

Arbeitsmaterial zur Fortbildungsveranstaltung

"Erste Unterrichtserfahrungen mit dem FX-CP400"

Zum Einsatz des ClassPad 400 (CASIO FX-CP400) im Mathematikunterricht

Inhalt: Einführung des neuen CAS-GTR im Mathematikunterricht anhand von Beispielen aus Schulbüchern von Bildungsverlag EINS, die in den letzten Jahren erschienen sind:

Kl.-stufe 11:

Mathematik (2011),

Berufliche Gymnasien Sachsen Jahrgangsstufe 11, 2.Aufl., ISBN 978-3-427-21503-5

Jg.-stufe 12/13:

Mathematik – nichttechn. Fachrichtungen (2006),

Berufliche Gymnasien Sachsen Jahrgangsstufe 12, 1.Aufl., ISBN 978-3-427-21523-3
bzw.

Mathematik – techn. Fachrichtung (2007),

Berufliche Gymnasien Sachsen Jahrgangsstufe 12, 1.Aufl., ISBN 978-3-427-21525-7
und

Mathematik – nichttechn. Fachrichtungen (2007),

Berufliche Gymnasien Sachsen Jahrgangsstufe 13, 1.Aufl., ISBN 978-3-427-21543-1
bzw.

Mathematik – techn. Fachrichtung (2009),

Berufliche Gymnasien Sachsen Jahrgangsstufe 13, 1.Aufl., ISBN 978-3-427-21545-5

Schulbuch Klasse 11, S.124

(ursprüngliche Taschenrechnergrafik mit unterschiedlichen Kurvenästen - Smiley)

Zeichnen des Smileys (bestehend aus Geraden- und Parabelstücken) mithilfe des eigenen GTR



Das Farbbild wurde aus dem Schulbuch herauskopiert und vergrößert.

Die ausgelesenen Daten werden zunächst in einem Arbeitsblatt im eActivity-Menü erfasst:

Taschenrechnergrafik mit unterschiedlichen Kurvenästen - Smiley

Schulbuch Kl. 11, S. 124, AUFGABE 06

Eine Parabel wird durch drei Punkte festgelegt. Aus dem Farbbild werden die benötigten Punkte ausgelesen. Es wird davon ausgegangen, dass die x-Achse von 0 bis 6 und die y-Achse von 0 bis 8 skaliert ist.

Kurve K1 (Kopf oben, Datenmatrix)

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 7 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow K1$$

Kurve K1 √α

Define $y1(x) = \begin{cases} -0.5 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 2.5, & K1[1, 1] \leq x \leq K1[3, 1] \\ \frac{1}{0}, & \square \end{cases}$ done

Kurve K2 (Kopf unten, Datenmatrix)

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 1 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow K2$$

Kurve K2 √α

Define $y2(x) = \begin{cases} x^2 - 6 \cdot x + 10, & K2[1, 1] \leq x \leq K2[3, 1] \\ \frac{1}{0}, & \square \end{cases}$ done

Kurve K3 (rechtes Ohr oben, Datenmatrix)

$$\begin{bmatrix} .5 & 5 \\ .75 & 5.5 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow K3$$

Algeb Dezimal Reell 2π

$\frac{1}{0}, \square$ done

Kurve K5 (linkes Ohr oben, Datenmatrix)

$$\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 5.25 & 5.5 \\ 5.5 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow K5$$

Kurve K5 √α

Define $y5(x) = \begin{cases} -8 \cdot x^2 + 84 \cdot x - 215, & K5[1, 1] \leq x \leq K5[3, 1] \\ \frac{1}{0}, & \square \end{cases}$ done

Kurve K6 (linkes Ohr unten, Datenmatrix)

$$\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 5.25 & 4.25 \\ 5.5 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow K6$$

Kurve K6 √α

Define $y6(x) = \begin{cases} 12 \cdot x^2 - 126 \cdot x + 335, & K6[1, 1] \leq x \leq K6[3, 1] \\ \frac{1}{0}, & \square \end{cases}$ done

Kurve K7 (Mund, Datenmatrix)

$$\begin{bmatrix} 2.5 & 2.1 \\ 3 & 2 \\ 3.5 & 2.1 \end{bmatrix} \rightarrow K7$$

Kurve K7 √α

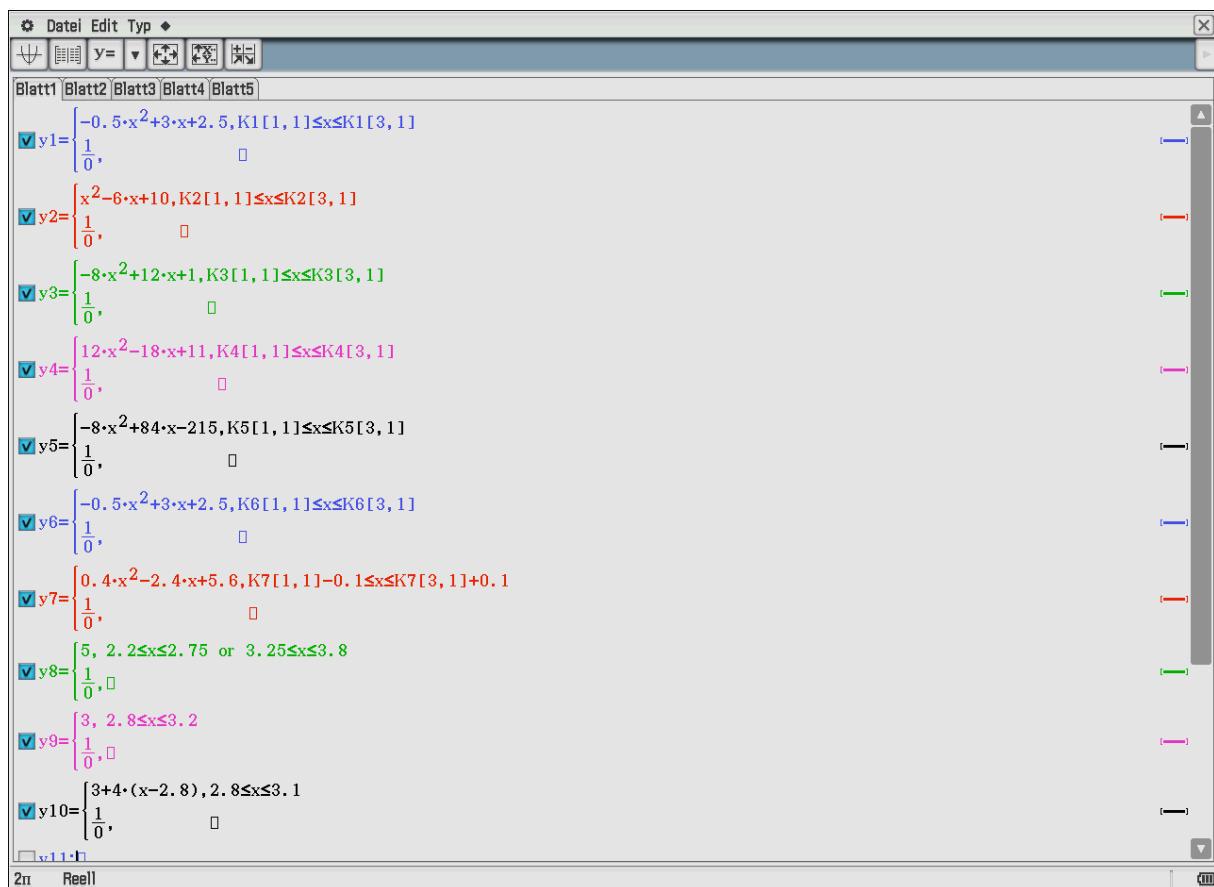
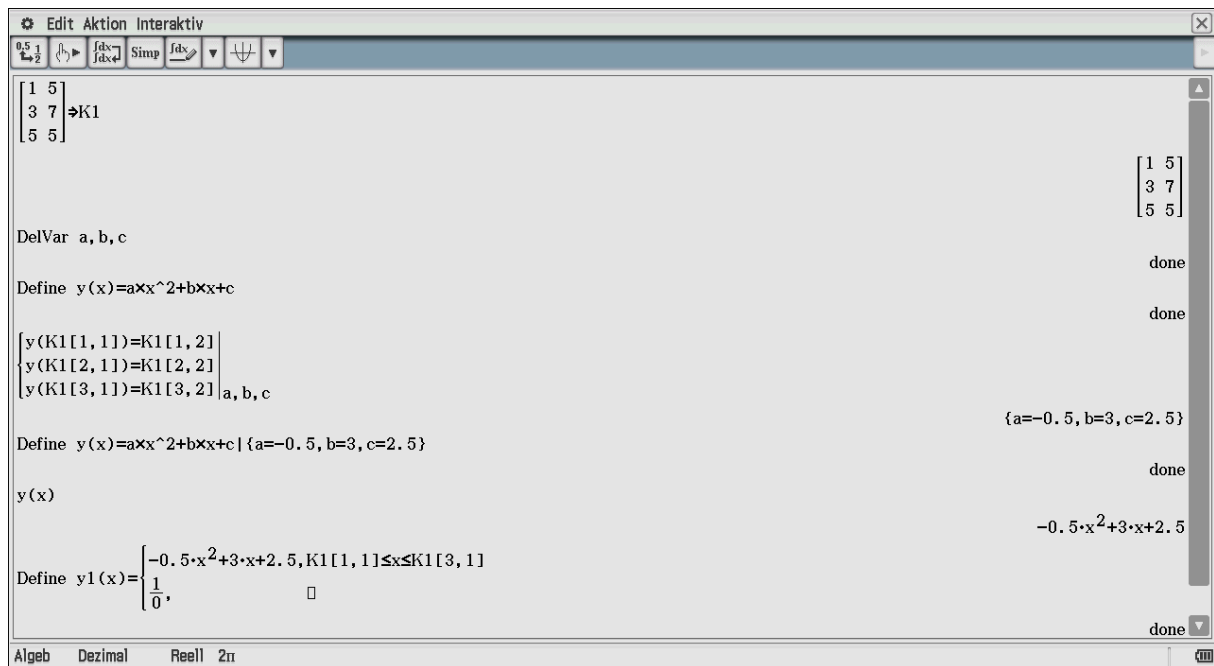
Define $y7(x) = \begin{cases} 0.4 \cdot x^2 - 2.4 \cdot x + 5.6, & K7[1, 1] - 0.1 \leq x \leq K7[3, 1] + 0.1 \\ \frac{1}{0}, & \square \end{cases}$ done

Anmerkung: das Kurvenstück K7 wurde nachträglich verbreitert um ±0.1 auf das Intervall [2.4; 3.6]

