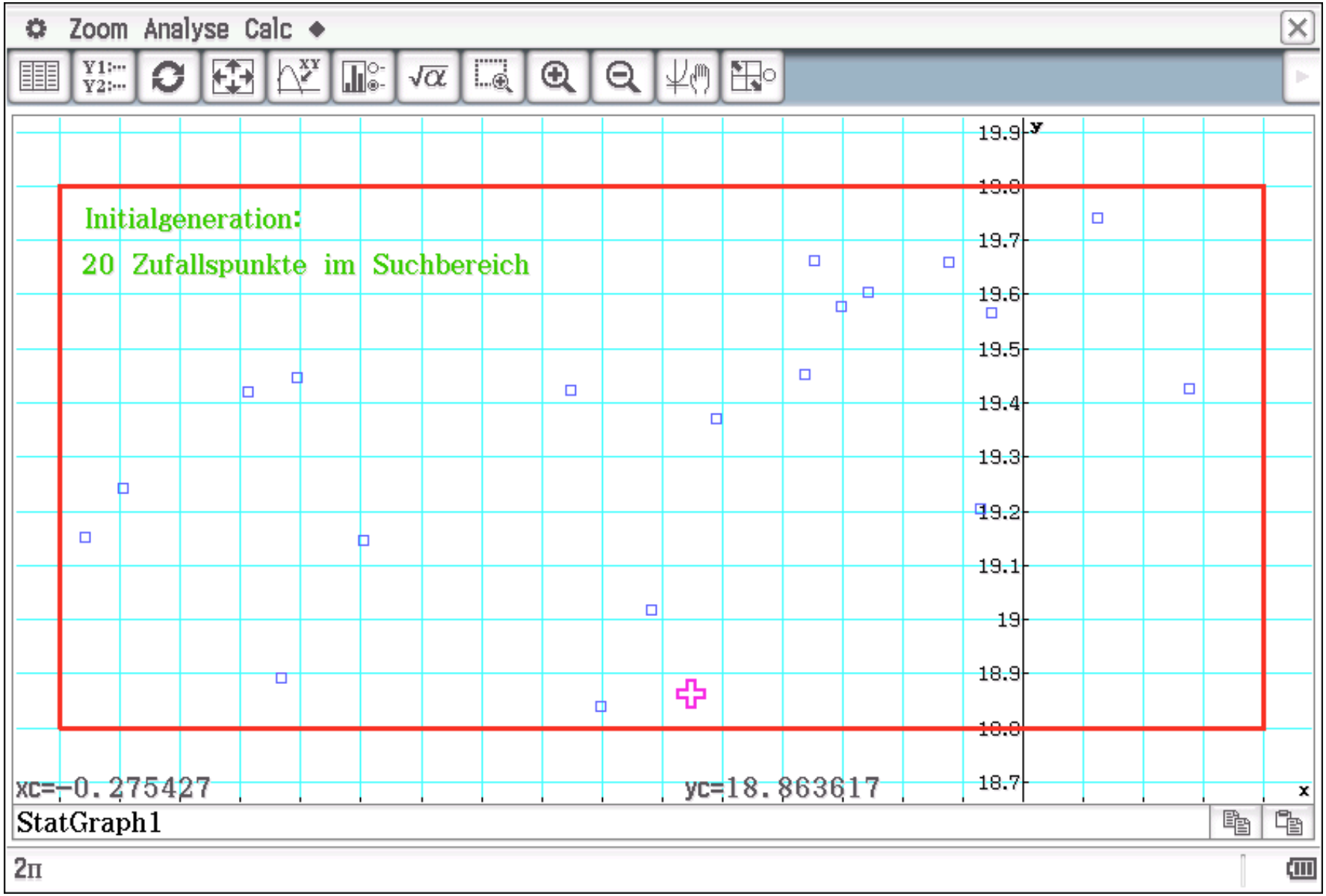
Edit Calc Grafik einst

	xlisteb	ylisteb	zliste	list4	list5	list6
1	−0.60269	19.446105	0.3333329			
2	−0.616413	18.893566	0.3333332			
3	−0.255285	19.370319	0.4040611			
4	−0.778946	19.152647	0.3333333			
5	0.0622315	19.740981	0.7619048			
6	−0.275427	18.863617	0.1914817			
7	−0.30879	19.018407	0.1583963			
8	−0.02582	19.565977	0.7619047			
9	−0.150647	19.579425	0.7615812			
10	−0.129145	19.603858	0.7618421			
11	−0.747973	19.243305	0.3333333			
12	−0.375312	19.424731	0.283181			
13	−0.062107	19.659844	0.7619044			
14	−0.035025	19.205523	0.7619047			
15	0.1376818	19.425612	0.7619048			
16	−0.181827	19.454005	0.7580308			
17	−0.172746	19.663768	0.7603231			
18	−0.547655	19.146202	0.3333276			
19	−0.644502	19.421648	0.3333333			
20	−0.351398	18.839958	0.2562933			
Cal▶						

[6]= 0.191481663304865

2π Dezimal

Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle



Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle

Datei Edit Einfügen Aktion

```
Mutationsfaktor  F=0.8
Crossover-Koeffizient  CR=0.5
RandCR10(0.8,0.5,xlisteb,ylisteb,border)
                                                    done
K
                                                      10
approx(xlistec)⇒xlisteb
{-0.4665201247,-0.5308005747,-0.6330292317,-0.2689075248,-0.3821447037
approx(ylistec)⇒ylisteb
{19.44610541,18.89356639,19.37031907,19.15264717,19.74098076,18.863617
approx(min(z(xlistec,ylistec)))
                                             0.1495082582
approx(z(xlisteb,ylisteb))⇒zliste
{0.332724777,0.3333222718,0.333333259,0.2571437427,0.2851798025,0.1914
stop
```

