

Prof. Dr. Ludwig Paditz, 5.Mathematik-Intensivkurs
2014

Einführung in die CAS-Software (ClassPad)

=====

Version 03.06.3000 (ClassPad330 und älter)

Version 03.10.3000 (ClassPad330Plus)

Version 02.00.0000 (ClassPad400)

**neu: Mengenlehre im CAS implementiert
(Stand Februar 2014)**

vgl. auch Add-In-Anwendung (nur im
Taschenrechner oder als eigenes PC-Programm)

und Programme, s. library-Ordner

Mengenlehre, grafische Darstellungen

=====

WICHTIGER HINWEIS:

wegen unterschiedlicher Bildschirmauflösungen
sowohl im TR als auch am PC gibt es stets zwei
vcp-Dateien:

CP330.vcp-Dateien für den S/W-TR

CP400.vcp-Dateien für den Farb-TR

Zusätzlich muss beachtet werden, dass wegen
möglicher Farb-Befehle CP400.vcp-Dateien nur im
ClassPad-ManagerII geöffnet und bearbeitet werden
sollten. Andernfalls kann die Datei unlesbar

werden.

Wird eine S/W-Datei in der Farbversion geöffnet, kann diese für den S/W ClassPad-Manager (Version 3.06) unlesbar werden.

**Rechenoperationen der Mengenlehre, z.B. $A \cup B$ oder $A \cap B$, kann der CAS-Rechner nicht ausführen! (obwohl die Operationszeichen im Zeichensatz vorhanden sind)
Derzeit können diese Symbole nur zur Textverarbeitung genutzt werden.**

Im Projektseminar für Informatikstudenten wurde die Mengenlehre für den ClassPad programmiert:

- Mengenlehre und Venn-Diagramme für reelle Zahlen

als Add-In

- Mengenlehre für endliche Mengen

(Zahlen oder andere nichtnumerische Elemente)

als Programm **Menge(..., ..., ...)** und

StrOVenn(..., ..., ..., ..., ..., ...)

mit drei bzw. sieben Eingabeparametern, s.u.

Hinweis: der Dummy-Befehl stop am Ende einer Aufg. stoppt die weitere Abarbeitung (Fehlermeldung), um schrittweise vorgehen zu können.

1. Symbole im CAS

Φ ... leere Menge

Ω ... Grundmenge (Universalmenge)

\mathbb{N} ... Menge der natürlichen Zahlen

\mathbb{R} ... Menge der reellen Zahlen

**2. Darstellung von Mengen als Listen
(endliche Listen können im CAS generiert werden)**

A=(1,2,3,5)

A kann im vorhandenen CAS generiert werden, jedoch kann mit der sogen. Listenarithmetik keine Mengenlehre betrieben werden:

<code>seq(a,a,1,3,1)</code>	$\ni A$
	$\{1,2,3\}$
<code>augment(A,{5})</code>	$\ni A$
	$\{1,2,3,5\}$

Augmentieren=Zusammenfügen

somit **A={a|a∈N und 1≤a≤5 und a≠4}**

=====

B={b|b∈N und b ungerade}=(1,3,5,...)

B kann nicht im CAS generiert werden, da B keine endliche Menge ist.

=====

C={c|c∈N und c²∈{121,169}}={11,13}, denn

<code>solve(c^2=121,c) c>0</code>	$\{c=11\}$
--------------------------------------	------------

<code>solve(c^2=169,c) c>0</code>	$\{c=13\}$
--------------------------------------	------------

<code>((121,169))^(1/2)</code>	$\ni C$
	$\{11,13\}$

Listenarithmetik!

(Rechenoperationen mit Zahlenlisten im vorhandenen CAS möglich)

=====

$D = \{d \mid d \text{ ist Primzahl}\} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$

D kann nicht im CAS generiert werden, da D keine endliche Menge ist.

=====

$E = \mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

N kann nicht im CAS generiert werden, da N keine endliche Menge ist.