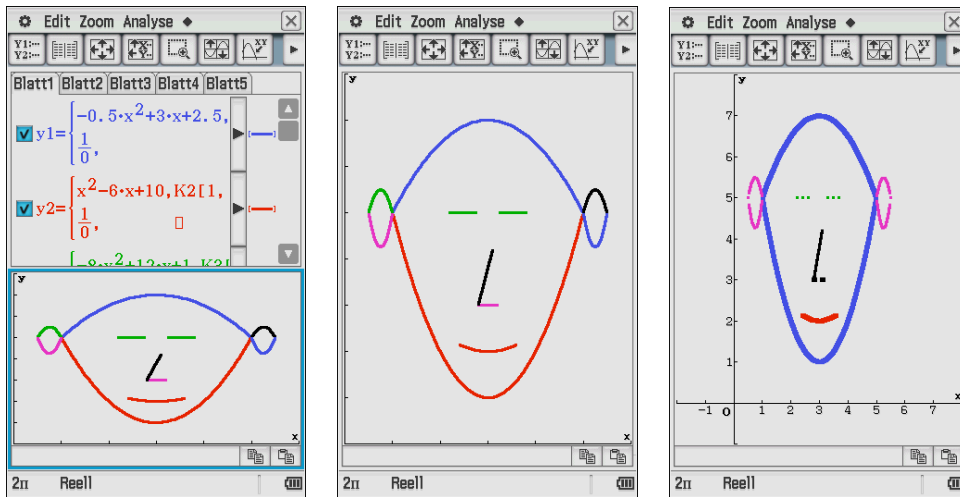
Algeb Dezimal Reell 2π

Berechnung der Kurvenstücke im **Main-Berechnungsstreifen**:

z.B. $y_1(x)$

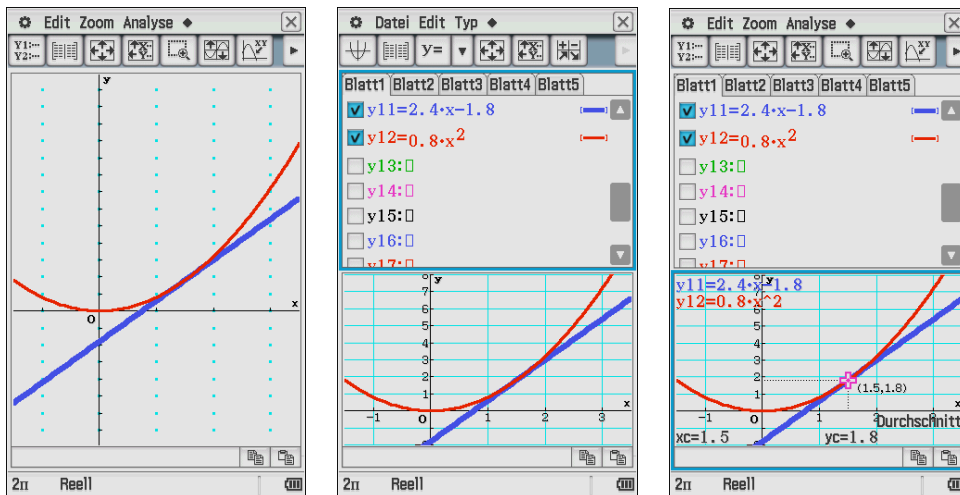


Übersicht über die 10 Funktionen und Grafikstile im **2D-Grafik-Editor**.

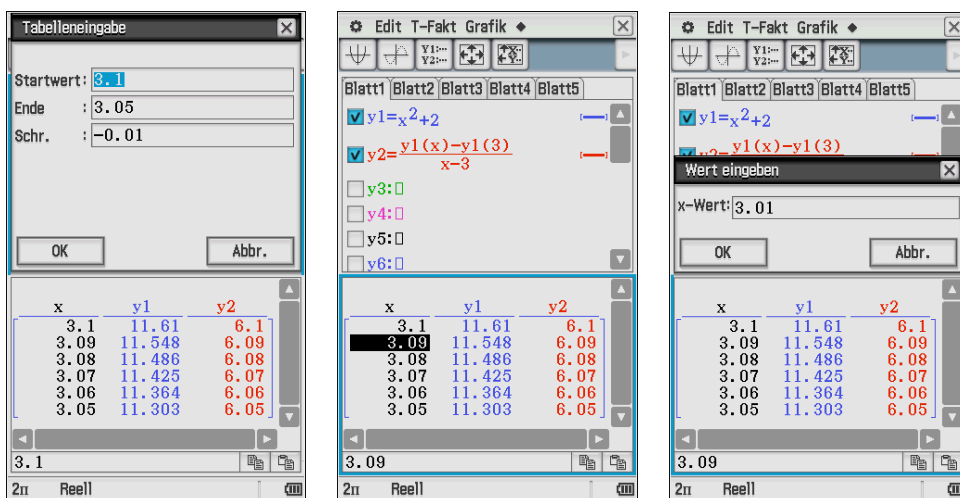


Eine mögliche Lösung mit dem ClassPad (mit Bildverzerrung durch andere Skalierung)

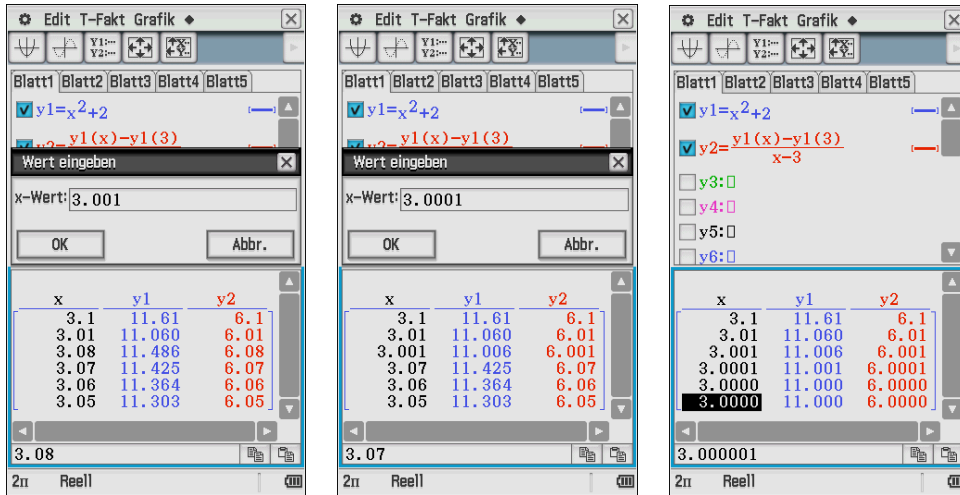
Weiter: Schulbuch Kl.11, S.129 (Parabel und Tangente)



Schulbuch Kl.11, S.133 (Differenzenquotient – Sekantenanstieg – Grenzfall)

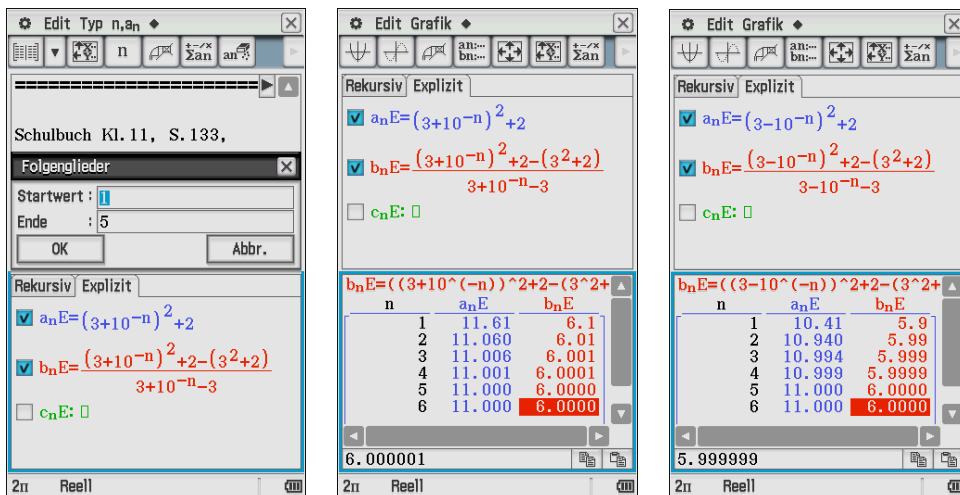


Die Tabellierung wurde hier im **Grafik&Tabellen-Menü** vorgenommen und auf die manuelle Eingabe der x-Werte ausgerichtet (da hier nicht mit variabler Schrittweite automatisch tabelliert werden kann – Ausweg: x-Liste vorgeben und über Grafikformat-Menü aufrufen). Zuerst wurde eine Tabelle automatisch generiert und dann per Hand modifiziert.

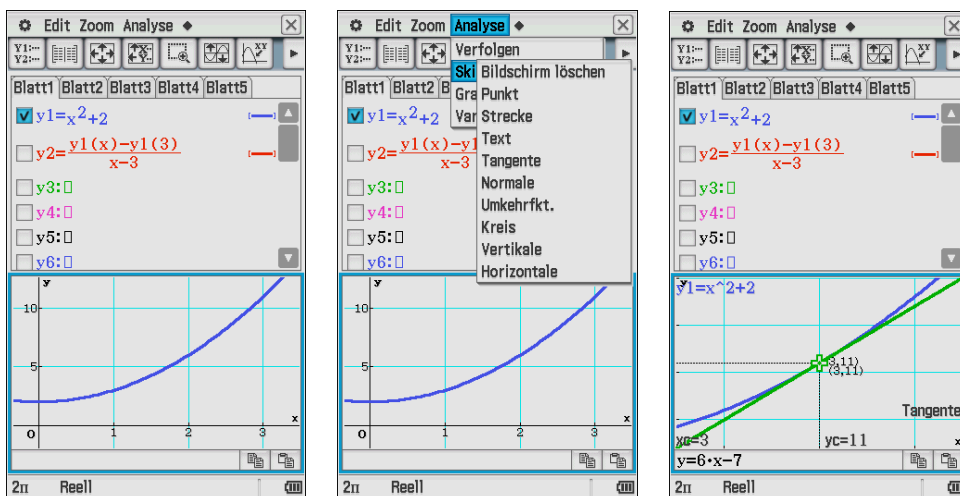


Um einen x-Wert individuell zu ändern, ist dieser zu markieren. Mit Eingabe des neuen Wertes öffnet sich das Dialogfenster!

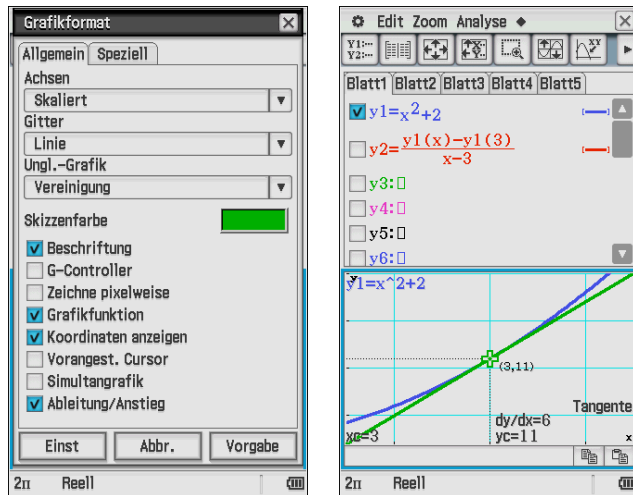
Die Tabellierung (Sekantenanstieg) ist auch im **Zahlenfolgenmenü** möglich:



Das Zeichnen der Tangente kann über das **Skizze**-Untermenü im Grafik-Menü erfolgen:



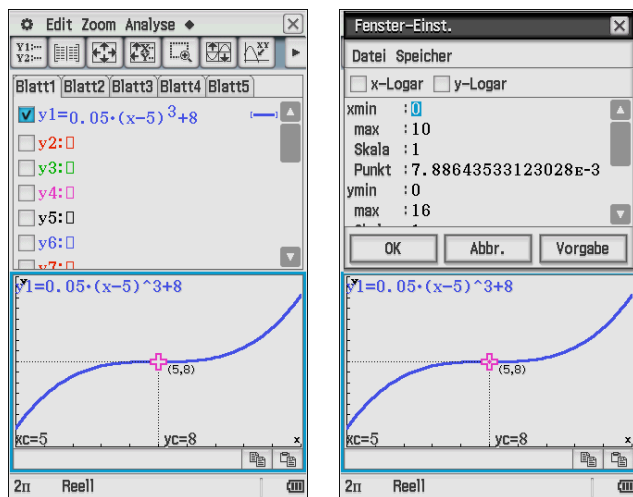
Tangente auswählen, dann den Cursor positionieren und EXE drücken.