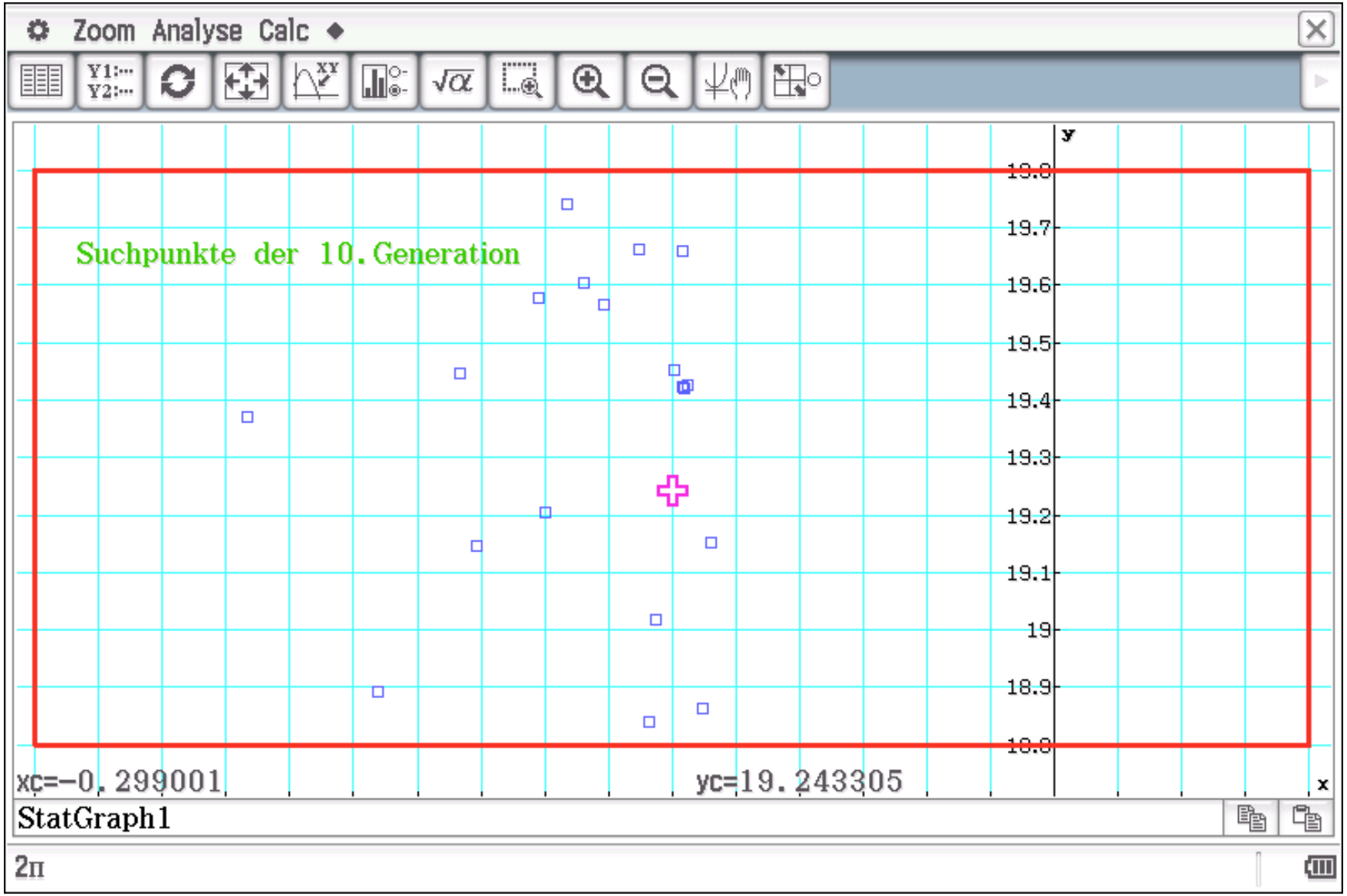
Algeb Dezimal Reell 2π

Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle

Edit

```
min neue Generation
{1,0.1583962757}
min neue Generation
{2,0.1522872442}
min neue Generation
{3,0.1522872442}
min neue Generation
{4,0.1522872442}
min neue Generation
{5,0.1495082582}
min neue Generation
{6,0.1495082582}
min neue Generation
{7,0.1495082582}
min neue Generation
{8,0.1495082582}
min neue Generation
{9,0.1495082582}
min neue Generation
{10,0.1495082582}
================
min alte Generation
0.1583962757
min neue Generation
0.1495082582
```

Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle



Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle

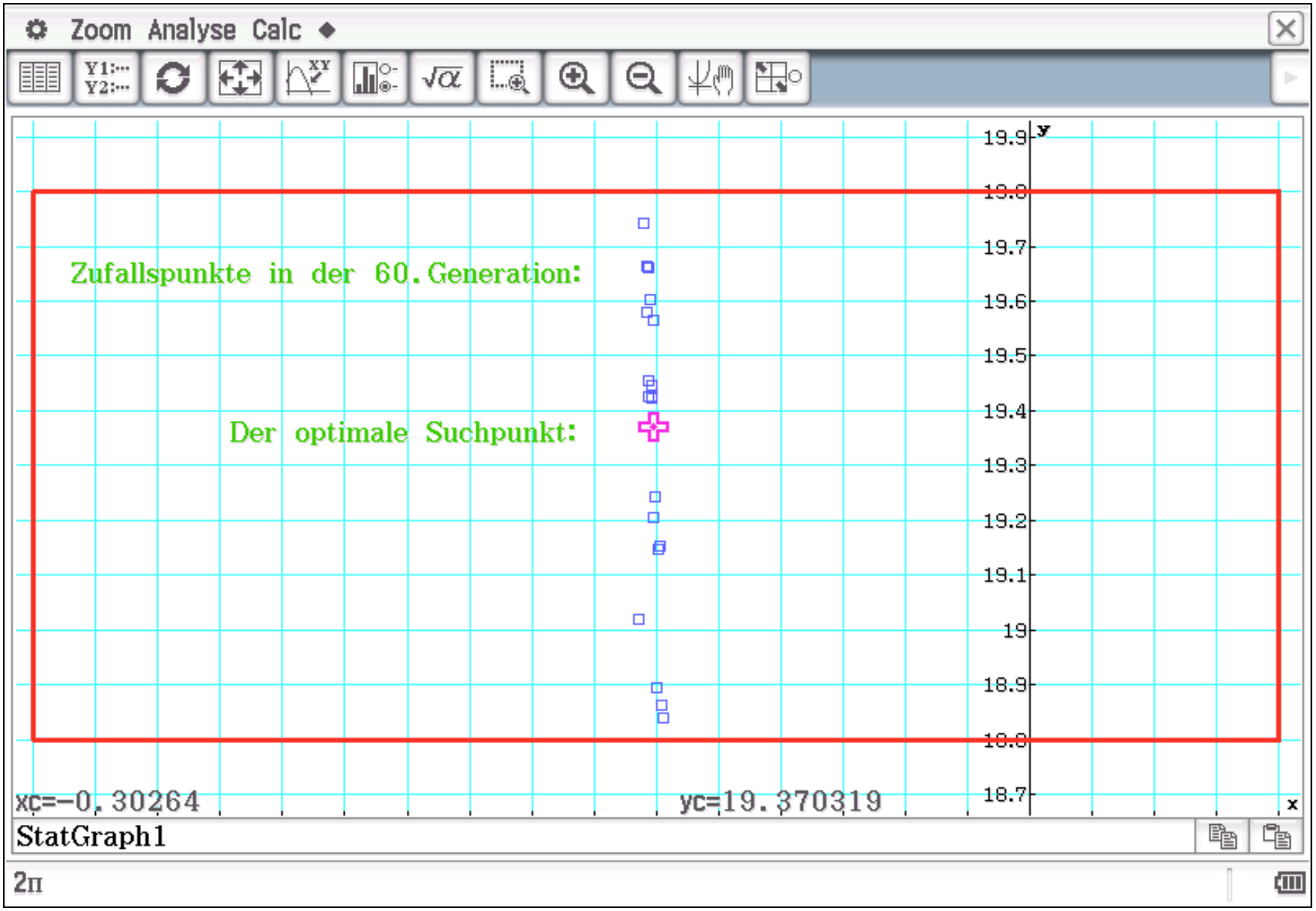
Edit Calc Grafik einst

	xlisteb	ylisteb	zliste	list4	list5	list6
1	−0.303578	19.446105	0.1492718			
2	−0.299685	18.893566	0.150806			
3	−0.30264	19.370319	0.149267			
4	−0.297338	19.152647	0.1495937			
5	−0.310354	19.740981	0.1495828			
6	−0.295089	18.863617	0.1492773			
7	−0.31388	19.018407	0.1663831			
8	−0.302239	19.565977	0.1502904			
9	−0.306805	19.579425	0.1493402			
10	−0.304972	19.603858	0.1494051			
11	−0.300349	19.243305	0.1492756			
12	−0.305561	19.424731	0.1496142			
13	−0.306384	19.659844	0.1493137			
14	−0.302313	19.205523	0.1496655			
15	−0.303717	19.425612	0.1492716			
16	−0.306346	19.454005	0.1497305			
17	−0.307447	19.663768	0.1492766			
18	−0.297727	19.146202	0.1494482			
19	−0.30316	19.421648	0.1492733			
20	−0.293928	18.839958	0.1492942			
Cal▶						