=====

stop

3. neu: Mengenlehre mit dem ClassPad

Im letzten Projektseminar WS2013/2014 wurden das Programm **Menge** aktualisiert und das Programm **StrOVenn** neu erstellt.

download Bedienungsanleitung:

<http://www.htw-dresden.de/~paditz/>

Bedienungsanleitung_Menge_Version_0_9_13.pdf

Mengenlehre mit dem Programm

Menge(..., ..., ...),

drei Parameter, jeweils direkt als Zeichenkette einzugeben:

"{1,2,3,5}" \Rightarrow A

"{1,2,3,5}"

"{11,13}" \Rightarrow C

"{11,13}"

Menge("{1,2,3,5}", "U", "{11,13}")

done

Ergebnisvariable ist Ergebnis

Ergebnis

"{1,2,3,5,11,13}"

Das Programm Menge führt Rechenoperationen der Mengenlehre aus und kann Teilmengenbeziehungen testen.

Alternative Eingabe (Mengen als Zeichenkette definiert):

Menge(A, "U", C)

done

Ergebnisvariable ist Ergebnis

Ergebnis

"{1,2,3,5,11,13}"

Menge(A, "n", C)

done

Ergebnis

"∅"

Menge(A, "c", C)

done

Ergebnis

"false"

Auch das Operationszeichen (bzw. Relationszeichen) kann zuvor als Zeichenkette vereinbart werden:

"c"⇒Op

"c"

Menge(A, Op, C)

done

Ergebnis

"false"

Aufg. (a) und (c):

=====

Menge(A, "n", B)

done

Ergebnis \Rightarrow AnB

"{1,7}"

Mehrfachoperation in Teilschritten unter Nutzung des Zwischenergebnisses (gespeichert auf Ergebnis bzw. AnB (Name aus drei Buchstaben gebildet)):

Menge(AnB, "n", C)

done

Ergebnis

"{7}"

Aufg. (b) und (f):

=====

Menge(A, "u", B)

done

Ergebnis \Rightarrow AuB

"{1,2,3,4,5,6,7,8}"

Menge(C, "u", AuB)

done

Ergebnis

"{1,2,3,4,5,6,7,8}"

Feststellung: $A \cup B = A \cup B \cup C = \Omega$

Aufg. (d) und (e):

=====

Teilaufg. mit Negation in Ω bzw. Differenz werden stets als Differenz berechnet:

z.B. $\bar{A} = \Omega \setminus A$, $\bar{B} = \Omega \setminus B$ usw.

Hinw.: das Mengen-Operationszeichen \setminus "minus"

muss als - eingegeben werden, da \ (Backslash) nur als Sonderzeichen in der Dateiablage (Ordner, Unterordner, ...) benutzt wird:

```
Menge( $\Omega$ , "-", C)
done
Ergebnis $\rightarrow$ negC
"{1,2,3,4,6}"
Menge(A, "u", negC)
done
Ergebnis
"{1,2,3,4,5,6,7}"
Menge(B, "n", negC)
done
Ergebnis
"{1,2,6}"
```

stop

Aufg. (g) und (h):

=====

```
Menge(B, "-", C)
done
Ergebnis $\rightarrow$ BmC
"{1,2,6}"
Menge(C, "-", B)
done
Ergebnis
"{5}"
```

stop

Aufg. (i) und (l):

=====

Mehrfachoperationen schrittweise ausführen

```
Menge( $\Omega$ , "-", AuB)
```



```

done
Ergebnis⇒negAuB
"∅"
Bem.: der Name negAuB besteht aus 6 Buchstaben.
Menge(negAuB, "n", C)
done
Ergebnis
"∅"
Menge(AuB, "-", C)
done
Ergebnis
"{1, 2, 3, 4, 6}"
Menge(BmC, "n", A)
done
Ergebnis
"{1}"
Menge(A, "-", C)
done
Ergebnis⇒AmC
"{1, 3, 4}"
Menge(A, "n", AmC)
done
Ergebnis
"{1, 3, 4}"
Alle Ergebnisse sind auch gut in einem
Venn-Diagramm zu erkennen.
stop

```

alternativ:

Mengenlehre mit dem Programm

SetUnion(..., ...), zwei Parameter,
Elemente direkt als Zeichenkette einzugeben:

"1, 3, 4, 5, 7"⇒A

```

"1,2,6,7,8"⇒B
"1,3,4,5,7"
"1,2,6,7,8"
SetUnion(A,B)
done

```

Ergebnisvariable ist Result

```

Result
"(1,2,3,4,5,6,7,8)"

```

Für jede Operation gibt es auch einen individuellen Befehl, vgl. Bedienungsanleitung zum Programm

Menge

stop

=====

Die Aufgaben 2 und 3 können mit dem AddIn **Real Sets** gelöst werden.