Einstellungen im Grafikformat vornehmen, damit dy/dx im Bild erscheint!

Schulbuch Kl.11, S. 136 AUFGABE 07 b)

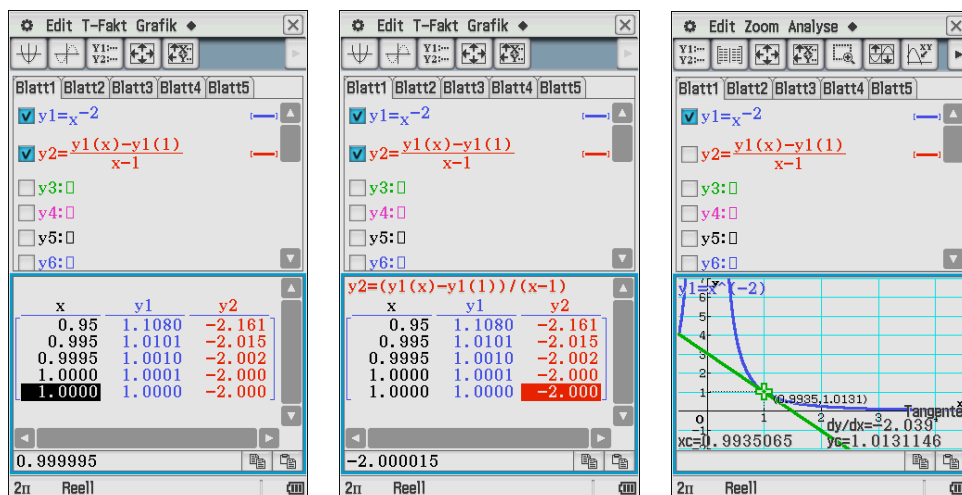
Definition zum Schaubild der Funktion



Eine mögliche Definition von $y(x)$.

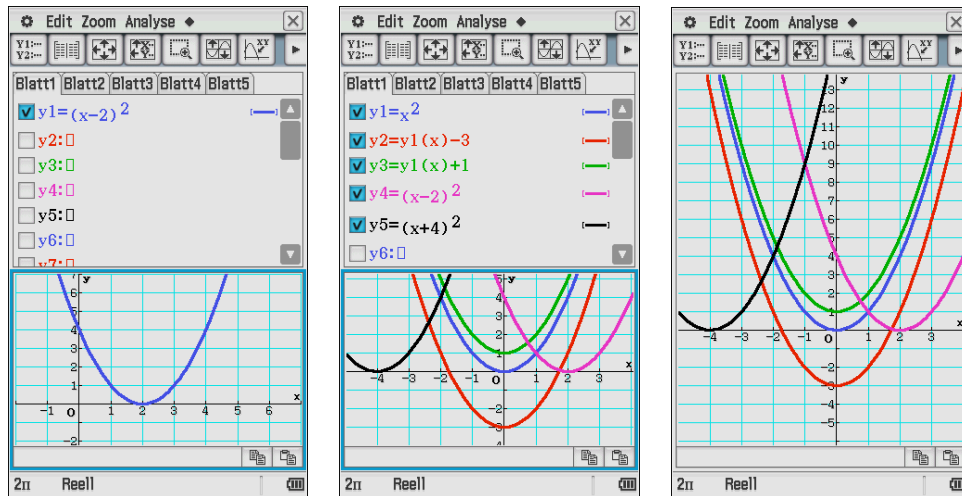
Weiter:

S. 139f, Untersuchung des Anstieges der Funktion $y = x^{-2}$
 (Tabellierung des Anstieges der Sekante mit manueller Eingabe der x-Werte)

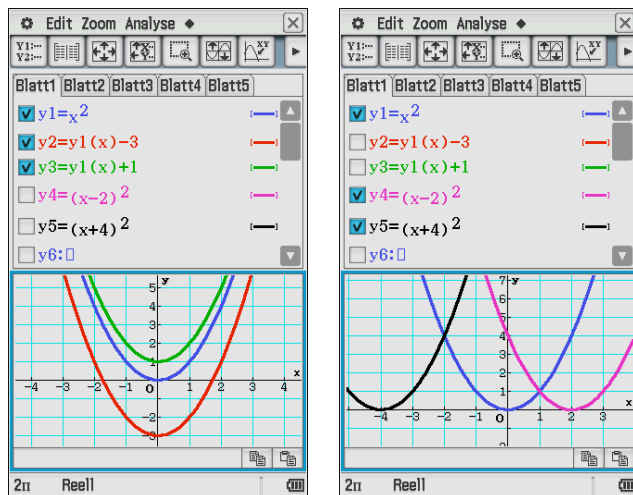


Die Tangente wurde wieder über das **Skizze-Untermenü** im 2D-Grafikmenü erzeugt.

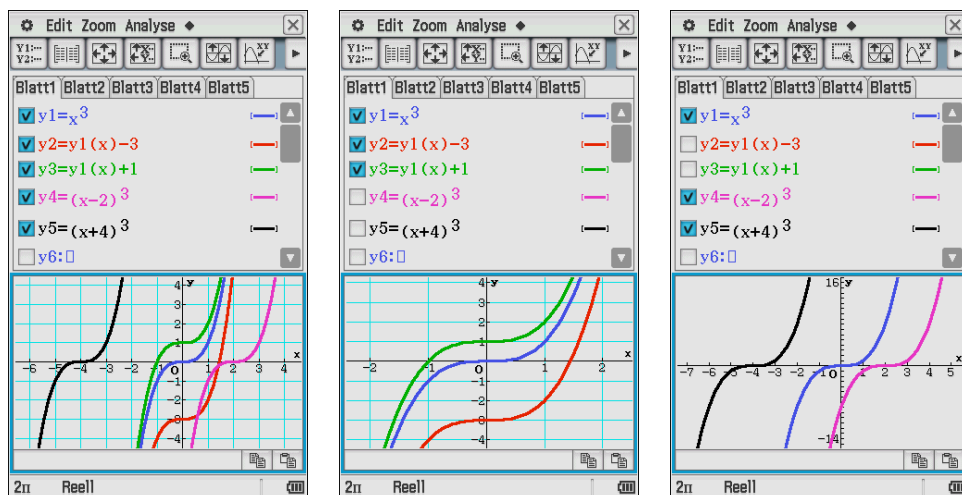
Schulbuch Kl.11, S. 142ff, Abbildungen von Kurven



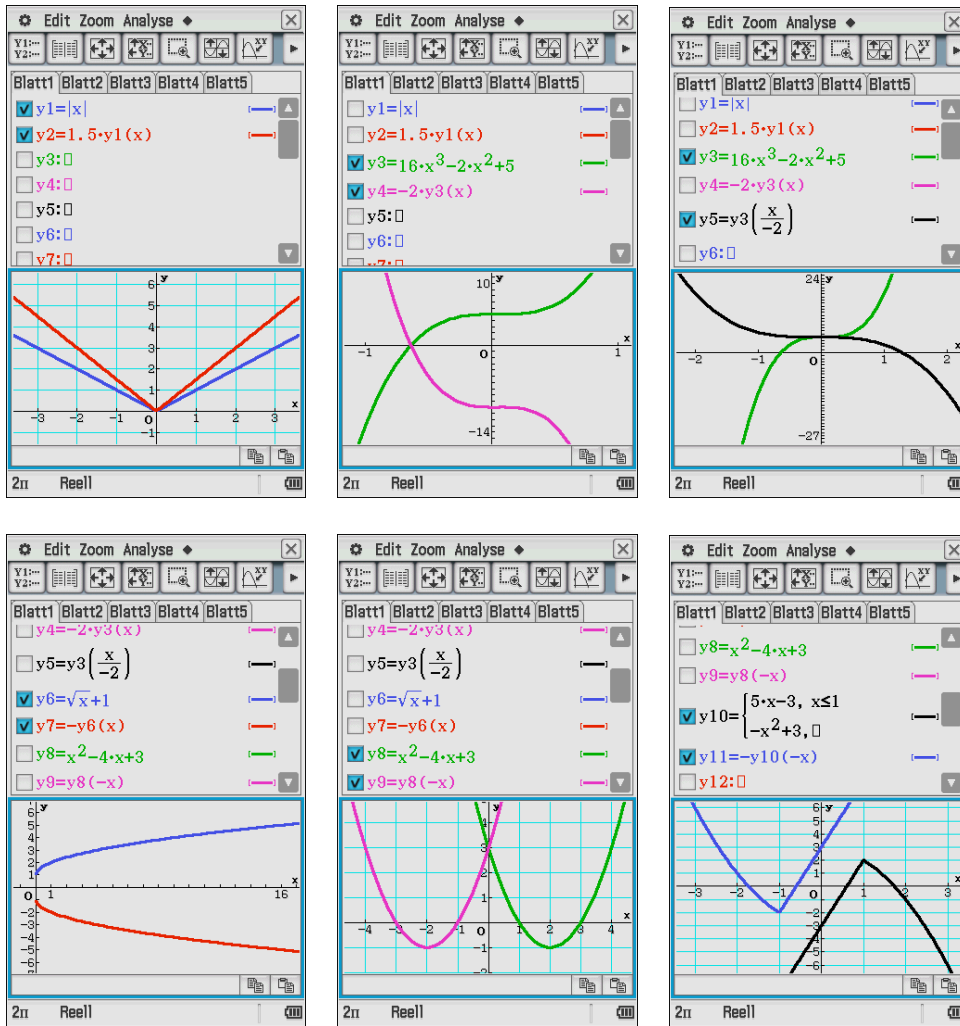
Nutzen Sie die Zoom-Funktion und die „Hand“ (Verschiebefunktion)



Jetzt wird der Exponent 2 durch 3 ersetzt:

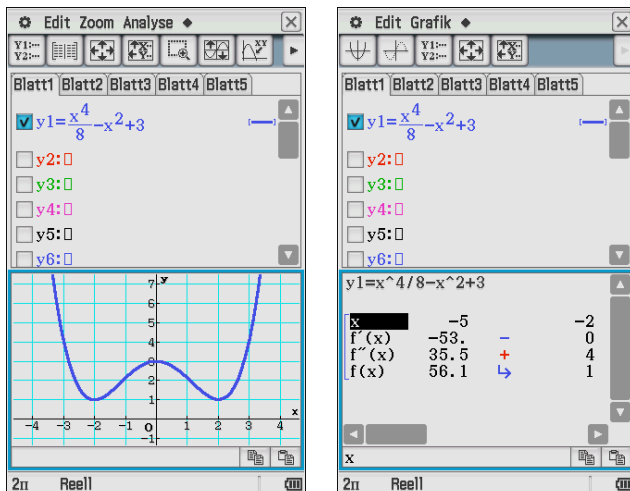


Schulbuch Kl.11, S.146ff (Streckung in y-Richtung oder x-Richtung, Spiegelung)

