Prof. Dr. L. Paditz, Sachsen 13NT, S.178

**AUFGABE 01**

a) Wir berechnen $P(19.7<X<20.3)$ und nutzen Def. 3.24 auf S.176

```
NormCD (19.7-20)/.2,(20.3-20)/.2,1,0
                                                   done
approx(prob)
                                           0.8663855975
```

Zum gleichen Ergebnis kommen wir mit unter Beachtung der Syntax von NormCD (Intervallwahrscheinlichkeit)

```
NormCD 19.7,20.3,0.2,20
                                                   done
approx(prob)
                                           0.8663855975
```

**Antwortsatz:** Die Wahrscheinlichkeit beträgt 0,8664.

b) Wir berechnen
$P(X\le 20.5)=P(-\infty<X\le 20.5)=P(-\infty<X<20.5)$
(bei stetigen Zufallsgrößen spielt das Gleichheitszeichen keine Rolle, da $P(X=20.5)=0$ gilt)

```
NormCD -∞,(20.5-20)/.2,1,0
                                                   done
approx(prob)
                                           0.9937903347
```

**Antwortsatz:** Die Wahrscheinlichkeit beträgt 0,9938.

c) Ansatz $P(20-c<X<20+c)=0.95$, wobei c die

Toleranz um den Mittelwert 20 bedeutet.
Die Gleichung wird nun nach c aufgelöst, wobei X zentriert und normiert wird:

$$0.95=P(X<20+c)-P(X<20-c)=$$
$$P\left(\frac{X-20}{0.2}<\frac{c}{0.2}\right)-P\left(\frac{X-20}{0.2}<-\frac{c}{0.2}\right).$$

Aus Symmetriegründen gilt für die 0-1-Normalverteilung

$$P\left(\frac{X-20}{0.2}<-\frac{c}{0.2}\right)=1-P\left(\frac{X-20}{0.2}<\frac{c}{0.2}\right)$$ und somit

$$0.95=P\left(\frac{X-20}{0.2}<\frac{c}{0.2}\right)-\left(1-P\left(\frac{X-20}{0.2}<\frac{c}{0.2}\right)\right)=$$
$$2\times P\left(\frac{X-20}{0.2}<\frac{c}{0.2}\right)-1,$$ d.h.

$$P\left(\frac{X-20}{0.2}<\frac{c}{0.2}\right)=\frac{1.95}{2}=0.975.$$

Damit ist $\frac{c}{0.2}$ das $z_{0.975}$ der 0-1-Normalverteilung und wir erhalten

$c=0.2\times z_{0.975}$

InvNormCD "L",0.975,1,0

done

approx($x_1$InvN)

1.959963985

approx(0.2×ans)

0.3919927969

Damit lautet die Lösung c=0,39cm, d.h. $P(20-c<X<20+c)\geq 0,95$.

Prof. Dr. L. Paditz, Sachsen 13NT, S.178

**AUFGABE 02**

$F(x)=P(X\le x)=P\left(\frac{X-5}{2}\le\frac{x-5}{2}\right)=\phi\left(\frac{x-5}{2}\right)$ (Definition 3.24 S. 176)

$F(5)=\phi\left(\frac{5-5}{2}\right)=\phi(0)=\frac{1}{2}$ ($x=5$ setzen)

$F(0)=\phi\left(\frac{0-5}{2}\right)=1-\phi\left(\frac{5}{2}\right)=1-\phi(2.5)=1-0.9934=0.0066$, denn

```
NormCD -∞,2.5,1,0
                                        done
approx(prob)
                                0.9937903347
```

$F(-x)=\phi\left(\frac{-x-5}{2}\right)=\phi\left(-\frac{x+5}{2}\right)=1-\phi\left(\frac{x+5}{2}\right)$

$P(a<X\le b)=F(b)-F(a)=\phi\left(\frac{b-5}{2}\right)-\phi\left(\frac{a-5}{2}\right)$

$P(|X-\mu|\le 3\sigma)=P\left(\left|\frac{X-\mu}{\sigma}\right|\le 3\right)=\phi(3)-\phi(-3)=$

$\phi(3)-(1-\phi(3))=2\phi(3)-1=0.9973$, denn

```
NormCD -∞,3,1,0
                                        done
2×approx(prob)-1
                                0.9973002039
```

$F(5)=\phi\left(\frac{5-5}{2}\right)=\phi(0)=\frac{1}{2}$

$P(X\le 7)=P\left(\frac{X-5}{2}\le\frac{7-5}{2}\right)=\phi\left(\frac{7-5}{2}\right)=\phi(1)=0.8413$, denn

```
NormCD -∞,1,1,0
                                        done
approx(prob)
                                0.8413447461
```

$P(X>2)=1-P(X\le 2)=1-\phi\left(\frac{2+5}{2}\right)=1-\phi(3.5)=0.0002$, denn

```
NormCD -∞,3.5,1,0
                                        done
```

approx(prob)

0.9997673709

$P(X \leq c) = F\left(\frac{c-5}{2}\right) = \phi\left(\frac{c-5}{2}\right) = 0.977250$ bedeutet

$\frac{c-5}{2} = \phi^{-1}(0.977250) = 2$ und $c=9$, denn

InvNormCD "L",0.977250,1,0

done

approx(x₁InvN)

2.000002444

$\phi(x) = -0.5$ hat keine Lösung, da gilt: $0 < \phi(x) < 1$.

Prof. Dr. L. Paditz, Sachsen 13NT, S.178

**AUFGABE 03**

X sei die zufällige Masse der äpfel in der Kiste.

$P(X<30) = \phi\left(\frac{30-32}{1.5}\right) = \phi\left(\frac{-2}{1.5}\right) = 1-\phi\left(\frac{2}{1.5}\right) = 0.0912$, denn

NormCD $-\infty, \frac{2}{1.5}$,1,0

done

1-approx(prob)

0.09121121973

**Download dieser eActivity:**

http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/BVEINS_Loesungen_13NT.vcp