Prof. Dr. Ludwig Paditz, 5.Mathematik-Intensivkurs 2014

Einführung in die CAS-Software (ClassPad400)
==

Version 03.06.3000 (ClassPad330 und älter)
Version 03.10.3000 (ClassPad330Plus)
Version 02.00.0000 (ClassPad400)

neu: Mengenlehre im CAS implementiert
(Stand Februar 2014)

vgl. auch Add-In-Anwendung (nur im Taschenrechner oder als eigenes PC-Programm)

und Programme, s. library-Ordner

Mengenlehre, grafische Darstellungen
=================================

WICHTIGER HINWEIS:
wegen unterschiedlicher Bildschirmauflösungen sowohl im TR als auch am PC gibt es stets zwei vcp-Dateien:
CP330.vcp-Dateien für den S/W-TR
CP400.vcp-Dateien für den Farb-TR
Zusätzlich muss beachtet werden, dass wegen möglicher Farb-Befehle CP400.vcp-Dateien nur im ClassPad-ManagerII geöffnet und bearbeitet werden sollten. Andernfalls kann die

Datei unlesbar werden.
Wird eine S/W-Datei in der Farbversion geöffnet, kann diese für den S/W ClassPad-Manager (Version 3.06) unlesbar werden.

Rechenoperationen der Mengenlehre,
z.B. A∪B oder A∩B,
kann der CAS-Rechner nicht ausführen!
(obwohl die Operationszeichen im Zeichensatz vorhanden sind)
Derzeit können diese Symbole nur zur Textverarbeitung genutzt werden.

Im Projektseminar für Informatikstudenten wurde die Mengenlehre für den ClassPad programmiert:

- Mengenlehre und Venn-Diagramme für reelle Zahlen als Add-In
- Mengenlehre für endliche Mengen (Zahlen oder andere nichtnumerische Elemente) als Programm **Menge(...,...,...)** und **StrOVenn(...,...,...,...,...,...,...)** mit drei bzw. sieben Eingabeparametern, s.u.

Hinweis: der Dummy-Befehl stop am Ende einer Aufg. stoppt die weitere Abarbeitung (Fehler-
meldung), um schrittweise vorgehen zu können.

1. Symbole im CAS

Φ ... leere Menge

Ω ... Grundmenge (Universalmenge)
N ... Menge der natürlichen Zahlen
R ... Menge der reellen Zahlen

2. Darstellung von Mengen als Listen
(endliche Listen können im CAS generiert werden)

A={1,2,3,5}
A kann im vorhandenen CAS generiert werden, jedoch kann mit der sogen. Listenarithmetik keine Mengenlehre betrieben werden:

seq(a,a,1,3,1)⇒A

{1,2,3}

augment(A,{5})⇒A

{1,2,3,5}

Augmentieren=Zusammenfügen
somit A={a|a∈**N** und 1≤a≤5 und a≠4}
===

B={b|b∈**N** und b ungerade}**={1,3,5,...}**

B kann nicht im CAS generiert werden, da B keine endliche Menge ist.
===

C={c|c∈**N** und c^2∈{121,169}}={11,13}, denn
solve(c^2=121,c)|c>0

{c=11}

solve(c^2=169,c)|c>0

{c=13}

$\sqrt{\{121,169\}}$⇒C

{11,13}

Listenarithmetik!
(Rechenoperationen mit Zahlenlisten im vorhandenen CAS möglich)
===

D={d|d ist Primzahl}={2,3,5,7,11,13,...}
D kann nicht im CAS generiert werden, da D keine endliche Menge ist.
===

E=**N**={0,1,2,3,4,...}
N kann nicht im CAS generiert werden, da **N** keine endliche Menge ist.
===
stop

3. neu: Mengenlehre mit dem ClassPad

Im letzten Projektseminar WS2013/2014 wurden das Programm **Menge** aktualisiert und das Programm **StrOVenn** neu erstellt.
download Bedienungsanleitung:
http://www.htw-dresden.de/~paditz/
Bedienungsanleitung_Menge_Version_0_9_13.pdf

Mengenlehre mit dem Programm Menge(...,...,...),
drei Parameter, jeweils direkt als Zeichenkette einzugeben:

A:="{1,2,3,5}"

"{1,2,3,5}"

C:="{11,13}"

"{11,13}"

Menge("{1,2,3,5}","∪","{11,13}")

done

Ergebnisvariable ist Ergebnis

Ergebnis

"{1,2,3,5,11,13}"

Das Programm Menge führt Rechenoperationen der Mengenlehre aus und kann Teilmengenbeziehungen testen.