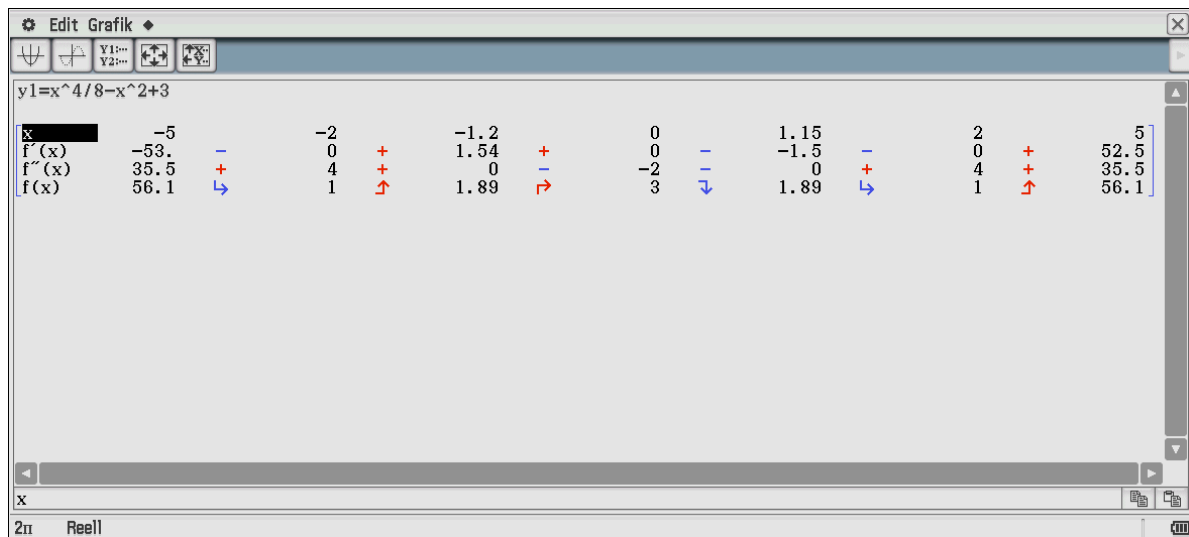


$y10(x) = \text{piecewise}(x \leq 1, 5x-3, -x^2+3)$ (Erneute Nutzung der piecewise-Funktion)

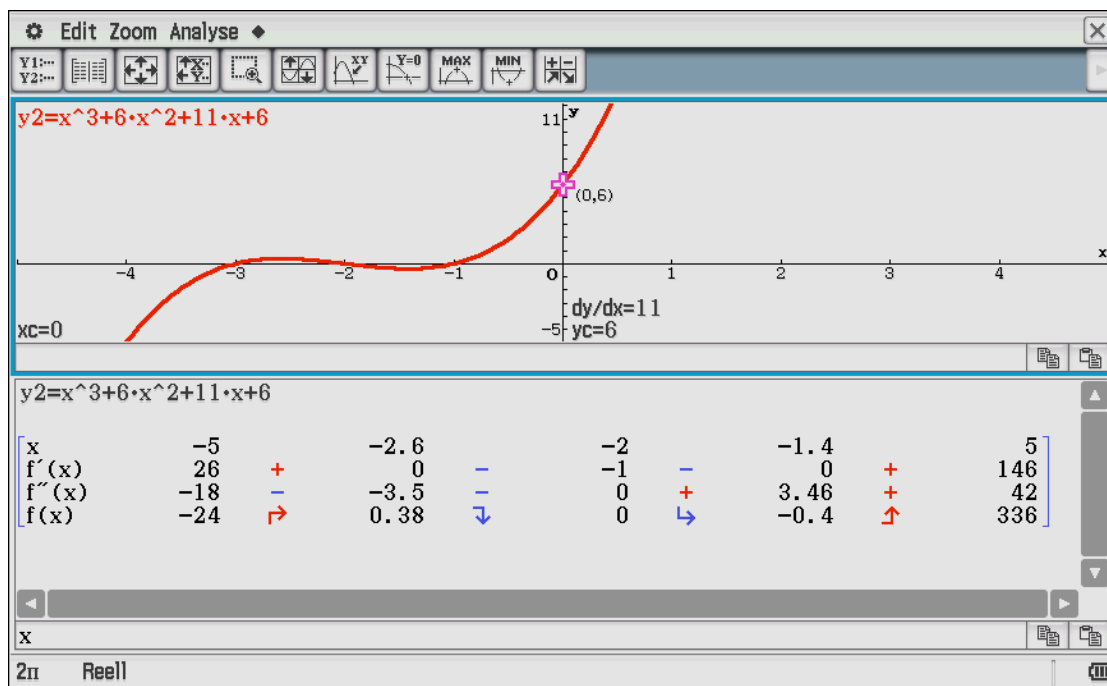
Für die Auswertung der ganzrationalen Funktionen kann der ClassPad eine Übersichtstabelle generieren (Ergebnistabelle, Summary-Table): Schulbuch Kl.11, S. 172



Ergebnistabelle ausführlich:

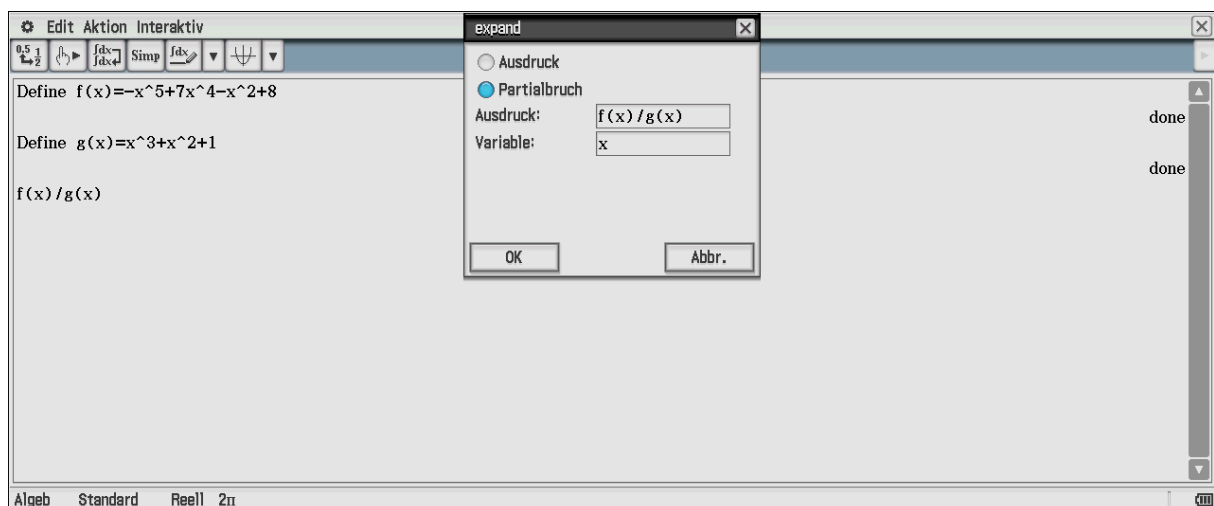


Die Tabelle gibt uns Informationen über den Anstieg und die Krümmung der Funktion. Extremwerte und Wendepunkte werden angegeben.



S. 172

S. 180, Polynomdivision mit CAS, AUFGABE 03 e) (Interaktiv-Untermenü nutzen)



Define $f(x) = -x^5 + 7x^4 - x^2 + 8$ done

Define $g(x) = x^3 + x^2 + 1$ done

$\text{expand}\left(\frac{f(x)}{g(x)}, x\right)$

$$-x^2 + 8 \cdot x + \frac{8 \cdot (x^2 - x + 2)}{x^3 + x^2 + 1} - 8$$

$\text{expand}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)$

$$\frac{-x^5}{x^3 + x^2 + 1} + \frac{7 \cdot x^4}{x^3 + x^2 + 1} - \frac{x^2}{x^3 + x^2 + 1} + \frac{8}{x^3 + x^2 + 1}$$

$\text{propFrac}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)$

$$-x^2 + 8 \cdot x + \frac{8 \cdot x^2}{x^3 + x^2 + 1} - \frac{8 \cdot x}{x^3 + x^2 + 1} + \frac{16}{x^3 + x^2 + 1} - 8$$

Algeb Standard Reell 2π

Die Befehle haben unterschiedliche Wirkung!

Schulbuch Kl.11, S. 183 Nullstellensuche AUFGABE 03 c)

Define $f(x) = 90x^8 + 4x^6 + x^4 + 7x^2 + 144$ done

alle Summanden sind nichtnegativ, d.h. $f(x) \geq 144 > 0 \forall x \Rightarrow$ keine (reellen) Nullstellen vorhanden

$\text{solve}(f(x)=0, x)$

$\{x = -0.9772923622 - 0.4154582662 \cdot i, x = -0.9772923622 + 0.4154582662 \cdot i, x = -0.3980894756 - 0.9814235799 \cdot i, x = -0.3980894756 + 0.9814235799 \cdot i\}$

$\text{getRight}(ans)$

$\{-0.9772923622 - 0.4154582662 \cdot i, -0.9772923622 + 0.4154582662 \cdot i, -0.3980894756 - 0.9814235799 \cdot i, -0.3980894756 + 0.9814235799 \cdot i\}$

$\text{listToMat}(ans)$

$$\begin{bmatrix} -0.9772923622 - 0.4154582662 \cdot i \\ -0.9772923622 + 0.4154582662 \cdot i \\ -0.3980894756 - 0.9814235799 \cdot i \\ -0.3980894756 + 0.9814235799 \cdot i \\ 0.3980894756 - 0.9814235799 \cdot i \\ 0.3980894756 + 0.9814235799 \cdot i \\ 0.9772923622 - 0.4154582662 \cdot i \\ 0.9772923622 + 0.4154582662 \cdot i \end{bmatrix}$$

Offensichtlich gibt es keine reellen Nullstellen sondern nur Paare komplex/konjugiert komplexer Nullstellen.