Die Intervallsymbolik $[a,b]$ oder $(a,b)=]a,b[$ usw. kann im CAS nicht verarbeitet werden (nur als Textverarbeitung)

Aufgabe 4:

Mengen von Zahlenpaaren in der x - y -Ebene darstellen (2D-Grafik)

$A = \{(x,y) \mid (x,y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 = 1\}$...
 Kreislinie (Einheitskreis)

2D-Grafik für A	Y1: ... Y2: ...
-----------------	--------------------

$B = \{(x,y) \mid (x,y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 \leq 1\}$...
 Kreisfläche (Einheitskreis) mit Rand

2D-Grafik für B	Y1: ... Y2: ...
-----------------	--------------------

$C = \{(x,y) \mid (x,y) \in \mathbb{R}^2, y = x\}$... Gerade
 (Winkelhalbierende)

2D-Grafik für C	Y1: ... Y2: ...
-----------------	--------------------

$D = \{(x, y) \mid (x, y) \in \mathbb{R}^2, y \geq x\}$... Halbebene
(oberhalb der Winkelhalbierenden) mit Rand

2D-Grafik für D	Y1: ... Y2: ...
-----------------	--------------------

Im Kopf rechnen: $A \cap B = A$, $A \subset B$ (offensichtlich)

$\text{solve}(\{x^2 + y^2 = 1, y = x\}, \{x, y\})$

$$\left\{ \left\{ x = \frac{-\sqrt{2}}{2}, y = \frac{-\sqrt{2}}{2} \right\}, \left\{ x = \frac{\sqrt{2}}{2}, y = \frac{\sqrt{2}}{2} \right\} \right\}$$

Somit ist

$A \cap C = \{(x, y) \mid x = y = \sqrt{2}/2 \text{ oder } x = y = -\sqrt{2}/2\}$

(gemeinsame Punkte von Kreis und Gerade)

$A \cap D$ ergibt die Kreislinie in der Halbebene mit Endpunkten.

$B \cap C$ ergibt den Durchmesser (mit Endpunkten), vgl. Skizze.

$B \cap D$ ergibt den Halbkreis mit Rand in der Halbebene, vgl. Skizze.

2D-Ungleichungsgrafik (elementare Syntax mit \leq -Symbol, \geq -Symbol)

Hinweis: Betrachtungsfenstereinstellung vornehmen, Grafikzeichenstil einstellen, Zoom: quadratisch

2D-Grafik $B \cap C$	Y1: ... Y2: ...
----------------------	--------------------

Die untere Funktion wird stückweise definiert
(piecewise-Befehl, spezielle Eingabemaske)

2D-Ungleichungsgrafik (komprimierte Syntax mit
◆-Symbol)

Hinweis: Betrachtungsfenstereinstellung vornehmen,
Grafikzeichenstil einstellen, Zoom: quadratisch

=====

Der Mengendurchschnitt "∩" erfasst nur diejenigen
Zahlenpaare (x,y) , die beide Bedingungen
gleichzeitig erfüllen.

Die Mengenvereinigung "∪" erfasst alle diejenigen
Zahlenpaare (x,y) , die mindestens eine Bedingung
erfüllen.

Download:

[http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/
1Mengenlehre2014-CP330.pdf](http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/1Mengenlehre2014-CP330.pdf)

vcp-file:

[http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/
Mathe-Intensiv2014-CP330.vcp](http://www.informatik.htw-dresden.de/~paditz/Mathe-Intensiv2014-CP330.vcp)