Alternative Eingabe (Mengen als Zeichenkette definiert):

Menge(A,"∪",C)

done

Ergebnisvariable ist Ergebnis

Ergebnis

"{1,2,3,5,11,13}"

Menge(A,"∩",C)

done

Ergebnis

"∅"

Menge(A,"⊂",C)

done

Ergebnis

"false"

Auch das Operationszeichen (bzw. Relationszeichen) kann zuvor als Zeichenkette vereinbart werden:

Op:="⊂"

"⊂"

Menge(A,Op,C)

done

Ergebnis

"false"

stop

Venn-Diagramme mit dem Programm

StrOVenn(...,...,...,...,...,...,...)

Grundmenge

Ω:="{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13}"

"{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13}"

A:="{1,2,3,4,5}"

"{1,2,3,4,5}"

B:="{5,7,9,11,13}"

"{5,7,9,11,13}"

C:="{5,6,7,8,9,10,11}"

"{5,6,7,8,9,10,11}"

Wegen der unterschiedlichen Bildschirmauflösungen ist StrOVenn im Festgrößen-Modus (!rechte Maustaste) auszuführen.

StrOVenn(Ω,A,B,C,3,2,0)

done

stop

4. Aufgaben

============

seq(a, a, 1, 8, 1)→Ω

{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

Ω:="{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}"

"{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}"

A:="{1, 3, 4, 5, 7}"

"{1, 3, 4, 5, 7}"

B:="{1, 2, 6, 7, 8}"

"{1, 2, 6, 7, 8}"

C:="{5, 7, 8}"

"{5, 7, 8}"

Aufg. (a) und (c):

===================

Menge(A, "∩", B)

done

Ergebnis→AnB

"{1, 7}"

Mehrfachoperation in Teilschritten unter Nutzung des Zwischenergebnisses (gespeichert auf Ergebnis bzw. AnB (Name aus drei Buchstaben gebildet)):

Menge(AnB, "∩", C)

done

Ergebnis

"{7}"

Aufg. (b) und (f):

===================

Menge(A, "∪", B)

done

Ergebnis⇒AuB

"{1,2,3,4,5,6,7,8}"

Menge(C,"∪",AuB)

done

Ergebnis

"{1,2,3,4,5,6,7,8}"

Feststellung: $A \cup B = A \cup B \cup C = \Omega$

Aufg. (d) und (e):

==================

Teilaufg. mit Negation in Ω bzw. Differenz werden stets als Differenz berechnet:

z.B. $\bar{A} = \Omega \setminus A$, $\bar{B} = \Omega \setminus B$ usw.

Hinw.: das Mengen-Operationszeichen \ "minus" muss als - eingegeben werden, da \ (Backslash) nur als Sonderzeichen in der Dateiablage (Ordner, Unterordner, ...) benutzt wird:

Menge(Ω,"-",C)

done

Ergebnis⇒negC

"{1,2,3,4,6}"

Menge(A,"∪",negC)

done

Ergebnis

"{1,2,3,4,5,6,7}"

Menge(B,"∩",negC)

done

Ergebnis

"{1,2,6}"

stop

Aufg. (g) und (h):

==================

Menge(B,"−",C)

done

Ergebnis→BmC

"{1,2,6}"

Menge(C,"−",B)

done

Ergebnis

"{5}"

stop

Aufg. (i) und (l):

=================

Mehrfachoperationen schrittweise ausführen

Menge (Ω,"−",AuB)

done

Ergebnis→negAuB

"∅"

Bem.: der Name negAuB besteht aus 6 Buchstaben.