$\text{rFactor}(f(x))$

$90 \cdot (x + 0.9772923622 + 0.4154582662 \cdot i) \cdot (x + 0.9772923622 - 0.4154582662 \cdot i) \cdot (x + 0.3980894756 + 0.9814235799 \cdot i) \cdot (x + 0.3980894756 - 0.9814235799 \cdot i)$

$\text{rFactor}(f(x))$

$90 \cdot (x^2 + 1.954584724 \cdot x + 1.127705932) \cdot (x^2 + 0.7961789512 \cdot x + 1.121667474) \cdot (x^2 - 0.7961789512 \cdot x + 1.121667474) \cdot (x^2 - 1.954584724)$

reelle Faktorisierung mit quadratischen Polynomen (reeller Modus)

Algeb Dezimal Reell 2π

Ermittlung reeller Nullstellen (Lösung nichtlinearer Gleichungen), Schulbuch Kl.11, S. 189

Schulbuch Kl. 11, S. 189

Anzahl der Nullstellen (Vielfachheit)

=====

Define $f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 100$ done

$\text{solve}(f(x), x)$

$\{x = -4, x = 5\}$

$\text{factor}(f(x))$

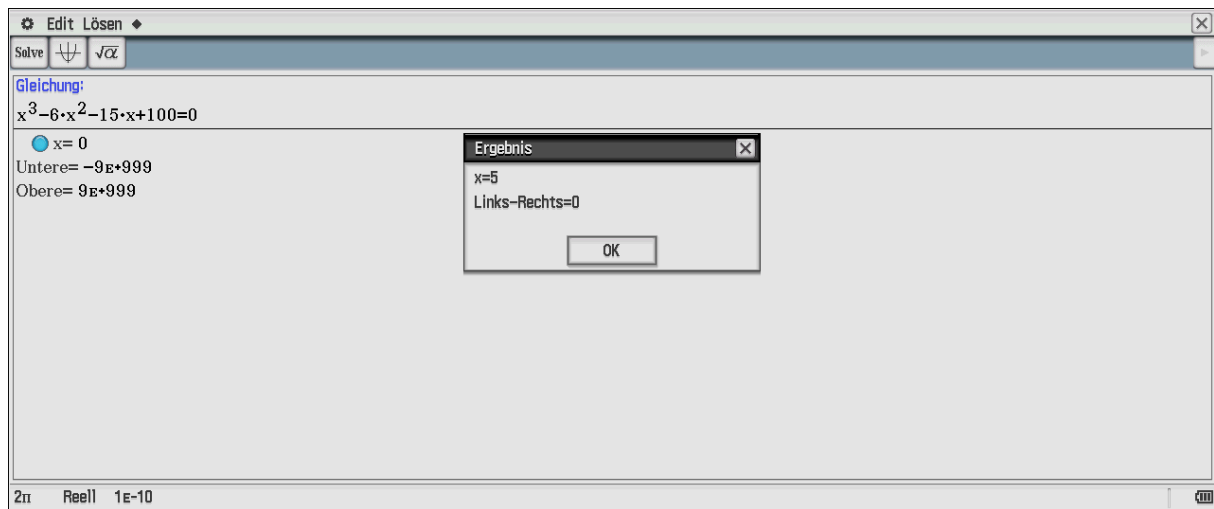
$(x + 4) \cdot (x - 5)^2$

Die Vielfachheit der Nullstelle erkennt man in der Faktorisierung.

Algeb Dezimal Reell 2π

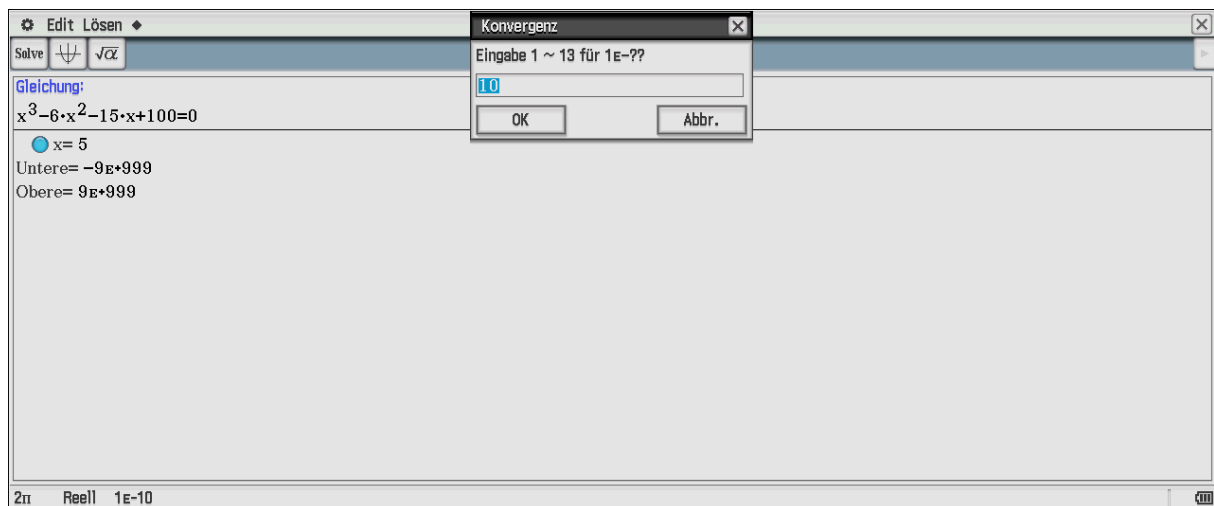
Lösung im eActivity-Menü (Bild oben)

(eActivity mit Rechnen und Textverarbeitung in einem Dokument)



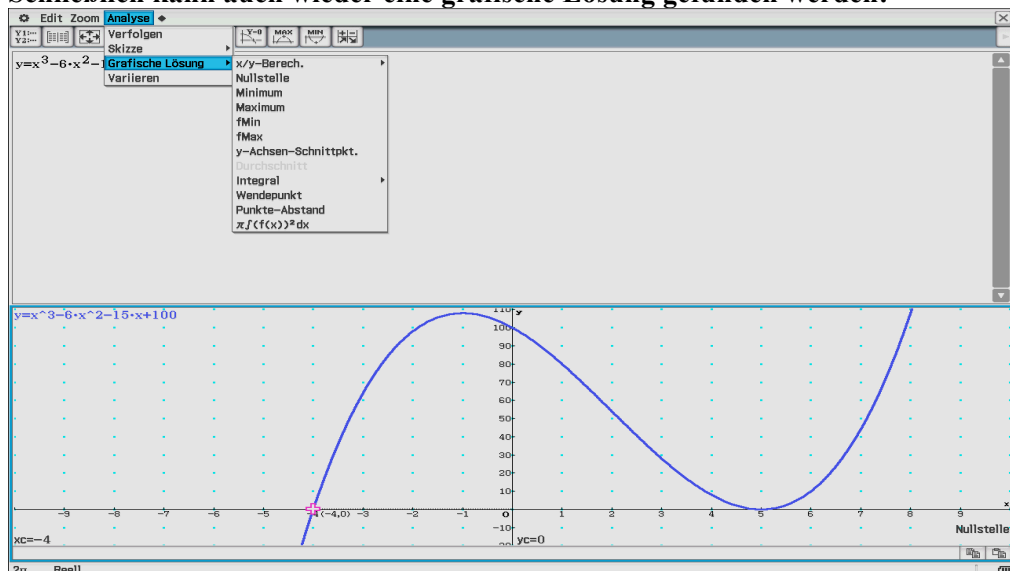
Lösung im Menü „Numerische Lösung“

(Vorgabe eines Startwertes $x=0$ und eines Suchintervalls für die Suche nach der Lösung)

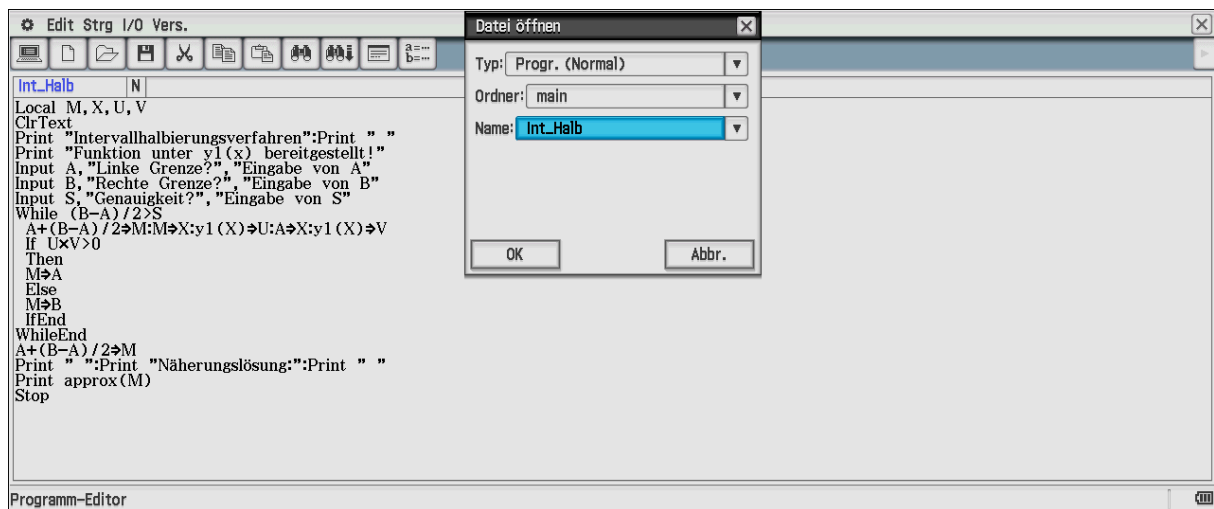


Konvergenz des Newtonverfahrens: Genauigkeit 10^{-10}

Schließlich kann auch wieder eine grafische Lösung gefunden werden:

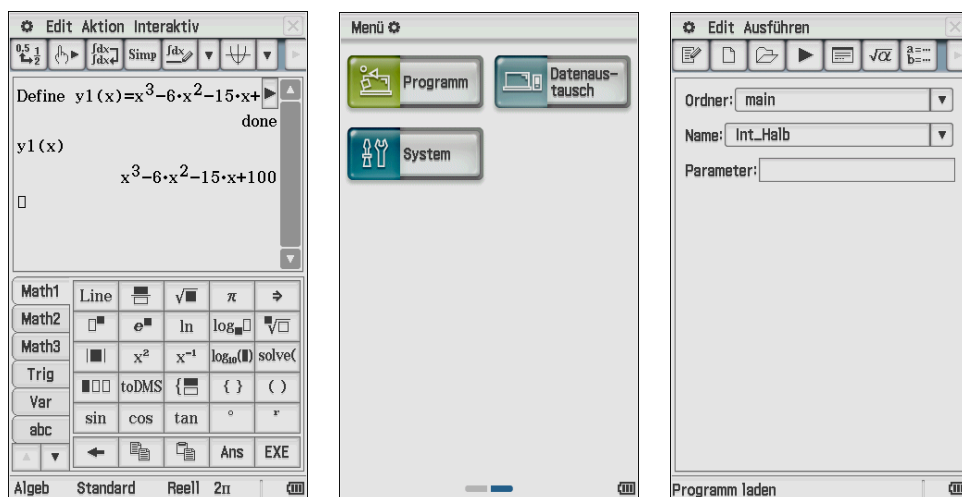


Programmierung von Näherungsverfahren: Schulbuch Kl.11, S. 193ff

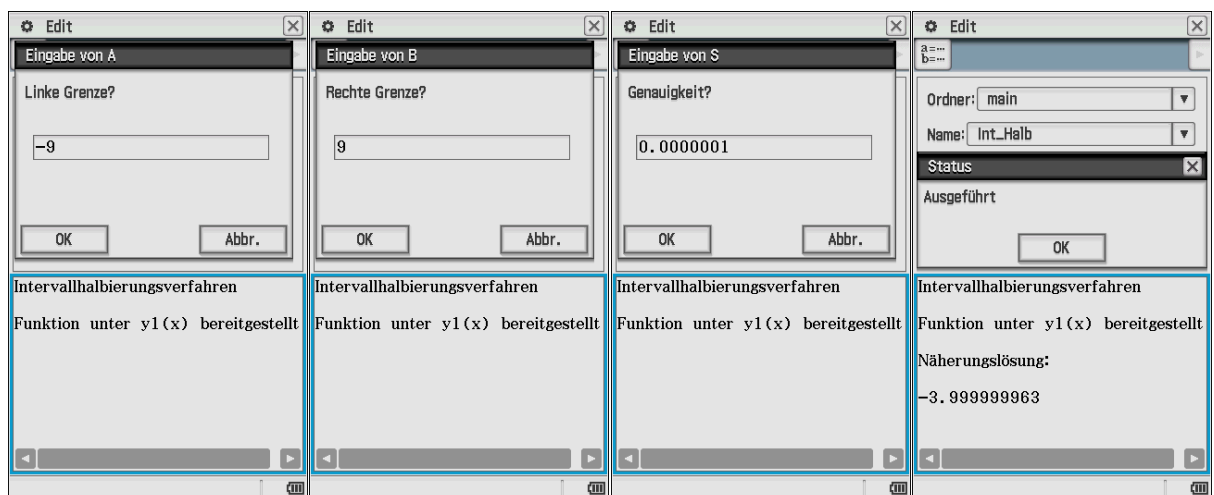


Quelltext im Programm-Editor (Intervallhalbierungsverfahren)

Eingabe der Funktion im Main-Menü, dann Aufruf des Programm-Menüs:



Die Eingabe erfolgt über Dialogfenster. Probieren Sie es aus!