[3]= 0.149266991096451

2π Dezimal

Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle



Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle

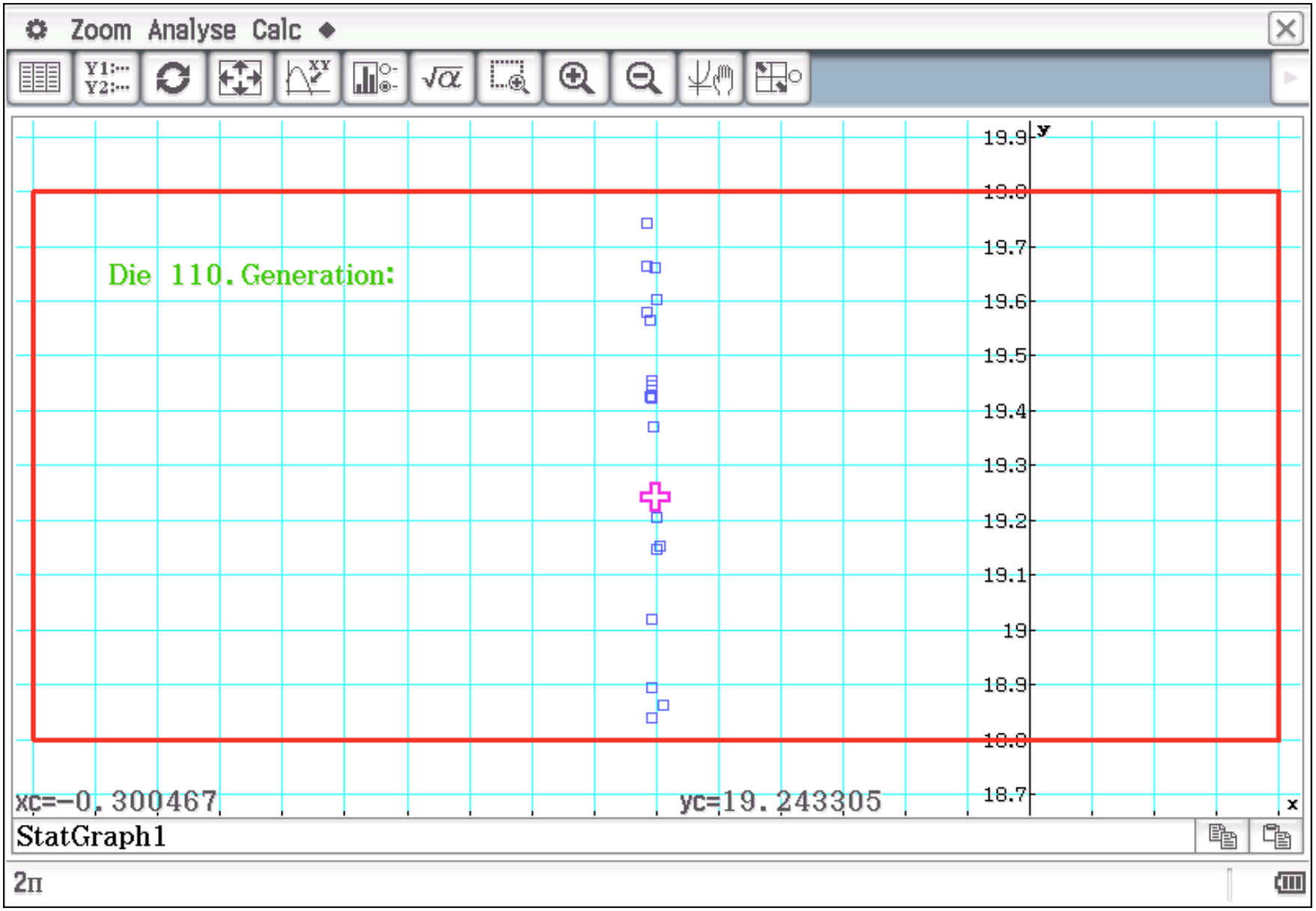
Edit Calc Grafik einst

	xlisteb	ylisteb	zliste	list4	list5	list6
3	−0.30264	19.370319	0.149267			
4	−0.297244	19.152647	0.149627			
5	−0.307548	19.740981	0.1493266			
6	−0.294774	18.863617	0.1492707			
7	−0.303408	19.018407	0.1521814			
8	−0.305361	19.565977	0.1492761			
9	−0.30695	19.579425	0.1493637			
10	−0.299933	19.603858	0.1529097			
11	−0.300467	19.243305	0.1492703			
12	−0.303523	19.424731	0.1492675			
13	−0.30142	19.659844	0.1521891			
14	−0.300117	19.205523	0.1492669			
15	−0.304584	19.425612	0.1493648			
16	−0.303567	19.454005	0.1492784			
17	−0.307447	19.663768	0.1492766			
18	−0.299317	19.146202	0.1492688			
19	−0.30316	19.421648	0.1492733			
20	−0.302948	18.839958	0.1545531			
21						
22						
Cal▶						

[14]= 0.149266852126328

2π Dezimal

Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle



Die optimale MKQ-Lösung: mit Mathematica

0.149267, {x -> -0.300954, y -> 19.2615}

Die Lösung mit ClassPad:

0.149267, {x -> -0.300117, y -> 19.2055}

Grafische Lösung durch Abtasten der 3D-Grafik im Liniennetz
bzw. stochastisches Suchverfahren (ableitungsfrei) mit der Suchmethode Differenzialevolution (Differential Evolution)