Menge(negAuB,"∩",C)

done

Ergebnis

"∅"

Menge(AuB,"−",C)

done

Ergebnis

"{1,2,3,4,6}"

Menge(BmC,"∩",A)

done

Ergebnis

"{1}"

Menge(A,"−",C)

done

Ergebnis→AmC

"{1,3,4}"

Menge(A,"∩",AmC)

done

Ergebnis

"{1,3,4}"

Alle Ergebnisse sind auch gut in einem Venn-Diagramm zu erkennen.
stop

alternativ:
Mengenlehre mit dem Programm SetUnion(.......), zwei Parameter,
Elemente direkt als Zeichenkette einzugeben:

A:="1,3,4,5,7"

"1,3,4,5,7"

B:="1,2,6,7,8"

"1,2,6,7,8"

SetUnion(A,B)

done

Ergebnisvariable ist Result

Result

"{1,2,3,4,5,6,7,8}"

Für jede Operation gibt es auch einen individuellen Befehl, vgl. Bedienungsanleitung zum Programm Menge

stop

===

Die Aufgaben 2 und 3 können mit dem AddIn **Real Sets** gelöst werden.

Die Intervallsymbolik [a,b] oder (a,b)=]a,b[usw. kann im CAS nicht verarbeitet werden (nur als Textverarbeitung)

Aufgabe 4:

Mengen von Zahlenpaaren in der x-y-Ebene darstellen (2D-Grafik)

$A=\{(x,y)|(x,y)\in\mathbf{R}^2,\ x^2+y^2=1\}$ ... Kreislinie (Einheitskreis)

2D-Grafik für A	Y1:··· Y2:···

$B=\{(x,y)|(x,y)\in\mathbf{R}^2,\ x^2+y^2\leq 1\}$ ... Kreisfläche (Einheitskreis) mit Rand

2D-Grafik für B	Y1:··· Y2:···

$C=\{(x,y)|(x,y)\in\mathbf{R}^2,\ y=x\}$ ... Gerade (Winkelhalbierende)

2D-Grafik für C	Y1:··· Y2:···

$D=\{(x,y)\mid(x,y)\in\mathbf{R}^2,\ y\geq x\}$ ... Halbebene (oberhalb der Winkelhalbierenden) mit Rand

2D-Grafik für D

Im Kopf rechnen: $A\cap B=A$, $A\subset B$ (offensichtlich)

solve({$x^2+y^2=1, y=x$}, {x, y})

$$\left\{\left\{x=\frac{-\sqrt{2}}{2}, y=\frac{-\sqrt{2}}{2}\right\}, \left\{x=\frac{\sqrt{2}}{2}, y=\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}\right\}$$

Somit ist

$A\cap C=\{(x,y)\mid x=y=\sqrt{2}/2 \text{ oder } x=y=-\sqrt{2}/2\}$

(gemeinsame Punkte von Kreis und Gerade)

$A\cap D$ ergibt die Kreislinie in der Halbebene mit Endpunkten.

$B\cap C$ ergibt den Durchmesser (mit Endpunkten), vgl. Skizze.

$B\cap D$ ergibt den Halbkreis mit Rand in der Halbebene, vgl. Skizze.

2D-Ungleichungsgrafik (elementare Syntax mit ≤-Symbol, ≥-Symbol)

Hinweis: Betrachtungsfenstereinstellung vornehmen, Grafikzeichenstil einstellen, Zoom: quadratisch

2D-Grafik B∩C

2D-Grafik $B \cap D$	Y1:… Y2:…

Die untere Funktion wird stückweise definiert (piecewise-Befehl, spezielle Eingabemaske)

2D-Ungleichungsgrafik (komprimierte Syntax mit ◆-Symbol)

Hinweis: Betrachtungsfenstereinstellung vornehmen,
Grafikzeichenstil einstellen, Zoom: quadratisch
=====================================

Der Mengendurchschnitt "∩" erfasst nur diejenigen Zahlenpaare (x, y), die beide Bedingungen gleichzeitig erfüllen.
Die Mengenvereinigung "∪" erfasst alle diejenigen Zahlenpaare (x, y), die mindestens eine Bedingung erfüllen.

Download:
http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/
1Mengenlehre2014-CP400.pdf

vcp-file:
http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/
Mathe-Intensiv2014-CP400.vcp