Modifizieren Sie das Programm!

Schulbuch Kl.11, S. 196, Zahlenfolgen (Rekursionsformeln) im Zahlenfolge-Menü

The screenshots demonstrate the steps to solve a recursive sequence $a_n E = \frac{2-n}{5+n}$ in a software application. The steps shown are:

- Main Menu:** Accessing the "Folgen & Reihen" (Sequences and Series) option.
- Edit Typ n, a_n:** Selecting the recursive formula $a_n E = \frac{2-n}{5+n}$ and setting the start value to 0 and the end value to 1000.
- Edit Grafik:** Viewing the sequence definition and the resulting table of values for $a_n E$.
- Edit Grafikplot:** Visualizing the sequence as a scatter plot with a grid.
- Edit Zoom Analyse:** Applying a zoom to the graph for better visibility.
- Fenster-Einst. (Window Settings):** Adjusting the graph's scale and range.

The table of values for the recursive sequence is as follows:

n	a _n E
0	0.4
1	0.166667
2	0
3	-0.125
4	-0.222222
5	-0.3

Wählen Sie ein passendes Betrachtungsfenster aus, modifizieren Sie den Grafikstil!

Schulbuch Kl.11, S. 198ff, Sägezahnverfahren

The screenshot shows the software interface for the sawtooth method. The input parameters are:

- Definition: $y_1(x) = 0.03(x^3 - 34x^2 + 313x - 460)$
- Definition: $y_2(x) = x - \frac{y_1(x)}{5}$
- Initial value: $x_1 = 10$
- Step: $m = 5$

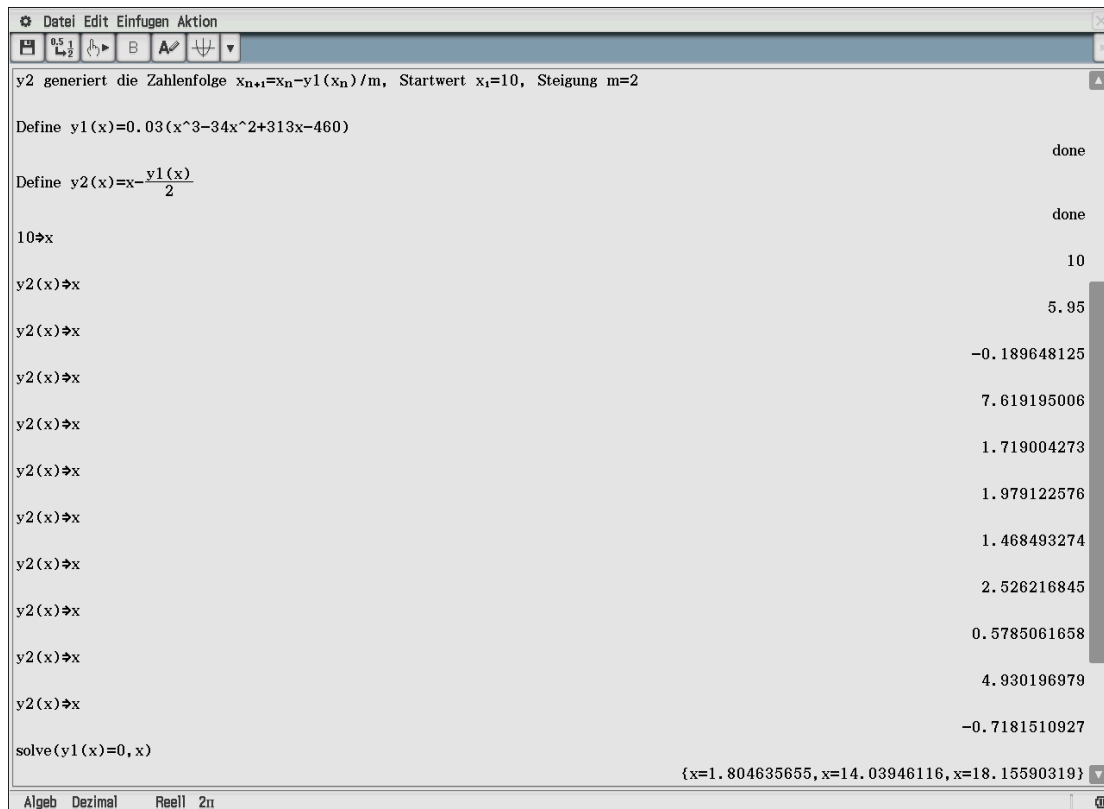
The resulting sequence values are:

- $x_1 = 10$
- $x_2 = 8.38$
- $x_3 = 6.197254768$
- $x_4 = 3.725558152$
- $x_5 = 2.010176141$
- $x_6 = 1.770653788$
- $x_7 = 1.811641521$
- $x_8 = 1.803240591$
- $x_9 = 1.804915462$
- $x_{10} = 1.804579615$
- $x_{11} = 1.804646882$

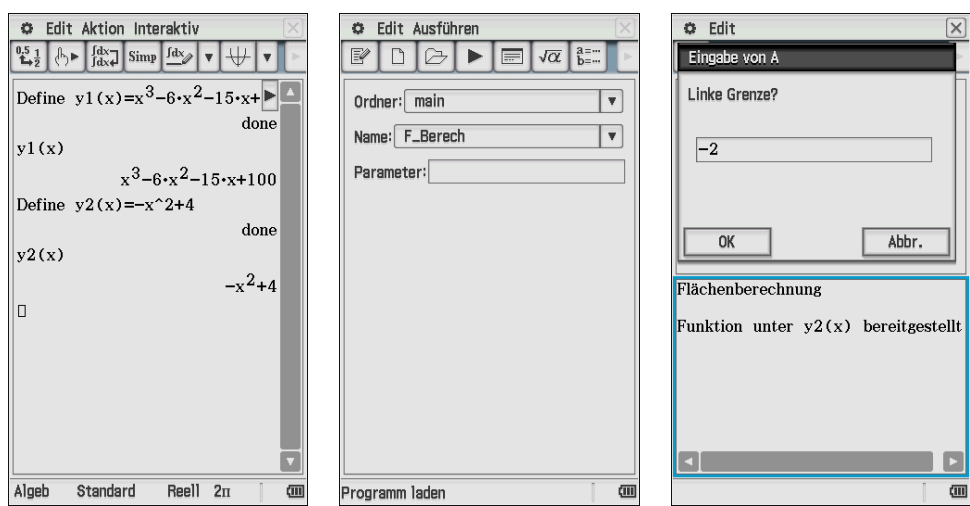
The final solution set is: $\{x = 1.804635655, x = 14.03946116, x = 18.15590319\}$.

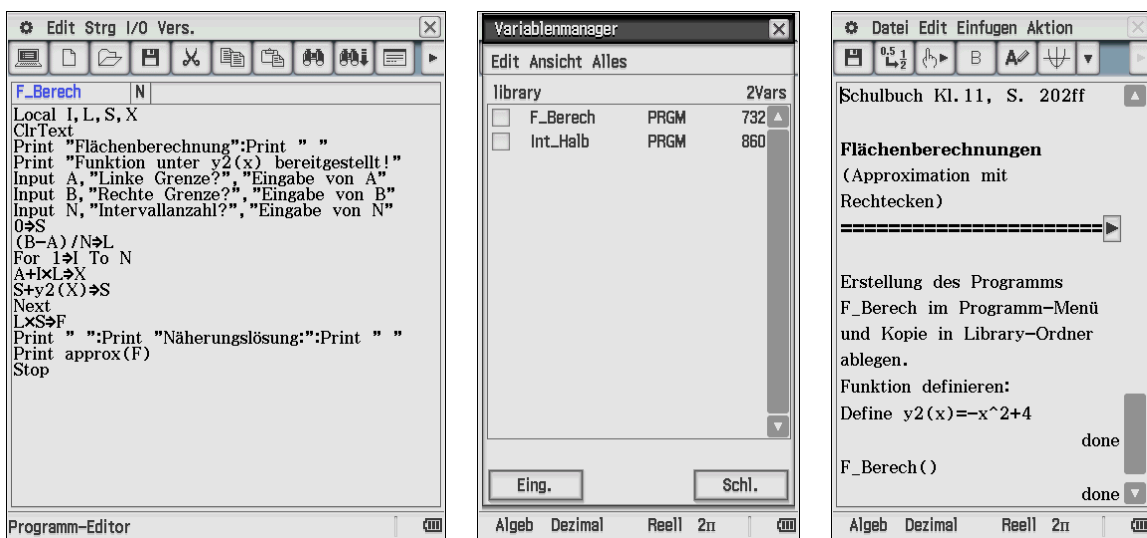
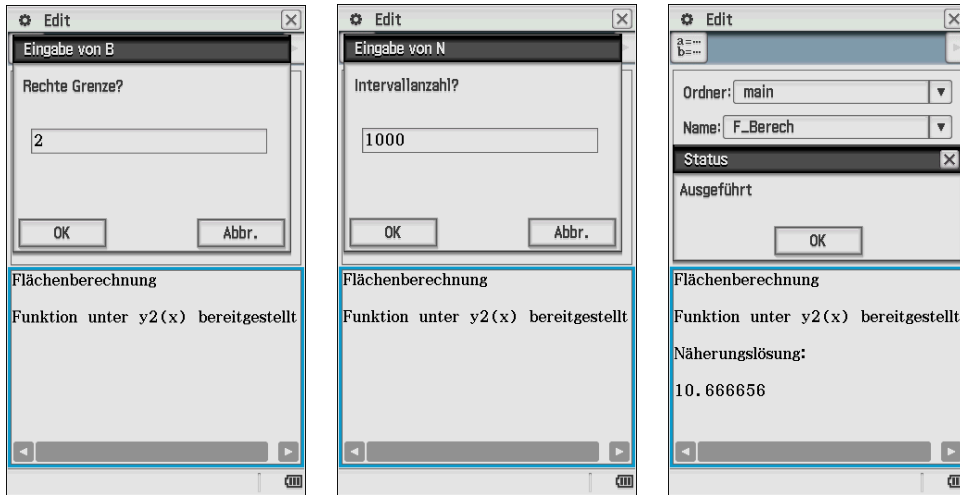
Wiederholtes Drücken der EXE-Taste (im Main-Menü) reproduziert den vorherigen Befehl! Im CAS wird die exakte Formelstruktur im Hintergrund beibehalten, selbst wenn die Anzeige im Dezimal-Modus erfolgt. Dadurch wird der Rechner langsamer und es kann eine Speicherbereichsüberschreitung eintreten. **Tipp:** $\text{approx}(y2(x)) \Rightarrow x$ statt $y2(x) \Rightarrow x$ nutzen.