Literaturhinw. zu Differentialevolution

https://www.uni-saarland.de/fileadmin/user_upload/Professoren/FreyG/Lehre/SC/Vorlesungen/WiSe_1718/Deutsch/12.Stochastische_Optimierung_Differential_Evolution.pdf

Andreas Kommer:
Differential Evolution: Eine neue evolutionäre Optimierungsmethode
ISBN: 978-3836470988 (2008)

s. auch: „An Introduction to Differential Evolution“
https://www.maths.uq.edu.au/MASCOS/Multi-Agent04/Fleetwood.pdf by Kelly Fleetwood

Differential Evolution: Mutation

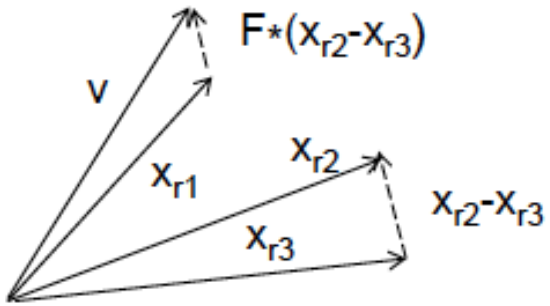
SC

- Für jeden Vektor x der alten Generation bestimme zusätzlich drei Vektoren aus der alten Generation (x_{r1}, x_{r2}, x_{r3}), sodass gilt: $x \neq x_{r1}, \neq x_{r2}, \neq x_{r3}$
- Bestimme den Donator-Vektor (v) als Linear-Kombination von x_{r1}, x_{r2}, x_{r3}

  → $v = x_{r1} + F * (x_{r2} - x_{r3}), F \in [0,2]$

- Anschauliche Interpretation
  - Erstelle eine neue Lösung auf Basis von x_{r1} aus der Differenz von x_{r2} und x_{r3}

  →Verstärke Heterogenität der Lösungen



- x und v bilden gemeinsam das Elternpaar für die **Rekombination**

Differential Evolution: Rekombination

SC

- Erzeuge einen Versuchs-Vektor (*u*) durch Mischen der Elemente von *x* und *v*
- Die Mischung der Element von x und v erfolgt zufallsgesteuert
  - *x*,*v*,*u* sind Vektoren der Dimension D

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_D \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_D \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_D \end{pmatrix}$$

  - CR ist die Cross-Over-Rate: $CR \in [0,1]$
  - j ist eine ganzzahlige Zufallszahl: $j \in [1, D]$
  - r_i ist eine reelle Zufallszahl: $r_i \in [0,1]$

j sorgt dafür, dass sich x und u in mindestens einem Element unterscheiden

$$u_i = \begin{cases} v_i, \text{falls } r_i \leq CR \text{ oder } i = j \\ x_i, \text{sonst} \end{cases}$$

CR ist ein Parameter des Optimierungsverfahrens

- *x* und *u* bilden Konkurrenten bei der **Selektion**

Differential Evolution: Selektion

SC

- Wähle einen der beiden Vektoren x, u für die neue Generation aus
- Auswahl erfolgt ausschließlich auf Basis der Güte (Fitness) eines Individuums (Vektor)
  - Nur das bessere der beiden Individuen wird in die neue Generation übernommen
  - Kein Abhängigkeit von Zufallsgrößen bei der Selektion

$$x^+ = \begin{cases} u, \text{ falls } f(u) \le f(x) \\ x, \text{ sonst} \end{cases}$$

Minimierung

$$x^+ = \begin{cases} u, \text{ falls } f(u) \ge f(x) \\ x, \text{ sonst} \end{cases}$$

Maximierung

  - f: zu optimierendes Gütefunktional (Fitness-Funktion)
  - Bei gleicher Güte wird das durch Mutation und Rekombination entstandene Individuum in die neue Generation übernommen

→ **Verstärke Heterogenität über Generationen hinweg**

- Selektion in DE hat impliziten Elitismus
  - Nur bessere oder gleichgute Individuen bilden die neue Generation

Binäre Logistische Regression - Space-Shuttle

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!