Veränderung der Steigung von 5 auf 2 (S. 200 unten): das Verfahren **divergiert** nun offenbar:



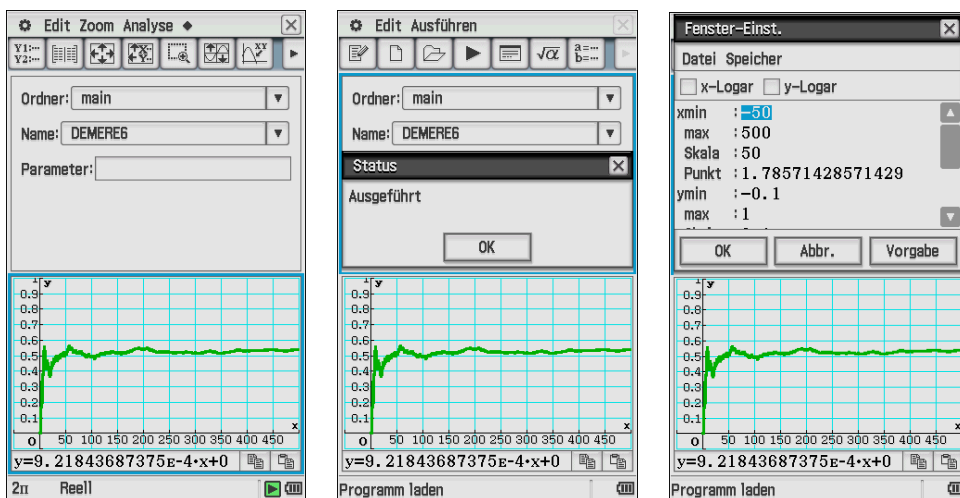
Schulbuch Kl.11, S. 202ff, Flächenberechnungen (Approximation mit Rechtecken)





Der Aufruf des Programms kann auch im eActivity-Menü erfolgen, sofern eine Kopie des Programms im Library-Ordner abgelegt wurde.

Schulbuch Kl.11, S. 260, Wahrscheinlichkeitsrechnung (Würfelprogramme)

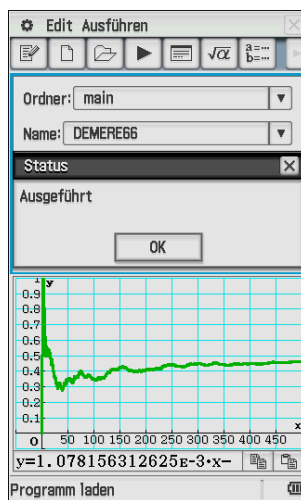
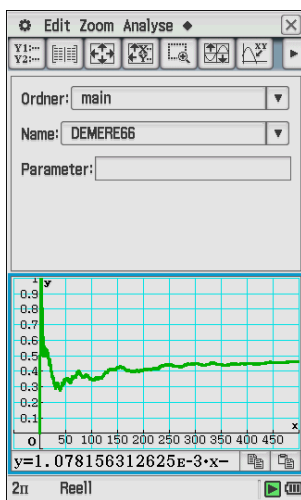


DEMERE6 generiert das Experiment: „Mindestens eine 6 in vier Würfeln“ und zeigt die relative Häufigkeit nach 500 Experimenten an. (Theoretische Wahrscheinlichkeit gerundet $0,518=51,8\% > 1/2$)

```

Edit Strg I/O Vers.
DEMEREG N
Local A, B, H, I, L, N, T
ClrGraph
ViewWindow -50, 500, 50, -. 1, 1,
. 1
StoVWin VW1:RclVWin VW1
0→A:0→H
For 1→N To 500
0→I:0→T
Lbl L:I+1→I
int (6×rand()+1)→T
If T=6
Then
H+1→H
IfEnd
If T≠6 and I≠4
Then
Goto L
IfEnd
H/N→B:Line N-1, A, N, B
B→A:Next
Pause
Return
    
```

rand() ohne Argument erzeugt eine Zufallszahl aus]0;1[.



```

Edit Strg I/O Vers.
DEMEREG66 N
Local A, B, H, I, L, N, T
ClrGraph
ViewWindow -50, 500, 50, -. 1, 1,
. 1
StoVWin VW1:RclVWin VW1
0→A:0→H
For 1→N To 500
0→I:0→T
Lbl L:I+1→I
int (6×rand()+1)×int (6×rand()+1)
→T
If T=36
Then
H+1→H
IfEnd
If T≠36 and I≠24
Then
Goto L
IfEnd
H/N→B:Line N-1, A, N, B
B→A:Next
Pause
Return
    
```

DEMEREG66 generiert das Experiment: „Mindestens eine Doppel-6 in vierundzwanzig Würfeln“ und zeigt die relative Häufigkeit nach 500 Experimenten an. (Theoretische Wahrscheinlichkeit gerundet $0,491=49,1\% < 1/2$)

Viel Spaß beim Testen der Programme!

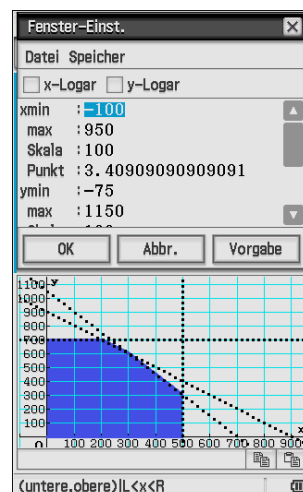
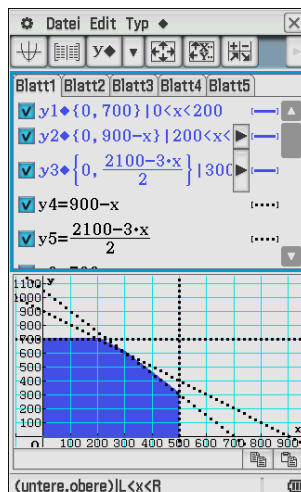
Abschließend betrachten wir lineare Optimierungsprobleme (Ungleichungsgrafik)

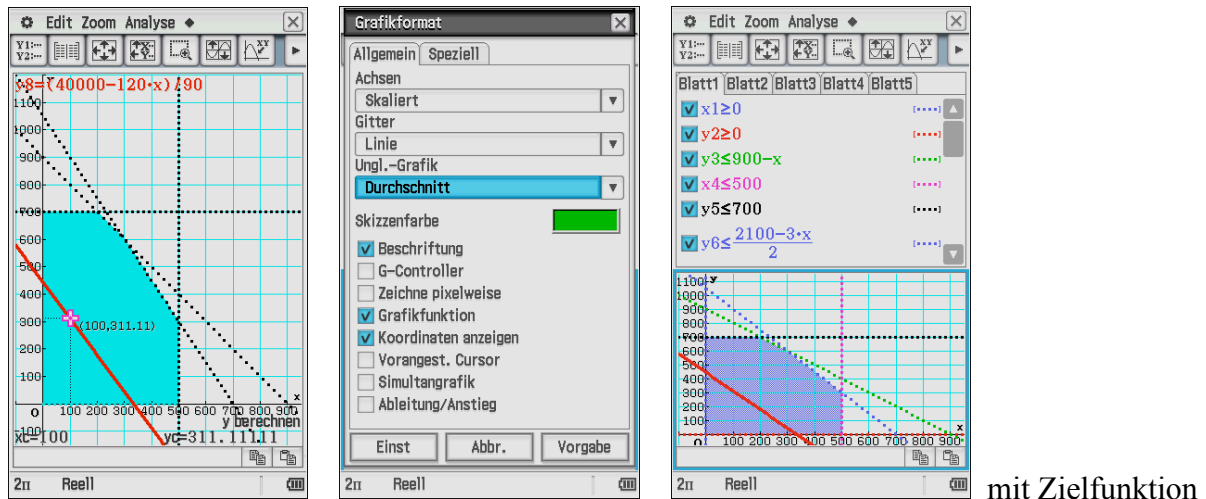
Schulbuch Kl.11, S.291ff

Hierbei: x_1 entspricht x und x_2 entspricht y

```

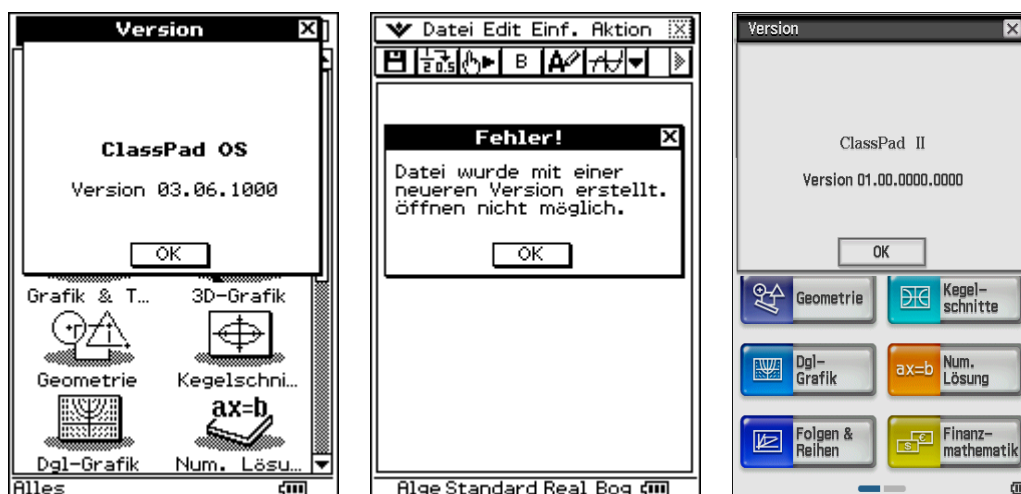
Datei Edit Typ
Blatt1 Blatt2 Blatt3 Blatt4 Blatt5
y1 {0, 700} | 0 < x < 200
y2 {0, 900-x} | 200 < x <
y3 {0, 2100-3·x} | 300
y4=900-x
y5= 2100-3·x
y6=700
y7=500
y8= 40000-120·x
90
x9:
x10:
x11:
x12:
x13:
    
```





Mit veränderter Schattierung wird es noch eindrucksvoller!
 Eine schwarz-weiß-Schraffur (wie mit dem CP330+) ist jedoch nicht mehr möglich.

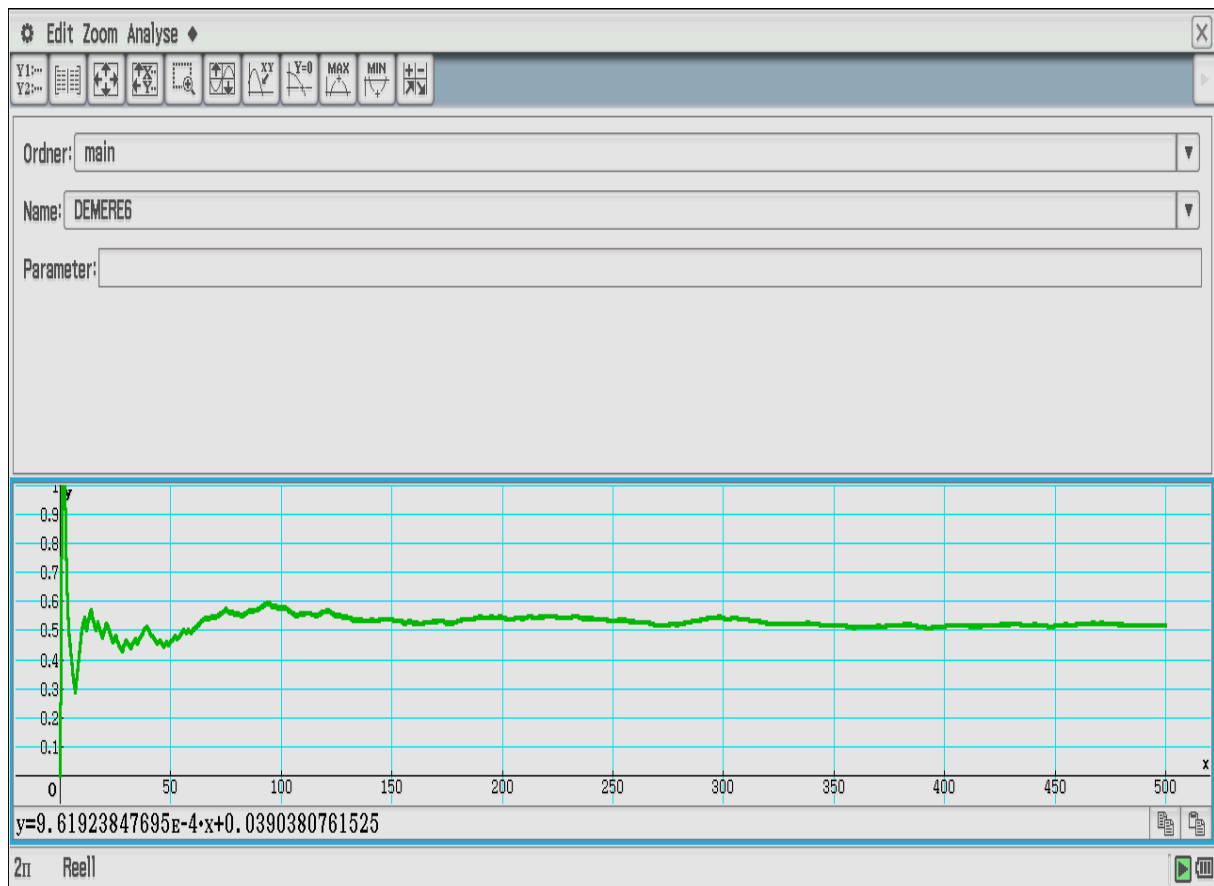
Hinweis: Mit dem bisherigen ClassPad-Manager Professional Edition (Version 03.06.1000) können bestimmte eActivities (mit Farbgrafiken) nicht mehr geöffnet werden:



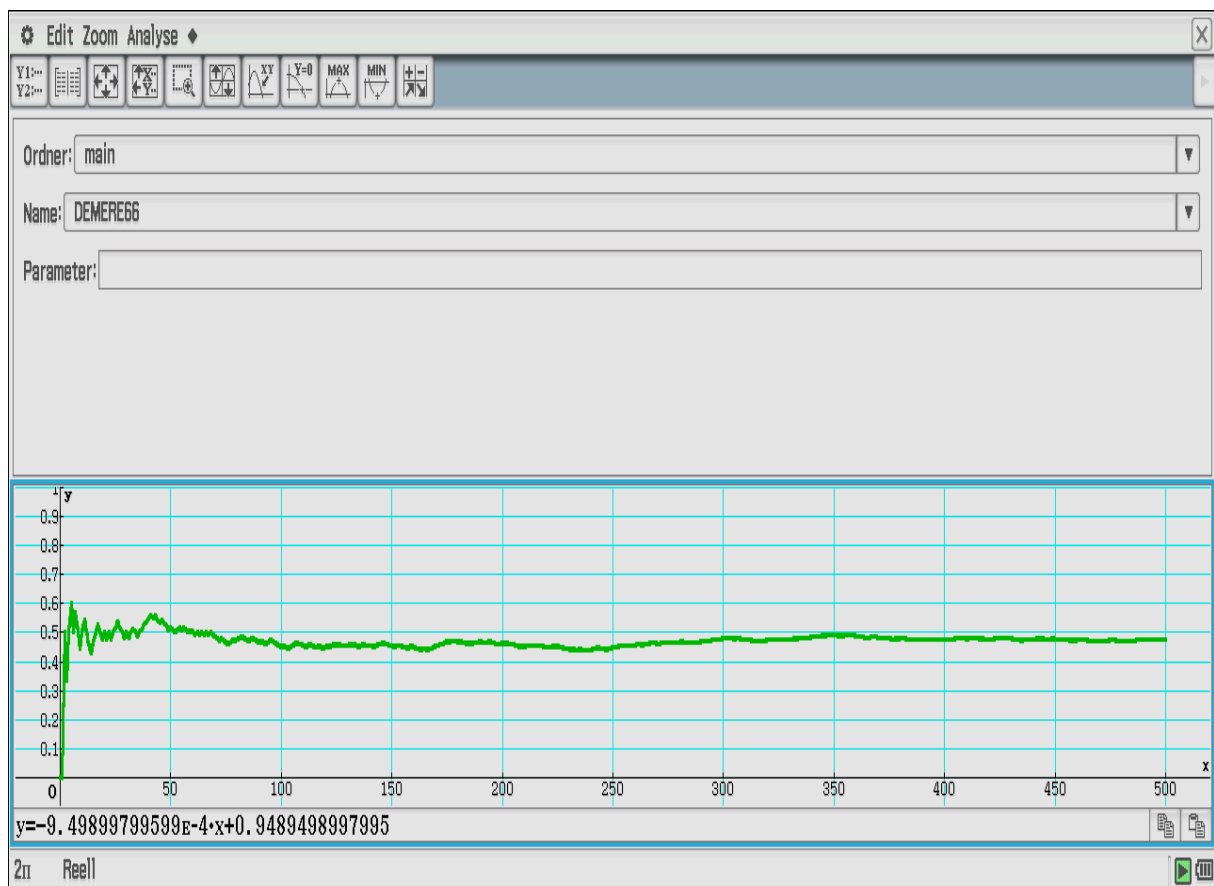
Download des Skriptes:
www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/Arbeitsblaetter-Leipzig2013.pdf

Download des vcp-files:
www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/Einfuehrung-FX-CP400.vcp

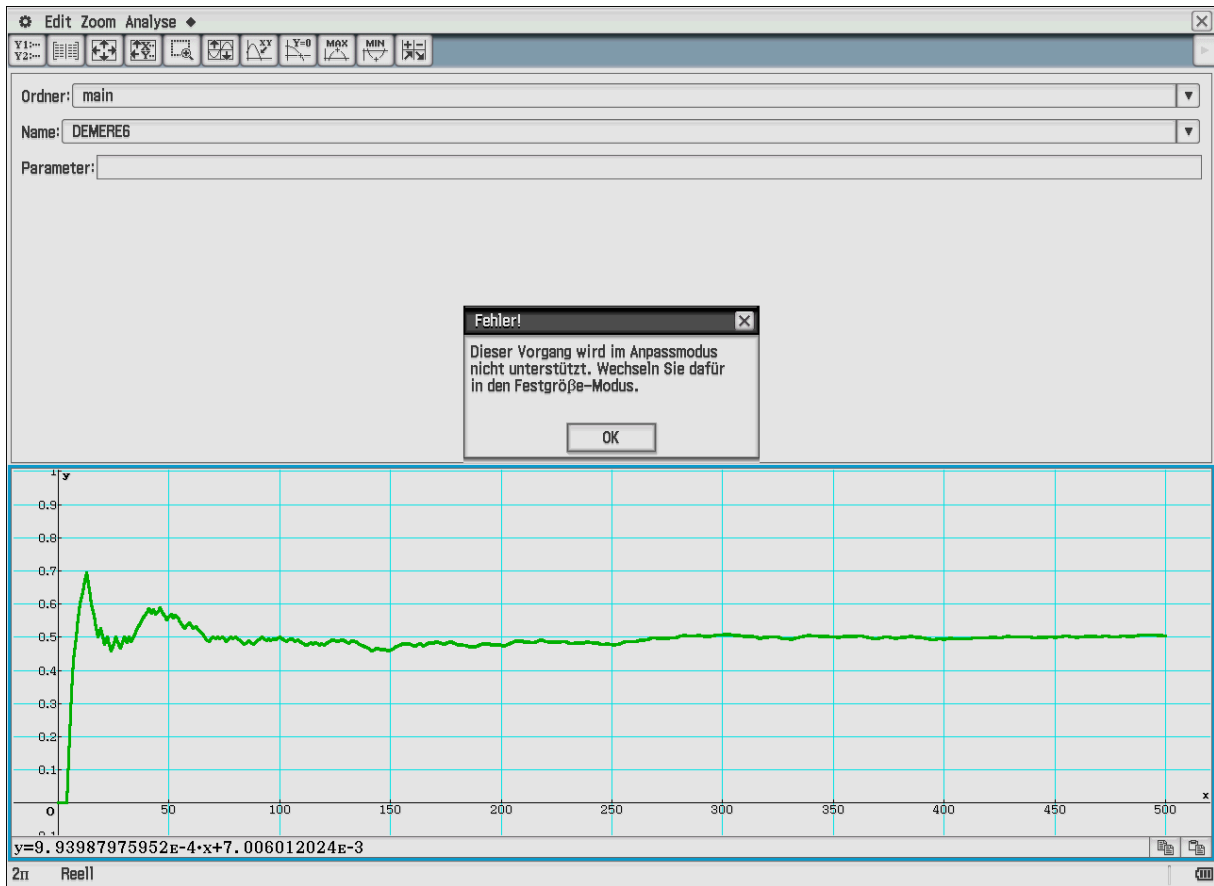
Kontakt:
paditz@informatik.htw-dresden.de
www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/



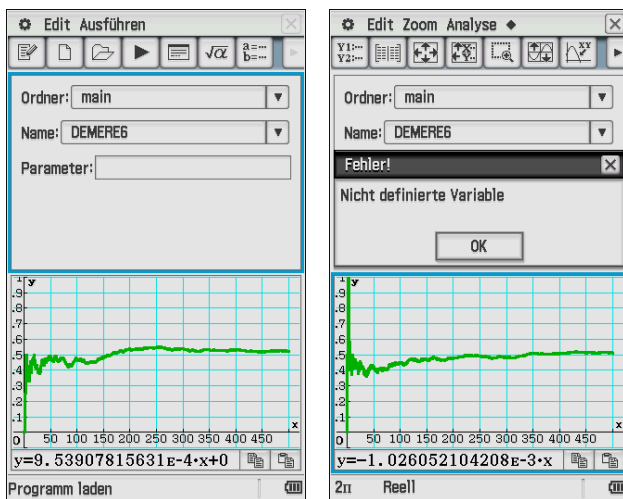
DEMERE6: relative Häufigkeit nach 500 Versuchen etwas größer als 50%



DEMERE66: relative Häufigkeit nach 500 Versuchen etwas kleiner als 50%



Fehlermeldung zum Befehl: StoPict Pict1: RclPict Pict1 im „Anpassungsmodus“



Pict1 wurde nicht gespeichert, deshalb „Nicht definierte Variable“